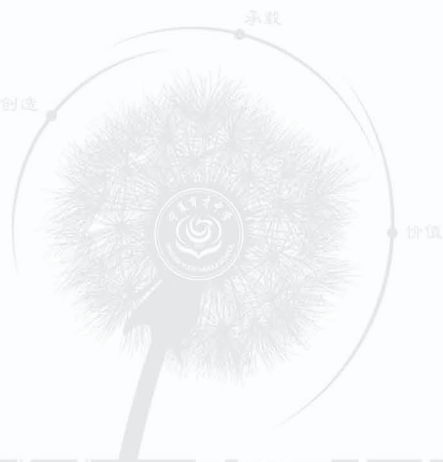




宁夏育才中学系列教材辅导丛书



# 育才学案

GAO ZHONG SHU XUE

## 高中数学

必修1 (人教版)

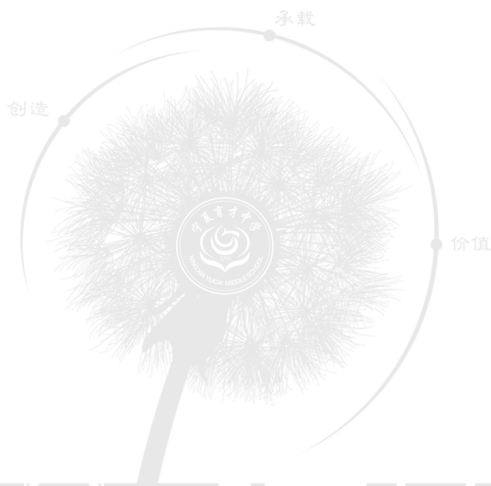
丛书主编 杨 静  
分册主编 马瑞娟



黄河出版传媒集团  
宁夏人民教育出版社



宁夏育才中学系列教材辅导丛书



# 育才学案

## 高中数学

必修1 (人教版)

丛书主编 杨 静  
分册主编 马瑞娟



黄河出版传媒集团  
宁夏人民教育出版社

## 编委会

丛书主编 杨 静

丛书副主编 赵晓龙 开有珍

分册主编 马瑞娟

编 委 陈 岚 马海荣 尹淑卯

### 图书在版编目(CIP)数据

育才学案. 高中数学. 必修 1: 人教版 / 杨静主编;  
马瑞娟分册主编. --银川: 宁夏人民教育出版社,  
2015.8

ISBN 978-7-5544-1289-3

I. ①育… II. ①杨… ②马… III. ①中学数学课—  
高中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 200312 号

育才学案 高中数学必修 1 (人教版)

杨 静 丛书主编  
马瑞娟 分册主编

责任编辑 孔 畅 贾珊珊

装帧设计 段 韬

责任印制 殷 戈

黄河出版传媒集团 出版发行  
宁夏人民教育出版社

地 址 宁夏银川市北京东路 139 号出版大厦(750001)

网 址 [www.yrpubm.com](http://www.yrpubm.com)

网上书店 [www.hh-book.com](http://www.hh-book.com)

电子邮箱 [jiaoyushe@yrpubm.com](mailto:jiaoyushe@yrpubm.com)

邮购电话 0951-5014284

经 销 全国新华书店

印刷装订 宁夏大地国泰印刷有限公司

印刷委托书号 (宁) 0017354

开 本 880 mm × 1230 mm 1/16

字 数 170 千字

版 次 2015 年 8 月第 1 版

印 张 6.5

印 次 2015 年 8 月第 1 次印刷

印 数 2800 册

书 号 ISBN 978-7-5544-1289-3/G·3046

定 价 8.69 元

版权所有 翻印必究

亲爱的同学们：

在学习的过程中，面对浩瀚的知识海洋，你是否有过这样的感觉：

——当老师布置了一些预习的内容之后，勤奋好学的你捧起课本便看了起来，可由于教材内容的高度概括性，有些知识你难以理解。

——课堂上你感觉已经听得很明白了的一些内容，课后你在巩固与迁移运用时，有些知识却怎么也不听调遣。

——因为课堂内容的不断增加，你所学知识容易零散化，善于学习的你想系统地归纳所学内容，但常常感到力不从心。

——刚刚学过的知识需要及时巩固，但浩如烟海的练习缺乏针对性，很少有与教材内容完全同步的习题，更少有切合你的学习需求的辅助资料。

这些时候，你是多么希望能有一位“导师”和“帮手”，给你指点迷津、解惑答疑，帮你归纳要点或梳理知识、总结方法啊……

随着高中新课程改革的不断深入，高中学生迫切需要从被动接受向主动学习转变。宁夏育才中学经过近十年的研究与实践，针对较为特殊的生源特点，借助“学生发展指导”课题的深入开展，在学生学习指导方面积累了宝贵的成功经验，在实践中也取得了一定的成效。为满足我校学生学习的实际需求，我们本着“授人以渔”的原则，特意为同学们编写了《育才学案》系列丛书。

