

微積分詳解

上册

R. E. 詹森 著

曉園出版社
世界圖書出版公司

微積分詳解

中 冊

R. E. 詹森 著

曉園出版社
世界圖書出版公司

微積分詳解

下 冊

R. E. 詹森 著

曉園出版社
世界圖書出版公司

微積分詳解

下 册

R. E. 詹森 著



389216

曉園出版社
世界圖書出版公司

微积分详解(上册)

R.E. 詹森 原著

黄曙平 译著

*

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京公司重印

北京朝阳门内大街 137 号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1994 年 9 月第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1994 年 9 月第一次印刷 印张: 13.75

印数: 0001-0650 字数: 32.8 万字

ISBN: 7-5062-1756-2/O.111

定价: 15.80 元 (W_{9311/11})

世界图书出版公司通过中华版权代理公司向台湾晓园出版社购得重印权

限国内发行

积分详解 (中册)

R. E. 森 原著

平 译著

兴 兴

北京 门内大街

北京中西印刷厂

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经营

1994年9月第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1994年9月第一次印刷 印张: 15

印数: 0001-0650 字数: 36 万字

ISBN: 7-5062-1757-0/O.112

定价: 17.50 元 (W. 9311/12)

世界图书出版公司通过中华版权代理公司向台湾晓园出版社购得重印权

限国内发行

0172-44

11

0389215

2001/24

VV8711-12

微积分详解(下册)

R.E. 詹森 原著

黄曙平 译著

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京公司重印

北京朝阳门内大街 137 号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1994 年 9 月第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1994 年 9 月第一次印刷 印张: 14.75

印数: 0001-0650 字数: 35.2 万字

ISBN: 7-5062-1758-9/O.113

定价: 17.40 元 (W. 9311/13)

世界图书出版公司通过中华版权代理公司向台湾晓园出版社购得重印权

限国内发行

017.2-44
11

前 言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

微積分詳解

上 冊 目 錄

○ 解析幾何原理	1
1 數 / 2 平面解析幾何 / 3 直線 / 4 拋物線 / 複習	
1 函 數	49
1 函數的定義 / 2 函數之類型 / 3 函數的圖形 / 4 函數的組合 / 5 反函數 / 複習	
2 極 限	75
1 極限的介紹 / 2 極限的定義 / 3 極限的性質 / 4 單側極限 / 5 無窮極限 / 6 極限的應用	
3 導 數	127
1 定義 / 2 切線 / 3 導數的幾何意義 / 4 微分公式 / 5 積與商的微分公式 / 6 鏈導法 / 7 代數函數 / 8 隱微分 / 9 言	
4 導數的應用	176
1 函數的極值 / 2 對極值 / 3 凹性 / 4 凹性 / 5 極值理論的應用 / 6 速度與加速度 / 7 反導數 / 8 相對速率 / 複習	
5 積 分	271
1 實數系的完全性 / 2 面積 / 3 Σ 符號 / 4 積分 / 5 微積分基本定理 / 6 積分公式 / 7 變數代換 / 8 數列 / 9 里曼和 / 10 附錄 / 複習	
6 積分的應用	345
1 面積 / 2 體積 / 3 功 / 4 弧長 / 5 用梯形法求近似值 / 6 用辛普遜法求近似值 / 複習	

