应用数学

（第二册）

胡 坷 周 兴 主编

电子科技大学出版社

应 用 数 学

（第二册）

胡　坷　周　兴　主编

电子科技大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

应用数学(第二册) / 胡坷，周兴主编. —成都：电子科技大学出版社，2007. 3

ISBN 978-7-81114-428-4

Ⅰ. 应…　Ⅱ. ①胡…②周…　III. 应用数学–专业学校–教材　Ⅳ. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 030311 号

应 用 数 学

（第二册）

胡　坷　周　兴　主编

出　　版：电子科技大学出版社（成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦　邮编：610051）
策划编辑：刘　军
责任编辑：辜守义
主　　页：www.uestcp.com.cn
电子邮箱：uestcp@uestcp.com.cn
发　　行：新华书店经销
印　　刷：四川墨池印务有限公司
成品尺寸：185mm×260mm　　**印张**　11　　**字数**　250 千字
版　　次：2007 年 3 月第一版
印　　次：2007 年 3 月第一次印刷
书　　号：ISBN 978-7-81114-428-4
定　　价：22.00 元

前　　言

当人类迈入 21 世纪，科学技术飞速发展，知识更新日新月异，现代化建设正在神州大地进行着。但是，专业技术人才的严重不足制约了我国经济的持续快速发展。为此，党中央和教育部指出：在“十一五”期间，要大力发展职业教育。

为了切实地响应国家的号召，我们通过对中等职业教育的深入调查研究，考虑到新形势下广大中职师生对于数学这门重要的文化课程的要求和希望，并且参考过去所使用教材的特点，吸收中职教育的改革经验和成果，组织了部分具有多年中职数学授课经验的优秀教师，编写了这套适用于中等职业学校的数学教材——《应用数学》。

本套教材的指导思想是：适当降低理论要求，注重强化能力培养，强调了对基本概念、基本运算以及基本应用的掌握。整套教材共包括三册内容，计划让学生在两年内完成对课程的学习。理工科的学生将学习所有章节的内容，文科类的学生对于带有＊号的部分可以作为选学内容。

教材在编写体系上根据中职教育的特点，增加了与初中相关知识的联系和衔接，力求做到内容简明、重点突出、语句通俗易懂。我们在每一节都附有习题，每一章都有小结和复习题，此外，对于部分重要章节还编写了“阅读材料”，用以拓展学生的思维，激发学习兴趣。

本书共有五大章节的内容，各章编写分工如下：第一章由高家骅执笔；第二章由周兴执笔；第三章由胡坷执笔；第四、五章由叶中梅执笔，第五章作为选学内容。

这本《应用数学》（第二册）教材由江西蓝天学院中专部组织编

写，胡坷和周兴担任主编，负责组织整套教材的编写，并且承担部分章节的编写和所有书稿的校对工作。其他参与人员有：彭国良、勒红、叶中梅、高家骅、孙康、王振戎、樊伟燕和许淑云，在编写过程中，我们还得到了学院有关领导和其他同事的大力支持，在此谨向所有关心和帮助本书出版的同志表示深切的谢意。由于编者的水平有限，编写经验不足，书中难免存在错误和缺点，敬请广大专家和读者批评指正。

编者
2007 年 1 月

目　　录

第 1 章　数　　列

§1.1　数　　列

不论在工作和生活实践中，我们都会遇到下面的类似问题：

某车间把所生产的圆形钢管，共堆放了 7 层，自上而下各层的钢管数依次如图 1-1 所示。

4，5，6，7，8，9，10　　　　　　(1)

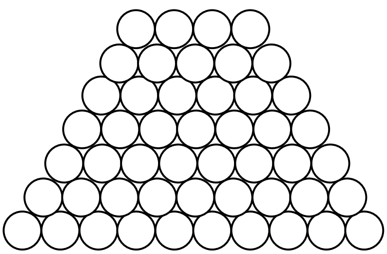

图 1-1

某工厂去年的产值是 10 万元，从今年起，计划在今后五年内每一年比上一年产值增长 8%。今后五年的年产值（万元）依次是：

$10(1+8\%)$，$10(1+8\%)^2$，$10(1+8\%)^3$，$10(1+8\%)^4$，$10(1+8\%)^5$ (2)