丛书遵循“学生在学习中需要什么，我们就提供什么”的基本思路，在课标解读、目标导航、探索研究、要点归纳、基础巩固、好题推荐、拓展提高等诸多方面，突破了传统意义上的习题模式，努力成为一种学习资源汇编和学习方法指引相结合的综合性较强的辅助资料。

这是一套你自己能够看得懂、学得会，能用于课前预习和课后复习，适合自学和训练巩固的教材辅导书，是为你的学习精心构筑的一个互动平台，有了它，相信你的诸多学习问题都会迎刃而解。

“天道酬勤，汗水凝金。”真诚地希望本丛书能成为你学习的良师益友，帮助你解答学习中的疑难问题，点燃你的学习热情，激发你的学习动力，为你的持续进步助力。

杨 静

二〇一五年八月

# 目 录

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 第一章 集合与函数概念 .....          | 1  |
| 1.1 集合 .....               | 1  |
| 1.1.1 集合的含义与表示 .....       | 1  |
| 1.1.2 集合间的基本关系 .....       | 5  |
| 1.1.3 集合的基本运算 .....        | 9  |
| 第 1 课时 并集和交集 .....         | 9  |
| 第 2 课时 补集 .....            | 12 |
| 1.2 函数及其表示 .....           | 15 |
| 1.2.1 函数的概念 .....          | 15 |
| 1.2.2 函数的表示法 .....         | 20 |
| 第 1 课时 函数的表示法 .....        | 20 |
| 第 2 课时 分段函数与映射 .....       | 24 |
| 1.3 函数的基本性质 .....          | 29 |
| 1.3.1 单调性与最大(小)值 .....     | 29 |
| 第 1 课时 函数的单调性 .....        | 29 |
| 第 2 课时 函数的最大(小)值 .....     | 33 |
| 1.3.2 函数的奇偶性 .....         | 37 |
| 第一章单元测评 .....              | 42 |
| 第二章 基本初等函数(I) .....        | 45 |
| 2.1 指数函数 .....             | 45 |
| 2.1.1 指数与指数幂的运算 .....      | 45 |
| 第 1 课时 根式 .....            | 45 |
| 第 2 课时 指数幂及其运算 .....       | 48 |
| 2.1.2 指数函数及其性质 .....       | 51 |
| 第 1 课时 指数函数的图象和性质 .....    | 51 |
| 第 2 课时 指数函数的图象及性质的应用 ..... | 55 |

|                            |        |
|----------------------------|--------|
| 2.2 对数函数 .....             | 58     |
| 2.2.1 对数与对数的运算 .....       | 58     |
| 第 1 课时 对数 .....            | 58     |
| 第 2 课时 对数的运算 .....         | 61     |
| 2.2.2 对数函数及其性质 .....       | 64     |
| 第 1 课时 对数函数的图象和性质 .....    | 64     |
| 第 2 课时 对数函数的图象及性质的应用 ..... | 68     |
| 2.3 幂函数 .....              | 72     |
| 第二章单元测评 .....              | 76     |
| <br>第三章 函数的应用 .....        | <br>79 |
| 3.1 函数与方程 .....            | 79     |
| 第 1 课时 方程的根与函数的零点 .....    | 79     |
| 第 2 课时 用二分法求方程的近似解 .....   | 82     |
| 3.2 函数模型及其应用 .....         | 85     |
| 第 1 课时 几类不同增长的函数模型 .....   | 85     |
| 第 2 课时 函数模型应用实例 .....      | 90     |
| 第三章单元测评 .....              | 95     |

# 第一章 集合与函数概念

## 1.1 集 合

### 1.1.1 集合的含义与表示

#### 学习目标

1. 通过实例了解集合的含义,会判断一些对象的全体能否构成一个集合;
2. 掌握元素与集合的“属于”关系,并能用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”来表示;
3. 能选择自然语言,图形语言,集合语言(列举法和描述法)描述不同的具体问题.

#### 预习检测

##### 1. 集合的概念:

(1)含义:一般地,我们把\_\_\_\_\_统称为元素,把一些元素组成的\_\_\_\_\_叫做集合(简称为集).

(2)集合的性质:\_\_\_\_\_,\_\_\_\_\_,\_\_\_\_\_.

(3)集合的相等:只要构成两个集合的\_\_\_\_\_是一样的,即这两个集合中的元素完全相同,就称这两个集合相等.

##### 2. 元素与集合的关系:

(1)属于:如果元素  $a$  \_\_\_\_\_ 集合  $A$  中的元素,就说元素  $a$  \_\_\_\_\_ 集合  $A$ ,记为  $a$  \_\_\_\_\_  $A$ .