7 指數函數與對數函數

391

1 直覺逼近 / 2 自然對數 / 3 自然指數函數 / 4 導數
與積分 / 5 雙曲線函數 / 6 換底 / 7 指數定律在生長
和衰變方面的應用 / 複習

微 積 分 詳 解

8	三角與反三角函數	435
	1. 徑度量 / 2. 正弦與餘弦函數 / 3. 其他的三角函數 / 4. 反三角函數 / 5. 反三角函數的導數 / 複習	
9	形式積分	505
	1. 基本積分公式 / 2. 分部積分法 / 3. 三角代換法 / 4. 有理函數的積分 / 5. 可離微分方程式 / 複習	
10	微積分應用之推廣	583
	1. 有心圓錐曲線 // 橢圓 / 雙曲線 / 拋物線的平移 / 4. 力矩與質量中心 / 5. 平面區域的形心 / 6. 立體轉體的形心 / 7. 水壩所受之水壓 / 複習	
11	不定式，瑕積分，與泰勒公式	651
	1. 不定式 / 2. 其他的不定式 / 3. 瑕積分 / 4. 泰勒公式 / 5. 利用泰勒多項式	
12	無窮級數	715
	1. 部份和與項 / 2. 正項級數 / 3. 比較審歛法 / 4. 交錯 級數 / 5. 絕對收歛 / 6. 冪級數 / 7. 冪級數的運算 / 8. 泰勒級數 / 附錄：冪級數的微分與積分 / 複習	
13	平面曲線，向量，與極坐標	817
	1. 平面曲線 / 2. 曲線的連續性 / 3. 二維向量代數 / 4. 利用向量做幾何證明 / 5. 向量函數 / 6. 平面運動 / 7. 極坐標系 / 8. 圓錐曲線 / 9. 以極坐標表切線 / 10. 以極 坐標表面積 / 11. 曲線之弧長 / 12. 附錄：弧長公式的證 明 / 13. 迴轉所得面之面積 / 複習	

微積分詳解

下 冊 目 錄

- 1 4 三維解析幾何 911
1 三度空間 / 2 三維向量 / 3 空間直線 / 4 空間平面 /
5 叉積 / 6 柱面與迴轉面 / 7 二次曲面 / 8 空間曲線
/ 9 圓柱坐標系與球面坐標系 / 複習
- 1 5 多變數函數的微分 991
1 極限與連續性 / 2 偏導數 / 3 微分 / 4 鏈導法 / 5
方向導數 / 6 切平面 / 7 隱函數定理 / 8 二變數函數
的極值 / 9 附錄：用積分定義的函數 / 複習
- 1 6 重積分 1075
1 二重積分 / 2 可積性條件 / 3 疊積分 / 4 體積 / 5
非矩形區域上的積分 / 6 極坐標 / 7 薄片的質量中心 /
8 慣性矩 / 9 三重積分 / 10 三重積分在物理上的應用 /
11 圓柱坐標與球面坐標 / 12 附錄：二重積分與疊積分的
相等 / 複習
- 1 7 其他有關積分的論題 1223
1 線積分 / 2 路徑無關的線積分 / 3 萊恩定理 / 4 坐標
變換 / 5 重積分變數的代換 / 複習
- 1 8 微分方程 1267
1 導論 / 2 曲線族 / 3 邊界條件 / 4 恰當微分方程式
/ 5 微分符號 / 6 齊次方程式 / 7 一階線性微分方程式
/ 8 應用 / 9 複數 / 10 尤拉公式 / 11 二階線性微分方程
式 / 12 非齊次線性方程式 / 13 級數解 / 複習

第〇章 解析幾何原理

節 0~1 數

I.

1~14 各題，解所予之不等式。

1 $3x+1 < x+5$

解：兩邊加 $-x+(-1)$

$$3x+(-x) < 5+(-1) \text{ 故 } 2x < 4, \therefore x < 2$$

解集 (Solution set) 爲 $(-\infty, 2)$

2 $1-2x < 5x-2$

解：兩邊加 $2x+2$

$$1+2 < 5x+2x, \text{ 故 } 3 < 7x, \therefore x > \frac{3}{7}$$

解集爲 $(\frac{3}{7}, \infty)$

3 $3-2x > 0$

解：兩邊加 $2x$

$$3 > 2x, \text{ 故 } x < \frac{3}{2},$$

解集爲 $(-\infty, \frac{3}{2})$

4 $\frac{3x}{4} - \frac{1}{2} < 0$

解：兩邊乘 4

$$4(\frac{3x}{4} - \frac{1}{2}) < 0, \text{ 即 } 3x-2 < 0, \text{ 故 } 3x < 2, \quad x < \frac{2}{3}$$