$\sqrt{2}$ 精准到 1，0.1，0.01，0.001,…的近似值依次是：

1，1.4，1.41，1.414，…　　　　　　(3)

-1 的 1 次幂，2 次幂，3 次幂，4 次幂，……排列成一列数，依次是：

-1，1，-1，1，-1，1，…　　　　　　(4)

无穷多个1排列成一列数：

$$1，1，1，1，\cdots \tag{5}$$

在上面的例子中，按一定次序排列的一列数叫做数列。数列中的每一个数都叫做这个数列的项。各项依次叫做这个数列的第1项（或首项），第2项…第n项…。对于上面的数列（1），每一项和它的序号有下面的对应关系：

项	4	5	6	7	8	9	10
	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
序号	1	2	3	4	5	6	7

这就说明：数列可看作一个定义域 N^+（或它的有限子集$\{1，2，3，\cdots，n\}$）的函数，当自变量从小到大依次取值时对应的一列函数值。

数列的一般形式可以写成

$$a_1，a_2，a_3，\cdots，a_n，\cdots$$

其中 a_n 是数列的第 n 项，为了方便，有时我们把上面的数列简记为$\{a_n\}$。例如，把数列

$$1，\frac{1}{2}，\frac{1}{3}，\cdots，\frac{1}{n}，\cdots$$

简记作$\left\{\frac{1}{n}\right\}$。如果一个数列$\{a_n\}$的第 n 项 a_n 与 n 之间的函数关系可以用一个公式来表示，就把这个公式叫做数列的通项公式。例如，数列（1）的通项公式是 $a_n=n+3$（$n\leqslant 7$）。如果已知一个数列的通项公式，那么只要依次用1，2，3，…去代替公式中的 n，就可以求出这个数列的各项。

项数有限的数列叫做有限数列，项数无限的数列叫做无限数列。上面的数列（1）、（2）是有限数列，数列（3）、（4）、（5）是无限数列。

数列的表示方法：

（1）列表法

将数列写成：$a_1，a_2，a_3，\cdots，a_n，\cdots$

（2）图像法

在直角坐标系中，取项数 n 为横坐标，a_n 为纵坐标，在坐标平面上得到一个点 $P(n, a_n)$，当 n 依次取 1，2，3，…等值时，得出一系列点，这一系列点称为数列的图像。如数列（1）与 $\left\{\dfrac{1}{n}\right\}$（见图 1-2）。

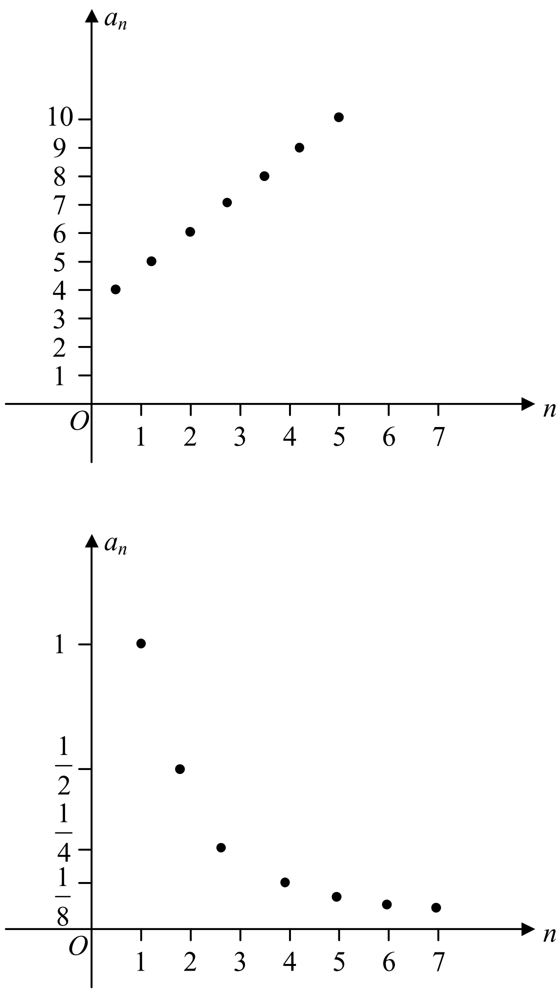

图 1-2

（3）解析法

看数列的第 n 项 a_n 与项数 n 之间的函数关系可以用公式 $a_n = f(n)$ 表示，这个公式就称为数列的通项。

练一练

（1）根据数列的定义判断，下面各数的排列是数列吗？

① 1，0，1，0，1，0，…

② 8，8，8，8，…

③ 2，$\frac{3}{2}$，$\frac{4}{3}$，$\frac{5}{4}$，…

（2）根据数列的定义，判断下面各题中的两个数列是否是相同的数列？

① 0，1，2，3，…和 1，2，3，4，…

② 1，2，3，4，5 和 1，2，3，4，5，…

③ 1，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{5}$和$\frac{1}{5}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{2}$，1

