

九
數
通
考

九數通考卷五

虞山屈曾發省園氏輯

少廣章第四

此章如田截縱之多益廣之少故曰少廣以面積之多寡求邊線之長短則曰開平方而分田截積之法本此矣以體積之多寡求面形之大小則曰開立方而米求倉窖之法本此矣其束法求邊周堆垛求廣縱算法相同故悉隸焉皆如方田章還原之意

平方說

平方者等邊四直角之面積也以形而言則爲兩矩所合以積而言則爲自乘之數因其有廣無厚故曰平方因其縱橫相等故曰正方蓋方積面也而其邊則線也有線求面則相乘而得積有面求線則開方而得邊開之之法畧與歸除同但歸除有

法有實而開方則有實無法故古人立爲商除廉隅之制以相求其法先從一角而剖其冪以自一至九自乘之數爲方根與所有之積相審量其足減者而定之是爲初商初商減盡無餘則方邊止一位若有餘實卽初商方積外別成一磬折形其附初商之兩旁者謂之廉兩廉之角所合一小方謂之隅廉有二故倍初商爲兩廉之共長是爲廉法視餘積足廉法幾倍卽定次商隅卽次商之自乘故次商爲隅法合廉隅而以次商乘之則得兩廉一隅之共積所謂初商方積外別成一磬折形者是也故次商爲初商所得方邊之零如次商數與初商餘積相減尙有不盡之實則又成一磬折形而仍爲兩廉一隅但較前廉

愈長而隅愈小耳。凡有幾層廉隅俱照初商之例逐層遞析之。實盡而止。實不盡者必非自乘之正數。遞析之至於纖塵終有奇零。若餘實不足廉隅法之數者則方邊爲空位。此開方之定法也。面形不一而容積皆以方積爲準。故平方爲算諸面之本。諸面必通之方積而後可施其法也。