(2)不属于:如果元素  $b$  \_\_\_\_\_ 集合  $A$  中的元素,就说元素  $b$  \_\_\_\_\_ 集合  $A$ ,记为  $b$  \_\_\_\_\_  $A$ .

##### 3. 常用数集的记法:

$N$  表示\_\_\_\_\_; $N^*$ (或  $N_+$ )表示\_\_\_\_\_; $Z$  表示\_\_\_\_\_; $Q$  表示\_\_\_\_\_;

$R$  表示\_\_\_\_\_.

##### 4. 集合的表示方法:

(1)自然语言表示法:用\_\_\_\_\_语言形式来表示集合的方法,如小于 5 的实数组成的集合.

(2)字母表示法:用一个大写\_\_\_\_\_表示集合,如  $A, B, C$  等;用小写拉丁字母表示元素,如  $a, b, c$  等.

(3)列举法:把集合的\_\_\_\_\_一一列举出来,并用花括号“ $\{ \}$ ”括出来表示集合的方法叫做列举法,例如  $A = \{a, b, c\}$ .

(4)描述法:用集合所含元素的共同特征表示集合的方法,表示形式为在花括号内先写上表示这个元素的及\_\_\_\_\_,再画上一条竖线,在竖线后写出这个元素所具有的\_\_\_\_\_.  
例如  $A = \{x | 6 - 2x > 0\}$ .

## 典例剖析

## 题型一、集合的概念

例 1: 下列各组对象不能组成集合的是( ).

A. 大于 6 的所有整数

B. 高中数学的所有难题

C. 被 3 除余 2 的所有整数

D. 函数  $y = \frac{1}{x}$  图象上所有的点

解析: B 不满足集合的确定性.

答案: B

点拨: 集合中的元素必须满足如下性质:

确定性: 指的是只要一个集合确定, 则某一个元素属于或不属于这个集合是确定的, 要么是该集合中的元素, 要么不是, 二者必居其一.

互异性: 指的是对于一个确定的集合, 它的任何两个元素都是不同的.

无序性: 集合中的元素是没有顺序的, 比如集合  $\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$ .

变式 1: 下列条件能形成集合的是( ).

A. 充分小的负数全体

B. 爱好足球的人

C. 中国的富翁

D. 某公司的全体员工

## 题型二、元素与集合的关系及集合中元素互异性的应用

例 2: (1) 已知  $A = \{x | 6 - 2x > 0\}$ , 则下列各式正确的是( ).

A.  $4 \in A$

B.  $3 \in A$

C.  $0 \in A$

D.  $-3 \notin A$

(2) 含有两个实数的集合 A 可以表示为  $\{2a-4, 3a+2\}$ , 求实数 a 满足的条件.

解析: (1)  $A = \{x | x < 3\}$  由于  $4 > 3; 3 = 3; 0 < 3; -3 < 3$ .

答案: C

(3) 根据集合中元素的互异性, 由  $2a-4 \neq 3a+2$ , 得到  $a \neq -6$ . 答案: 实数 a 满足的条件为  $a \neq -6$ .

点拨: (1) 研究元素与集合的关系, 应先明确集合是由怎样的元素组成, 然后再判断所给对象是否为集合中的元素.

(2) 用列举法表示的集合, 其默认的条件是集合中的元素各不相同, 也即元素之间要互异.

变式 2: 已知集合  $A = \{x | x + a < 2x\}$  且  $-1 \in A$ , 则有( ).

A.  $a > -1$

B.  $a < -1$

C.  $a < 0$

D.  $a = -1$

## 题型三、集合的表示方法

例 3: (1) 已知集合  $M = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{6}{1+x} \in \mathbb{Z}\right\}$ , 用列举法表示 M;

(2)  $M = \{(x, y) | x + y = 4, x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*\}$ , 用列举法表示 M;

(3) 所有正偶数组成的集合, 用描述法表示该集合;

(4) 不等式  $4x - 6 < 5$  的解集, 用描述法表示该集合.

解析: (1)  $\because x \in \mathbb{N}$ , 且  $\frac{6}{1+x} \in \mathbb{Z}$ ,

$\therefore 1+x = 1, 2, 3, 6$ ,



$$\therefore x=0,1,2,5, \therefore M=\{0,1,2,5\}.$$

$$(2) \because x+y=4, x \in \mathbf{N}^*, y \in \mathbf{N}^*,$$

$$\therefore \begin{cases} x=1, \\ y=3, \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=2, \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x=3, \\ y=1. \end{cases}$$

$$\therefore M=\{(1,3),(2,2),(3,1)\}.$$

$$(3) \text{文字描述法: } \{x|x \text{ 是正偶数}\}; \text{符号描述法: } \{x|x=2n, n \in \mathbf{N}^*\}.$$

$$(4) \{x|4x-6 < 5, x \in \mathbf{R}\}.$$

**点拨:**用列举法与描述法表示集合时,一要明确集合中的元素;二要明确元素满足的条件;三要根据集合中元素的个数来选择适当的方法表示集合.

**变式 3:**用合适的方法表示该集合:

$$(1) A=\{x||x| \leq 2, x \in \mathbf{Z}\};$$

$$(2) \text{方程 } x^2+2=0 \text{ 的解的集合};$$

$$(3) \text{函数 } y=2x+3 \text{ 的图象上的点集}.$$

### 限时训练 (时间:40 分钟)

1. 下列语句能确定是一个集合的是( ).