（3）下面各数列与正整数列有着密切关系，请分别写出它们的一个通项公式：

① 3，4，5，6，7，…

② -1，-2，-3，-4，-5，…

③ 0，1，2，3，4，5，…

④ 0，1，4，9，16，…

⑤ 1，$-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$-\frac{1}{4}$，$\frac{1}{5}$，…

有了通项公式，我们依次用 1，2，3，…去代替公式中的 n，就可以得到我们想要的任意一项。

【例 1】 已知数列的通项公式，写出它的前 5 项和第 20 项：

（1）$a_n=\dfrac{2n-1}{2n}$　　　　（2）$a_n=(-1)^n(2n+1)$

解：

（1）$a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_2=\dfrac{3}{4}$，$a_3=\dfrac{5}{6}$，$a_4=\dfrac{7}{8}$，$a_5=\dfrac{9}{10}$，$a_{20}=\dfrac{39}{40}$

（2）$a_1=-3$，$a_2=5$，$a_3=-7$，$a_4=9$，$a_5=-11$，$a_{20}=41$

【例 2】　写出下列数列的一个通项公式：

（1）$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{4}{5}$，…

（2）$\frac{2^2-1}{2}$，$\frac{3^2-2}{3}$，$\frac{4^2-3}{4}$，$\frac{5^2-4}{5}$，…

（3）$-\frac{\sqrt{1}}{1\times 2}$，$\frac{\sqrt{2}}{2\times 3}$，$-\frac{\sqrt{3}}{3\times 4}$，$\frac{\sqrt{4}}{4\times 5}$，…

解：

（1）数列的前 4 项的分母都是序号加上 1，分子与序号相同，因此这个数列的一个通项公式是：

$$a_n=\frac{n}{n+1}$$

（2）数列的前 4 项的分母都是序号加上 1；分子的被减数是分母的平方，减数恰是项数，因此这个数列的一个通项公式是：

$$a_n=\frac{(n+1)^2-n}{n+1}=1+\frac{n^2}{n+1}$$

（3）先观察数列的前 4 项的分母是项数与项数加上 1 的积，分子是项数的算术平方根。又数列的奇数项为负，偶数项为正。因此这个数的一个通项公式是：

$$a_n=(-1)^n\frac{\sqrt{n}}{n(n+1)}$$

◆练习 1.1◆

1．（口答）已知下列数列$\{a_n\}$的通项公式，说出它的前 5 项：

（1）$a_n=n^2-1$　　（2）$a_n=10n$

（3）$a_n=5\times(-1)^{n+1}$　　（4）$a_n=1+(-1)^n$

2．观察下面数列的特点，用适当的数填空，并写出一

个通项公式：

（1）2，4，（　），8，10，（　），14

（2）2，4，（　），16，32，（　），128，（　）

（3）（　），4，9，16，25，（　），49

（4）（　），4，3，2，1，（　），-1，（　）

（5）1，$\sqrt{2}$，（　），2，$\sqrt{5}$，（　），$\sqrt{7}$

3．写出数列的一个通项公式，使它的前 4 项分别是下列各数：

（1）2，4，6，8

（2）15，25，35，45

（3）$-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，$-\frac{1}{8}$，$\frac{1}{16}$

（4）$1-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$，$\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$