平方認商訣

一百一十定無疑

謂如積一百步可定方邊十步

一千三十有零餘

謂如積一千步可定方邊三十步有零

九千九百不離十

謂如積九千九百步可定方邊九十步有零

一萬方爲一百推

謂如積一萬步可定方邊一百步此言定初商之訣

初商爲方倍作廉 次商名隅併廉除 餘數三商隅亦倍

只依此法取空虛

解見前說

設如正方面積五丈四十七尺五十六寸開方問每邊幾何答

曰二丈三尺四寸 法置積中閒爲實自末位起算每方積

二位定方邊一位故隔一位作記於六寸上定寸位七尺上

定尺位五丈上定丈位其

五丈

爲初商積與

二丈

自乘之數相準

卽定初商爲

二丈

列於實左亦列

二丈

於實右爲方法左右相呼

除二二除實

四丈

餘實

一丈

卽

一百尺

連次位積共

一百四十七尺

爲次商

廉隅之共積乃以右邊初商之

二丈

作

二十尺

倍之得

四十尺

爲廉

法以除

一百四十七尺

足

三尺

次商卽定

三尺

列於左

二丈

之次亦列

三尺

於

右倍作四十尺之次為隅法次第與左次商三呼除三四除實

一百二三三除實九餘一十即一千八連末位積共一千八十

六為三商廉隅之共積乃以右邊初商次商之二丈倍作四

六十又為廉法以除一千八百足四三商即定四列於左二

三之次亦列四於右倍作四百六之次又為隅

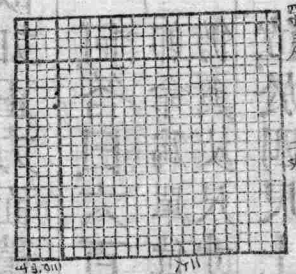
法次第於左三商四呼除四四除實一千四六

除實二百四四除實一十恰盡左位所商二丈三尺

四即正方形每邊數也如圖初商二丈二二除實

四丈是大方積次商三尺倍法四十尺三四除實一百二十

是兩廉積三三除實九尺是隅積三商四寸倍法四百六十



寸四四除實一千六百四六除實二百四十是兩小廉積四

四除實一十六寸是小隅積

設如正方面積四十五萬九千六百八十四尺開方問每邊幾

何答曰六百七十八尺

此題六位皆以尺命似與前分丈尺寸者不同然其每取方積二位末位

即命為單位立算仍與丈尺寸同也

法置積於中為實每方積二位定方邊一

位於四尺上定單位六百上定十位五萬上定百位其

四十萬

尺為初商積以初商本位計之則

五萬尺

為初商積之單位而

四十五萬尺

為

四十萬尺與六

自乘之數相準即定初商為

六

列於左

亦列

六

於右為方法左右相呼除六六除實

三十萬

餘實九連

次位積共

九萬九千六百尺

為次商廉隅之共積以次商本位計之

則六尺為次商積之單位而九萬九千九百九十六尺為右邊初商

之六即為十六倍之得一百二十為廉法以除九百九十六足七倍次商即

定七列於左六百之次亦列七於右倍作一百二十之次為隅法次

第與左次商七呼除一七除實七萬二七除實一萬四千七七除實

四千九百餘實一萬七千七百尺連末位積共一萬八千七百八十四尺為三商廉隅之

共積以三商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以右邊初

商次商之六百七十倍之得一千三百四十又為廉法以除一萬八千七百八十四尺

足八倍三商即定八尺列於左六百七十之次亦列八尺於右倍作一千三百

四十之次又為隅法次第與左三商八尺呼除一八除實八千三八

除實二千四百四八除實三百二十八八除實六十尺恰盡左位所商六百

七十
八尺。卽正方每邊數也。

設如正方面積五百八十五萬六千四百尺。開方問每邊幾何。

答曰。二千四百二十尺。法置積於中爲實。應於四百尺之

下二位定單位。四百尺上定十位。五萬上定百位。五百上定

千位。

五百萬尺

爲初商積。以初商本位計之。則

五百萬尺

爲初商積

之單位。與二

自乘之數相準。卽定初商爲二。

二

列於左。亦列

二

於右爲方法。左右相呼除。二二除實

四百萬尺

餘實

一百萬尺

連次位

積共

一百八十五萬尺

爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則

五萬

尺

爲次商積之單位。而

一百八十五萬尺

爲

一百八十五

右邊初商之

二

卽爲

二十倍之得十

爲廉法。以除

一百八十五

足

四倍

次商卽定

四列

於左^{十二}之次亦列^四於右倍作^十之次為隅法次第與左次

商^四呼除四四除實^{一百六十萬尺}四四除實^{一十六萬尺}餘實^{九萬尺}連

末位積共^{九萬六千四百尺}為三商廉隅之共積以三商本位計之

則^四百為三商積之單位而^{九萬六千四百尺}為^{九百六十四}右邊初次商

之^二即為^{二百四十}倍之得^{四百八十}又為廉法以除^{九百六十四}足^二倍三

商即定^二列於左^{二千四百}之次亦列^二於右倍作^{四百八十}之次又

為隅法次第與左三商^二呼除二四除實^{八萬二千}二八除實^{一萬六千}

二二除實^{四百尺}恰盡左位所商^{二千四百}即正方形每邊數也