A. 著名的科学家

B. 留长发的女生

C. 2010 年广州亚运会比赛项目

D. 视力差的男生

2. 集合 A 只含有元素 a, 则下列各式正确的是( ).

A.  $0 \in A$

B.  $a \in A$

C.  $a \in A$

D.  $a = A$

3. 集合  $\{(x,y)|y=2x-1\}$  表示( ).

A. 方程  $y=2x-1$

B. 平面直角坐标系中的所有点组成的集合

C. 点  $(x,y)$

D. 函数  $y=2x-1$  图象上的所有点组成的集合

4. 已知 M 中有三个元素可以作为某一个三角形的边长, 则此三角形一定不是( ).

A. 直角三角形

B. 锐角三角形

C. 钝角三角形

D. 等腰三角形

5. 已知集合  $A$  是由  $0, m, m^2-3m+2$  三个元素组成的集合, 且  $2 \in A$ , 则实数  $m$  为( ).

A. 2

B. 3

C. 0 或 3

D. 0, 2, 3 均可

6. 下列语句:

①  $0$  与  $\{0\}$  表示同一个集合;

② 由  $1, 2, 3$  组成的集合可表示为  $\{1, 2, 3\}$  或  $\{3, 2, 1\}$ ;

③ 方程  $(x-1)^2(x-2)^2=0$  的所有解的集合可表示为  $\{1, 1, 2\}$ ;

④ 集合  $\{x|4 < x < 5\}$  可以用列举法表示. 正确的是( ).

A. 只有①和④

B. 只有②和③

C. 只有②

D. 以上语句都不对

7. 已知集合  $A = \left\{ a \mid \frac{6}{5-a} \in \mathbf{N}^* \right\}$ , 则  $A =$  \_\_\_\_\_.

8. 集合  $A$  中含有三个元素  $0, 1, x$ , 且  $x^2 \in A$ , 则实数  $x$  的值为 \_\_\_\_\_.

9. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

$-\sqrt{2}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$

$-3$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$

$-1$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$

$\pi$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$

10. 下列可以作为方程组  $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=-1 \end{cases}$  的解集的是 \_\_\_\_\_ (填序号).

①  $x=1, y=2$ ;

②  $\{1, 2\}$ ;

③  $\{(1, 2)\}$ ;

④  $\{(x, y)|x=1 \text{ 或 } y=2\}$ ;

⑤  $\{(x, y)|x=1 \text{ 且 } y=2\}$ ;

⑥  $\{(x, y)|(x-1)^2+(y-2)^2=0\}$ .

11. 用另一种方法表示下列集合.

(1)  $\{ \text{绝对值不大于 } 2 \text{ 的整数} \}$ ;

(2)  $\{ \text{能被 } 3 \text{ 整除, 且小于 } 10 \text{ 的正数} \}$ ;

(3)  $\{ x|x=|x|, x < 5 \text{ 且 } x \in \mathbf{Z} \}$ ;

(4)  $\{ (x, y)|x+y=6, x \in \mathbf{N}^*, y \in \mathbf{N}^* \}$ .

12. 若集合  $A = \{ x|x=3n+1, n \in \mathbf{Z} \}$ ,  $B = \{ x|x=3n+2, n \in \mathbf{Z} \}$ ,  $M = \{ x|x=6n+3, n \in \mathbf{Z} \}$ . 若  $m \in M$ , 问是否存在  $a \in A$ ,  $b \in B$ , 使得  $m=a+b$ ? 若存在请求出  $m$  的值, 若不存在请说明理由.

### 尝试高考 & 能力检测

1. 已知  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $A = \{(x, y) | ax - y \leq 3\}$  且  $(2, 1) \in A$ ,  $(1, -4) \notin A$ , 则满足条件的  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

2. 对于  $a, b \in \mathbb{N}_+$ , 现规定:

$$a * b = \begin{cases} a+b & (a \text{ 与 } b \text{ 的奇偶性相同}) \\ a \times b & (a \text{ 与 } b \text{ 的奇偶性不同}) \end{cases}, \text{ 集合 } M = \{(a, b) | a * b = 36, a, b \in \mathbb{N}_+\}.$$

(1) 用列举法表示  $a, b$  奇偶性不同时的集合  $M$ ;

(2) 当  $a$  与  $b$  的奇偶性相同时集合  $M$  中共有多少个元素?