§1.2　等差数列及其通项公式

考察上一节中提到过的数列

$$4，5，6，7，8，9，10$$

容易发现，这个数列有这样的特点：从第 2 项起，每一项与它的前一项的差都等于 1。

一般地，如果一个数列从第 2 项起，每一项与它前一项的差等于同一个常数，这个数列就叫做等差数列，这个常数叫做等差数列的公差，通常用字母 d 表示。例如，数列

$$1，3，5，7，\cdots \quad 与 \quad 5，0，-5，-10，\cdots$$

都是等差数列，它们的公差分别是 2 与-5。

想一想

（1）公差是零的等差数列有什么特点？

（2）如果等差数列a_1，a_2，a_3，…，a_n的公差是 d，那么等差数列a_n，a_{n-1}，…，a_2，a_1的公差是什么？

如果一个数列

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n,\ \cdots$$

是等差数列，它的公差是 d，那么

$$a_2 = a_1 + d$$
$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$
$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$$

……

由此可知等差数列$\{a_n\}$的通项公式是

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

如果一个等差数列$\{a_n\}$的首项是 1，公差是 2，那么将它们代入通项公式，就得到等差数列$\{a_n\}$的通项公式是

$$a_n = 1 + (n-1)2$$
$$a_n = 2n - 1$$

在等差数列的通项公式中，含有 4 个量a_1，d，n，a_n，已知其中任意 3 个量，就可以求出第 4 个量。

【例 1】　指出下列数中的等差数列，并分别求出公差和通项公式：

（1）1，5，9，13，17，…

（2）1，4，16，64，256，…

（3）2，2，2，2，…

（4）1，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{5}$，…

（5）$1\frac{1}{2}$，$2\frac{1}{3}$，$3\frac{1}{4}$，$4\frac{1}{5}$，…

（6）$-\frac{1}{2}$，0，$\frac{1}{2}$，1，$1\frac{1}{2}$，…

解：根据等差数列的定义可知：式（1）、式（3）、式（6）是等差数列。

（1）d=4，$a_n = 4n - 3$

（3）$d=0$，$a_n=2$

（6）$d=\dfrac{1}{2}$，$a_n=\dfrac{1}{2}n-1$

【例 2】 求等差数列 3，1，-1，-3，-5，…的第 20 项。

解：由 $a_1=3$，$d=1-3=-2$，$n=20$ 代入通项公式得

$$a_{20}=a_1+(20-1)d=3+19\times(-2)=-35$$

【例 3】 等差数列-5，-9，-13，-17，…的第几项是-401？

解：$a_n=-401$，$a_1=-5$，$d=-4$，代入通项公式得

$$-401=-5+(n-1)\times(-4)$$

即 $4n+1=401$

$$n=100$$

【例 4】 已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_3=-4$，$a_6=2$，求第 10 项。

解：根据题意，可得方程组：

$$\begin{cases}a_1+2d=-4\\a_1+5d=2\end{cases}\qquad 解得\begin{cases}a_1=-8\\d=2\end{cases}$$

因此，$a_{10}=-8+9\times2=10$

练一练

在等差数列中，根据下列条件，求公差 d:

（1）$a_3=6$，$a_8=16$

（2）$a_7=-10$，$a_{20}=3$

（3）$a_{35}=-\dfrac{1}{2}$，$a_{40}=-\dfrac{1}{5}$

【例 5】 已知 3 个数成等差数列，它们的和为 12，它们的积为 60，求这 3 个数。

解：根据题意，可设这 3 个数为：

$a-d$，a，$a+d$（d 为公差）

则

$$\begin{cases}(a-d)+a+(a+d)=12 & ① \\ (a-d)\cdot a\cdot(a+d)=60 & ②\end{cases}$$

由①得：$a=4$，又由②得：$d=\pm1$，因此所求的 3 个数为 3，4，5 或 5，4，3。

◆练习 1.2◆

1．填空题（求下列各等差数列的公差）

（1）−5，−7，−9，…　　则 d=________；

（2）1，$\frac{1}{2}$，0，…　　则 d=________；

（3）$\sqrt{3}-\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{3}+\sqrt{2}$，…　则 d=________。

2．填空题

（1）已知等差数列 3，7，11，…则 a_n=________；

（2）已知等差数列 11，6，1，…则 a_n=________；

（3）在等差数列 10，8，6，…中，−10 是第______项。

3．在等差数列$\{a_n\}$中，已知 3 个量，将未知量填入下面空格中：

量 / 题次	a_1	d	n	a_n	／
（1）		2	15	−10	／
（2）	5		26	105	／
（3）	−45	3		45	／
（4）	5.2	0.4	43		／