此法方積之末虛二空位故所得方邊之末亦虛一單位凡

設數未至單位者皆倣此例推之

設如正方面積六千四百一十一萬二千〇四十九尺開方問

每邊幾何答曰八千〇〇七尺法置積於中爲實九尺上

定尺位空百上定十位一萬上定百位四百上定千位其

四百萬尺爲初商積以初商本位計之則四百萬尺爲初商積之單位

而六千四百萬尺爲六十萬尺與八自乘之數相合卽定初商爲八列於

左亦列八於右爲方法左右相呼除八八除實六千四百萬尺無餘

爰以次位積一十一萬尺爲次商廉隅之共積以次商本位計之

則一萬尺爲次商積之單位而一十萬爲一右邊初商之八卽

爲八十倍之得一百六十爲廉法以除一十其數不足是次商爲空

位復以三位積二千併之共二十一萬爲三商廉隅之共積

以三商本位計之。則空百為三商積之單位。而二十一萬為

一千一百二十右邊初商之。八即為八次商之。空即為空倍之得一

六為廉法。以除一千一百二十。其數仍不足。是三商亦為空位。復以

末位積四十併之。共一十一萬二千。為四商廉隅之共積。以

四商本位計之。則積與邊皆仍為本位。乃以右邊初商之。八

為八次商三商之。空為空倍之得一萬六千。為廉法。以除一十一萬

二千。四足七倍。四商即定。七列於左。八千之次亦列七於右

一萬六千。之次為隅法。次第與左四商七呼除。一七除實七六

七除實四萬二千。七七除實四十。恰盡。左位所商八千。即正方

每邊數也。凡廉法除餘積而數不足者。皆倣此例推之。

設如正方面積一萬四千九百二十八尺開方問每邊幾何答

曰一百二十二尺一寸八分有餘法置積於中爲實於八

尺上定單位九百上定十位一萬上定百位其一萬尺爲初商

積以初商本位計之則一萬尺爲初商積之單位止與一自乘

之數相合卽定初商爲一列於左亦列一於右爲方法左右

相呼除一一除實一萬無餘爰以次位積四千九百尺爲次商廉隅

之共積以次商本位計之則九百尺爲次商積之單位而四千九百

爲四十右邊初商之一卽爲一十倍之得二爲廉法以除四十

足二次商卽定二列於左一百之次亦列二於右倍作十二之次

爲隅法次第與左次商二呼除二除實四千二二除實四百餘

實^五連末位積共^{五百二十}為三商廉隅之共積以三商本位

計之則積與邊皆仍為本位乃以右邊初次商之^{一百}倍作

^{二百}為廉法以除^{五百二十}足^二三商即定^二列於左^{一百}之

次亦列^二於右倍作^{二百}之次為隅法次第與左三商^二呼

除二二除實^四二四除實^八二二除實^四餘^{四十}是開得每

邊^{一百二十}仍餘^{四十}不盡也如欲以餘數再開則以^{四十}作

^{四千四百}為四商連隅之共積爰以右邊初次三商之^{一百二十}尺

作^{一千二百}倍之得^{二千四百}為廉法以除^{四千四百}足^一四

商即定^一列於左^{一百二十}之次亦列^一於右倍作^{二千四百}

之次為隅法次第與左四商^一呼除一二除實^千二四除實

四一四除實四十一除實一仍餘實一千九百五十九如欲再開則

以餘實作一千九百五十九為五商廉隅之共積爰以初商至四

商右邊之一百二十作一萬二千二百二十倍之得二萬四千四百為

廉法以除一千九百五十九足八倍五商即定八列於左一百二十

之次亦列八於右倍作二萬四千之次為隅法次第與左五

商八呼除二八除實一十萬四八除實三萬二千四八除實三千二百

八除實一百六十八八除實六十四仍餘四百七十六不盡左位所商一百

二十二尺一寸八分即正方形每邊數也

設如有三百六十一人用船分載其每船所載人數與共船數

相等問共船幾何答曰船一十九隻每船載一十九人法

置人數爲方積以開平方方法除之初商_十於左亦列_十於右

左右相呼除一一除實_百餘實_{十一}就以右_十倍作_{十二}以

除餘實足_九倍即定次商_九列於左初商_十之次亦列_九於右

倍作_{十二}之次與左次商_九次第呼除二九除實_{八十}九九除

實_{八十}人恰盡左位所商_九即共船數而每船亦載_{九十}人也

設如用船運糧六千五百六十一石欲取一船別用將此船米

分載各船每船領去一石其本船尙餘一石問共船幾何答

曰船八十一隻每船原載米八十一石法列米數爲方積

以開平方方法除之其_{六千五百}爲初商積與_八自乘之數相準爰

定初商_{八十}於左亦列_十於右左右相呼除八八除實_{六千四百}餘

實百一連次位積共十一百六就以右八十倍作一百六十以除餘實足

倍一即定次商一隻列於左初商八十之次亦列一隻於右倍作一百六十

之次與左次商一隻呼除一除實一百一十六除實十六一除實

石一恰盡左位所商八十一隻即共船數而每船原載亦得八十也

設如有錢一萬五千六百二十五文買瓜每瓜一箇與腳錢一

文因無現錢將一瓜準作腳錢問瓜數幾何答曰瓜一百二

十五箇每瓜價一百二十五文法列錢數爲方積以開平

方法除之其一萬爲初商積止與一自乘之數相合即定初商

百一於左亦列百一於右左右相呼除一一除實一萬餘實五千六

文五就以右百一倍作百二以除餘實足倍二即定次商二十列與左百一