## 1.1.2 集合间的基本关系

### 学习目标

1. 掌握两个集合之间的包含关系和相等关系,并能正确的判断;
2. 了解 Venn 图的含义,会用 Venn 图表示两个集合间的关系;
3. 了解空集的含义及其性质.

### 预习检测

1. 子集:一般地,对于两个集合  $A, B$ , 如果集合  $A$  中\_\_\_\_\_元素都是集合  $B$  中的元素,我们就说这两个集合有\_\_\_\_\_,称集合  $A$  为集合  $B$  的子集,记作\_\_\_\_\_(或\_\_\_\_\_),读作“\_\_\_\_\_”(或“\_\_\_\_\_”).
2. 集合相等:如果集合  $A$  是集合  $B$  的子集( $A \subseteq B$ ),且\_\_\_\_\_,此时,集合  $A$  与集合  $B$  中的元素是一样的,因此集合  $A$  与集合  $B$  相等,记作\_\_\_\_\_.
3. 真子集:如果集合  $A \subseteq B$ , 但存在元素  $x \in B$ , 且  $x \notin A$ , 我们称集合  $A$  是集合  $B$  的\_\_\_\_\_记作  $A$ \_\_\_\_\_  $B$ (或  $B$ \_\_\_\_\_  $A$ ).
4. 空集:不含任何元素的集合叫做\_\_\_\_\_,记作\_\_\_\_\_.
5. \_\_\_\_\_是任何集合的子集, \_\_\_\_\_是任何非空集合的真子集.

### 典例剖析

#### 题型一、写出给定集合的子集

例 1: (1) 写出集合  $\{0, 1, 2\}$  的所有子集,并指出其中哪些是它的真子集;

(2) 填写下表,并回答问题.



| 原集合         | 子集 | 子集的个数 |
|-------------|----|-------|
| $\emptyset$ |    |       |
| $\{a\}$     |    |       |
| $\{a,b\}$   |    |       |
| $\{a,b,c\}$ |    |       |

由此猜想:含  $n$  个元素的集合  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  的所有子集的个数是多少? 真子集的个数及非空真子集的个数呢?

**解析:** (1) 不含任何元素的集合:  $\emptyset$ ;

含有一个元素的集合:  $\{0\}, \{1\}, \{2\}$ ;

含有两个元素的集合:  $\{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}$ ;

含有三个元素的集合:  $\{0,1,2\}$ .

故集合  $\{0,1,2\}$  的所有子集为  $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, \{0,1,2\}$ .

其中除去集合  $\{0,1,2\}$  (即集合本身), 剩下的都是  $\{0,1,2\}$  的真子集.

(2)

| 原集合         | 子集                                                                     | 子集的个数 |
|-------------|------------------------------------------------------------------------|-------|
| $\emptyset$ | $\emptyset$                                                            | 1     |
| $\{a\}$     | $\emptyset, \{a\}$                                                     | 2     |
| $\{a,b\}$   | $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}$                                     | 4     |
| $\{a,b,c\}$ | $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}$ | 8     |

这样, 含  $n$  个元素的集合  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  的所有子集的个数是  $2^n$ , 真子集的个数是  $2^n - 1$ , 非空真子集的个数是  $2^n - 2$ .

**点拨:** (1) 分类讨论是写出所有子集的有效方法, 一般按集合中元素个数的多少来划分, 遵循由少到多的原则, 做到不重不漏.

(2) 集合  $A$  中有  $n$  个元素, 则集合  $A$  有  $2^n$  个子集, 有  $(2^n - 1)$  个真子集,  $(2^n - 2)$  个非空真子集.

变式 1: (1) 已知集合  $M = \{x \in \mathbb{Z} | -3 < x \leq 1\}$ , 则它的真子集的个数为 \_\_\_\_\_ 个.

(2) 已知集合  $M$  满足  $\{1,2\} \subseteq M \subseteq \{1,2,3,4,5\}$ , 求集合  $M$  及其个数.

## 题型二、判断集合间的关系

例 2: 已知集合  $M = \{x|x^2+x-6=0\}$ ,  $N = \{x|2x+7>0\}$ , 试判断集合  $M$  与  $N$  的关系.

解析: 由题意可得:  $M = \{-3, 2\}$ ,  $N = \{x|x > -\frac{7}{2}\}$

因为  $-3 \in N$ ,  $2 \in N$ , 且  $0 \in N$ ,  $0 \notin M$ , 所以  $M \subseteq N$ .

点拨: 判断两个集合间的关系时, 先要明确集合中的元素, 再根据有关定义来判断.