解集爲 $(-\infty, \frac{2}{3})$

5 $\frac{3x-5}{2} \leq 0$

解：兩邊乘 2

$$3x-5 \leq 0, \text{ 故 } 3x \leq 5, \therefore x \leq \frac{5}{3}$$

解集爲 $(-\infty, \frac{5}{3}]$

6. $0.01x - 2.32 \geq 0$

解：兩邊加 2.32

$$0.01x \geq 2.32, \text{ 故 } x \geq \frac{2.32}{0.01}, \therefore x \geq 232$$

解集爲 $[232, \infty)$

7. $-0.1 < x - 5 < 0.1$

解：各加 5

$$5 - 0.1 < x < 5 + 0.1, \text{ 故 } 4.9 < x < 5.1$$

解集爲 $(4.9, 5.1)$

8. $-0.01 < x + 3 < 0.01$

解：各加 (-3)

$$-3 - 0.01 < x < -3 + 0.01, \text{ 故 } -3.01 < x < -2.99$$

解集爲 $(-3.01, -2.99)$

9. $-0.03 \leq \frac{2x+3}{5} \leq 0.03$

解：各乘 5

$$-0.15 \leq 2x+3 \leq 0.15, \text{ 故 } -3.15 \leq 2x \leq -2.85$$

$$\therefore -1.575 \leq x \leq -1.425$$

解集爲 $[-1.575, -1.425]$

10. $-0.001 \leq \frac{5-2x}{4} \leq 0.001$

解： $-0.004 \leq 5-2x \leq 0.004$, $-0.004 \leq 2x-5 \leq 0.004$

$$\text{故 } 4.996 \leq 2x \leq 5.004, \therefore 2.498 \leq x \leq 2.502$$

解集爲 $[2.498, 2.502]$

11. $x < x+1$

解： $0 < 1$, 解集爲 $(-\infty, \infty)$

12. $-\epsilon < \frac{4x-3}{7} < \epsilon$, $\epsilon > 0$

解： $-7\epsilon < 4x-3 < 7\epsilon \Rightarrow 3-7\epsilon < 4x < 3+7\epsilon$

$$\Rightarrow \frac{3-7\epsilon}{4} < x < \frac{3+7\epsilon}{4}$$

$$13. \frac{3}{x} - \frac{1}{4} > \frac{1}{x} + 1$$

$$\text{解: } \frac{3}{x} - \frac{1}{x} > 1 + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x} > \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{x}{2} < \frac{4}{5} \Rightarrow x < \frac{8}{5}$$

$$14. \frac{3}{6x+2} \geq -\frac{2}{4-x}$$

$$\text{解: } \frac{3}{6x+2} \geq \frac{2}{x-4}$$

$$(1) \text{當 } x > 4 \text{ 或 } x < -\frac{1}{3}, \quad \frac{6x+2}{3} \leq \frac{x-4}{2}$$

$$12x+4 \leq 3x-12$$

$$12x-3x \leq -4-12 \quad 9x \leq -16$$

$$\Rightarrow x \leq -\frac{16}{9}$$

$$(2) \text{當 } -\frac{1}{3} < x < 4, \text{ 則OK。}$$

$$\text{故解集爲 } \left\{ x \mid -\frac{1}{3} < x < 4 \right\} \cup \left\{ x \mid x \leq -\frac{16}{9} \right\}$$

習題 15至 18題決定所有使下列平方根爲實數的 x 所成的集合。

$$15. \sqrt{2x-8}$$

解: 欲使平方根爲實數, 必 $2x-8 \geq 0$, 故 $x \geq 4$

解集爲 $[4, \infty)$ 。

$$16. \sqrt{3+4x}$$

解: $3+4x \geq 0$, 故 $x \geq -\frac{3}{4}$, 解集爲 $[-\frac{3}{4}, \infty)$

$$17. \sqrt{b^2-4ax}$$

解: 可設 a 及 b 皆爲實數, 故 $b^2 \geq 4ax$, 分下列三情形:

(a) 若 $a > 0$, 則 $x \leq \frac{b^2}{4a}$, 故解集爲 $(-\infty, \frac{b^2}{4a}]$ 。

(b) 若 $a = 0$, 則 $b^2 \geq 4ax$ 恒成立, 故解集爲所有實數。

(c) 若 $a < 0$, 則 $x \geq \frac{b^2}{4a}$, 故解集爲 $[\frac{b^2}{4a}, \infty)$

18. $\sqrt{16-7x}$

解： $16-7x \geq 0$ ，故 $x \leq \frac{16}{7}$ ，解集為 $(-\infty, \frac{16}{7}]$

習題19至22題，決定所有使下列平方根不為實數的 x 所成的集合

19. $\sqrt{3-2x}$

解： $3-2x < 0$ ， $x > \frac{3}{2}$ 解集 = $\{x \mid x > \frac{3}{2}\}$

20. $\sqrt{x^2+5}$

解： $x^2+5 > 0$ 故解集 = ϕ

21. $\sqrt{x^2-6x}$ ， $x^2-6x < 0$

解： $x(x-6) < 0$ 故 $0 < x < 6$

解集 = $\{x \mid 0 < x < 6\}$

22. $\sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$

解： $\frac{x+3}{x-2} < 0$ ， $(x+3)(x-2) < 0$

$\Rightarrow -3 < x < 2$ 解集 = $\{x \mid -3 < x < 2\}$

習題23~34求出 x 使滿足下列不等式

23. $x+1 > 0$ 及 $x-3 < 0$

解： 由假設，故 $x > -1$ 及 $x < 3$ ，即 $-1 < x < 3$

解集為 $(-1, 3)$ 。

24. $x-1 < 0$ 及 $x+2 > 0$

解： $x < 1$ 及 $x > -2$ ，解集為 $(-2, 1)$

25. $\frac{1}{x+3} < 0$

解： 兩邊同乘以 $(x+3)^2$ ，若 $\frac{1}{x+3}$ 要有意義必 $(x+3)^2 > 0$ ，

故 $x+3 < 0$ ，故 $x < -3$ ，即解集為 $(-\infty, -3)$ 。

26. $\frac{1}{2x-5} > 0$

解： 由假設， $2x-5 > 0$ ，故 $x > \frac{5}{2}$ ，解集為 $(\frac{5}{2}, \infty)$

27. $3x-2 \geq 0$ 及 $5x-1 \leq 0$

解：由假設， $x \geq \frac{2}{3}$ 且 $x \leq \frac{1}{5}$ ，但 $\frac{2}{3} > \frac{1}{5}$ ，故解集為 ϕ 。

28. $2x+1 > 0$ 及 $x-1 > 0$

解：由假設， $x > -\frac{1}{2}$ 及 $x > 1$ ，故解集為 $(1, \infty)$

29. $4x+3 < 0$ 或 $6x+7 > -3$

解： $x < -\frac{3}{4}$ 或 $x > \frac{-10}{6} = \frac{-5}{3}$

解集 = $\{x \mid x < -\frac{3}{4}\} \cup \{x \mid x > \frac{-5}{3}\} = (-\infty, \infty)$

30. $-3x < 0$ 或 $9x > 0$

解： $x > 0$ 或 $x > 0$

解集 = $\{x \mid x > 0\}$

31. $3x-7 > 0$ 且 $4x+2 < 0$ 且 $-3x+5 > 0$

解： $x > \frac{7}{3}$ 且 $x < -\frac{1}{2}$ 且 $x < \frac{5}{3}$

解集 = ϕ

32. $-3x < 0$ 且 $9x > 0$

解： $x > 0$ 且 $x > 0$ 解集 = $\{x \mid x > 0\}$

33. $|x-3| = x+7$

解： $x \geq 3$ $x-3 = x+7, -3 = 7$ 不合

$x < 3$ $3-x = x+7$ $x = -\frac{4}{2} = -2$

解集 = $\{-2\}$

34. $|x| = 2x+1$

解： $x \geq 0$ $x = 2x+1$ $x = -1$ 不合

$x < 0$ $-x = 2x+1$ $x = \frac{-1}{3}$

解集 = $\{\frac{-1}{3}\}$

若下列各題中， (a, b) 及 (c, d) 皆分別為 m 及 n 鄰域 (neighborhood)，證明：

35. $(a+c, b+d)$ 為 $m+n$ 之鄰域

證：由 (a, b) 為 m 之鄰域，故 $a < m < b$ ；同理 $c < n < d$ 。將此