变式 2: (1) 已知  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $N = \{1, 4\}$ , 则有( ).

A.  $M > N$ B.  $N \subseteq M$ C.  $N \in M$ D.  $M = N$ 

(2) 若集合  $A = \{x|x = \frac{k}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$ , 集合  $B = \{x|x = \frac{k}{6}, k \in \mathbb{Z}\}$ , 则  $A$  与  $B$  的关系是( ).

A.  $A \supseteq B$ B.  $A \supset B$ C.  $A = B$ D.  $A \subseteq B$ 

(3) 设集合  $A = \{1, -2, a^2-1\}$ ,  $B = \{1, a^2-3a, 0\}$ , 若  $A=B$ , 求实数  $a$  的值.

## 题型三、已知两个集合间的关系, 求参数的取值范围

例 3: 已知集合  $A = \{x|-3 \leq x \leq 4\}$ ,  $B = \{x|2m-1 < x < m+1\}$ , 且  $B \subseteq A$ . 求实数  $m$  的取值范围.

解析:  $\because B \subseteq A$ ,

①当  $B = \emptyset$  时,  $m+1 \leq 2m-1$ , 解得  $m \geq 2$ .

②当  $B \neq \emptyset$  时, 有 
$$\begin{cases} -3 \leq 2m-1 \\ m+1 \leq 4 \\ 2m-1 < m+1 \end{cases},$$

解得  $-1 \leq m < 2$ , 综上得  $m \geq -1$ .

点拨: 已知两个集合间的关系, 求参数的取值范围, 要注意以下几个步骤:

(1) 分析集合关系时, 首先要分析、简化每个集合;

(2) 此类问题通常借助数轴, 利用数轴分析法, 将各个集合在数轴上表示出来, 以形定数, 还要注意验证端点值, 做到准确无误, 一般含“=”用实心点表示, 不含“=”用空心点表示;

(3) 此类问题还应注意“空集”这一“陷阱”, 尤其是集合中含有字母参数时, 初学者会想当然认为非空集合而丢解, 因此分类讨论思想是必须的.

变式 3: 已知集合  $A = \{x|1 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{x|1 \leq x \leq a, a \geq 1\}$ .

(1) 若  $A \subseteq B$ , 求  $a$  的取值范围;

(2) 若  $A \supseteq B$ , 求  $a$  的取值范围.

## 限时训练 (时间: 40 分钟)

1. 下列命题, 其中正确的个数是( ).

(1) 空集没有子集

(2) 任何集合至少有两个子集

(3) 空集是任何集合的真子集

(4) 若  $\emptyset \subset A$  时, 则  $A \neq \emptyset$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

2. 设集合  $A=\{x|1\leq x\leq 2\}$ ,  $B=\{x|x\geq a\}$ , 若  $A\subseteq B$ , 则  $a$  的值为( ).

- A.  $a<1$                       B.  $a\leq 1$                       C.  $a<2$                       D.  $a\leq 2$

3. 已知集合  $A=\{x|a-1\leq x\leq a+2\}$ ,  $B=\{x|3<x<5\}$ , 则能使  $A\subseteq B$  成立的实数  $a$  的取值范围是( ).

- A.  $\{a|3<a\leq 4\}$                       B.  $\{a|3\leq a\leq 4\}$                       C.  $\{a|3<a<4\}$                       D.  $\emptyset$

4. 已知集合  $M=\{x|x=m+\frac{1}{6}, m\in\mathbb{Z}\}$ ,  $N=\{x|x=\frac{n}{2}-\frac{1}{3}, n\in\mathbb{Z}\}$ , 则集合  $M$ 、 $N$  之间的关系是( ).

- A.  $M=N$                       B.  $M\subsetneq N$                       C.  $N\subseteq M$                       D.  $N\subsetneq M$

5. 在以下六个写法中: (1)  $\{0\}\in\{0,1\}$ ; (2)  $\emptyset\subseteq\{0\}$ ; (3)  $\{0,-1,1\}\subseteq\{-1,0,1\}$ ; (4)  $0\in\emptyset$ ; (5)  $\mathbb{Z}=\{\text{整数}\}$ ; (6)  $\{(0,0)\}=\{0\}$ , 其中错误写法的个数是( ).

- A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6

6. 已知集合  $A=\{x|x^2-2x-3=0\}$ ,  $B=\{x|ax-1=0\}$ , 若  $B\subseteq A$ , 则实数  $a$  的值构成的集合是( ).

- A.  $\{-1, 0, \frac{1}{3}\}$                       B.  $\{-1, 0\}$                       C.  $\{-1, \frac{1}{3}\}$                       D.  $\{0, \frac{1}{3}\}$

7. 已知集合  $A=\{2, 9\}$ , 集合  $B=\{1-m, 9\}$ , 且  $A=B$ , 则实数  $m=$ \_\_\_\_\_.

8. 若  $\{x|2x-a=0, a\in\mathbb{N}\}\subseteq\{x|-1<x<3\}$ , 则  $a$  的所有取值组成的集合为\_\_\_\_\_.

9. 设  $M=\{x|x^2-1=0\}$ ,  $N=\{x|ax-1=0\}$ , 若  $N\subseteq M$ , 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

10. 已知方程  $ax^2+4x+3=0$  的解集为单元素集, 则实数  $a=$ \_\_\_\_\_.

11. 设集合  $A=\{1, a, b\}$ ,  $B=\{a, a^2, ab\}$ , 且  $A=B$ , 求实数  $a$ 、 $b$  的值.

12. 设  $S$  是非空集合, 且满足两个条件: (1)  $S\subseteq\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ; (2) 若  $a\in S$  则  $5-a\in S$ ; 那么  $S$  的个数是多少?

### 尝试高考 & 能力检测

1. 集合  $A=\{0, 1, 2\}$  的子集个数为\_\_\_\_\_.

2. 设集合  $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B=\{4, 5, 6, 7, 8\}$ , 则满足  $S\subseteq A$  且  $S\cup B\neq\emptyset$  的集合  $S$  为( ).

- A. 57                      B. 56                      C. 49                      D. 8

## 1.1.3 集合的基本运算

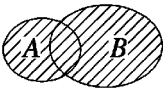
## 第1课时 并集和交集

## 学习目标

1. 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集;
2. 能使用 Venn 图表达集合的关系及运算,体会直观图示对理解抽象概念的作用.

## 预习检测

## 1. 并集和交集的概念及其表示

|    | 文字语言                                                   | 符号语言                                    | 图形语言                                                                                |
|----|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 并集 | 由属于集合 A _____ 属于集合 B 的所有元素组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 _____. | $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ . |  |
| 交集 | 由属于集合 A _____ 集合 B 的所有元素组成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 _____.   | $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ . |  |

## 2. 并集和交集的重要性质

对于任意集合 A、B,

- (1)  $A \cup A = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A \cup \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2)  $A \cap A = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A \cap \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (3)  $A \cap B = A \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $A \cup B = A \Leftrightarrow \underline{\hspace{2cm}}$ .

## 典例剖析

## 题型一、两个集合的并集运算

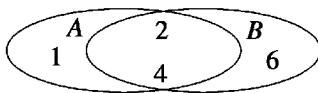
例 1:(1)已知集合  $A = \{1, 2, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$ , 则  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2)设集合  $A = \{x | x + 1 > 0\}$ ,  $B = \{x | -2 < x < 2\}$ , 求  $A \cup B$ .

解析:(1)借助于 Venn 图或结合数轴分析两个集合元素分布情况,有利于直观求解.

$$\therefore A = \{1, 2, 4\}, B = \{2, 4, 6\},$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4, 6\}, \text{如图.}$$



答案:  $\{1, 2, 4, 6\}$

(2)先求出集合  $A = \{x | x > -1\}$ , 在数轴上标出集合 A、B,

$$\therefore A \cup B = \{x | x < 2\}.$$

**点拨:**求两个集合的并集是指两个集合的所有元素组成的集合.首先要将两个集合化为最简形式,然后可以用直接观察、借助 Venn 图、利用数轴分析等方法写出两个集合的并集.

变式 1:若集合  $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$ ,  $N = \{x | x < -5, \text{或 } x > 5\}$ , 则  $M \cup N = \underline{\hspace{2cm}}$ .

## 题型二、两个集合的交集运算

例 2:(1) 设集合  $A = \{x | x \in \mathbf{N}, x \leq 4\}$ ,  $B = \{x | x \in \mathbf{N}, x > 1\}$ , 求  $A \cap B$ .

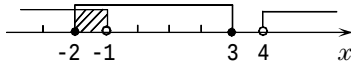
(2)若集合  $A=\{x|-2\leq x\leq 3\}$ ,  $B=\{x|x<-1, \text{或 } x>4\}$ , 则  $A\cap B=$ \_\_\_\_\_.

解析:(1) $\because A=\{x|x\in\mathbb{N}, x\leq 4\}=\{0,1,2,3,4\}$ ,  $B=\{x|x\in\mathbb{N}, x>1\}$ ,

$$\therefore A\cap B=\{2,3,4\}.$$

(2)如图所示,

$$\therefore A\cap B=\{x|-2\leq x<-1\}.$$



答案:(1) $A\cap B=\{2,3,4\}$ . (2) $\{x|-2\leq x<-1\}$ .

点拨:求两个集合的交集是指两个集合的公共元素组成的集合.首先要将两个集合化为最简形式,然后借助 Venn 图、利用数轴写出交集.

变式 2:若  $A=\{x|-2\leq x\leq 3\}$ ,  $B=\{x|x>a\}$ , 求  $A\cap B$ .

### 题型三、交集并集性质的应用

例 3:设集合  $A=\{-2\}$ ,  $B=\{x|ax+1=0\}$ , 若  $A\cap B=B$ , 求实数  $a$  的值.

解析:根据  $A\cap B=B$ ,  $A=\emptyset$  可知  $B\subseteq A$ ,

(1)当  $a=0$  时,  $B=\emptyset$ , 则  $\emptyset\subseteq A$

(2)当  $a\neq 0$  时  $B=\{-\frac{1}{a}\}$  若使  $B\subseteq A$ , 则  $-\frac{1}{a}=-2$ , 即  $a=\frac{1}{2}$

综上所述:  $a=0$  或  $a=\frac{1}{2}$ .

答案:  $a=0$  或  $a=\frac{1}{2}$ .

点拨:在利用两个集合的交集与并集的性质解题时,我们常借助交集与并集的定义和集合间的关系去分析.当题设中隐含有空集参与的集合关系时,其特殊性容易被忽视,所以一定要养成分类讨论的习惯.

变式 3:设集合  $A=\{1,-2\}$ ,  $B=\{x|ax+1=0\}$ , 若  $A\cap B=B$ , 求实数  $a$  的值.

### 限时训练 (时间:40 分钟)

1. 已知集合  $A=\{x|(x-1)(x+2)=0\}$ ,  $B=\{x|(x+2)(x-3)=0\}$ , 则集合  $A\cup B$  是( ).

A.  $\{-1,2,3\}$

B.  $\{-1,-2,3\}$

C.  $\{1,-2,3\}$

D.  $\{1,-2,-3\}$

2. 设集合  $A=\{x|x>-1\}$ ,  $B=\{x|-2<x<2\}$ ,  $A\cup B$  等于( ).

A.  $\{x|x>-2\}$

B.  $\{x|x>-1\}$

C.  $\{x|-2<x<-1\}$

D.  $\{x|-1<x<2\}$

3. 若集合  $A=\{x|x-2<x<1\}$ ,  $B=\{x|0<x<2\}$ , 则集合  $A\cap B=$ ( ).

A.  $\{x|-1<x<1\}$

B.  $\{x|-2<x<1\}$



C.  $\{x|-2 < x < 2\}$

D.  $\{x|0 < x < 1\}$

4. 若集合  $A = \{1, 4, x\}$ ,  $B = \{1, x^2\}$ ,  $A \cup B = \{1, 4, x\}$  则满足条件的实数  $x$  的个数是( ).

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 已知  $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$ ,  $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$ , 则  $A \cap B =$  ( ).

A.  $\{2, 1\}$ B.  $(1, 2)$ C.  $\{(1, 2)\}$ D.  $\{(2, 1)\}$ 

6. 下列四个推理: ①  $a \in (A \cup B) \Rightarrow a \in A$ ; ②  $a \in (A \cap B) \Rightarrow a \in (A \cup B)$ ;

③  $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$ ; ④  $A \cup B = A \Rightarrow A \cap B = B$ .

其中正确的个数是( ).

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

7. 若集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x | x < -1, \text{ 或 } x > 4\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

8. 设集合  $A = \{x | x \geq 5\}$ ,  $B = \{x | m \leq x\}$ , 且  $A \cap B = \{x | 5 \leq x \leq 6\}$ , 则实数  $m =$  \_\_\_\_\_.

9. 某班有学生 55 人, 其中音乐爱好者 34 人, 体育爱好者 43 人, 还有 4 人既不爱好体育也不爱好音乐, 则班级中即爱好体育又爱好音乐的有 \_\_\_\_\_ 人.

10. 已知,  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2\}$  定义集合  $A, B$  之间的运算“ $*$ ”,

$A * B = \{x | x = x_1 + x_2, x_1 \in A, x_2 \in B\}$ , 则集合  $A * B$  的最大元素是 \_\_\_\_\_.

11. 求满足条件  $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$  的集合  $M$  的个数, 并列举出可能的  $M$ .

12. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ,  $B = \{x | mx - 1 = 0\}$ , 且  $A \cap B = B$ , 求由实数  $m$  所构成的集合  $M$ .

### 尝试高考 & 能力检测

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x = 0\}$ ,  $B = \{0, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( ).

A.  $\{0\}$ B.  $\{0, 1\}$ C.  $\{0, 2\}$ D.  $\{0, 1, 2\}$ 

2. 已知集合  $A = \{x | x > 2\}$ ,  $B = \{x | 1 < x < 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( ).

A.  $\{x | x > 2\}$ B.  $\{x | x > 1\}$ C.  $\{x | 2 < x < 3\}$ D.  $\{x | 1 < x < 3\}$