上海市教辅畅销品牌

新高考 新思路

XINGAOKAO XINSILU FUDAO YU XUNLIAN

辅导与训练

主编 卜照泽 郝莉莉

数学 SHUXUE

高中二年级第二学期

上海科学技术出版社

新高考新思路

辅导与训练

数学

高中二年级第二学期

主编 卜照泽 郝莉莉

上海科学技术出版社

内容提要

《新高考新思路辅导与训练　数学　高中二年级第二学期》一书依据上海市二期课改数学学科课程标准，并根据2017年新高考综合改革方案，适应课程标准和高考要求的变化编写而成. 全书按课时编写，每课时由要点归纳、疑难分析、基础训练、拓展训练四部分组成，每若干课时设置一个阶段训练. 力求通过典型例题的辅导和精选习题的训练，帮助学生牢固掌握数学基础知识，及时消化所学知识内容，克服学习上的困难，提高数学成绩.

图书在版编目(CIP)数据

新高考新思路辅导与训练. 数学. 高中二年级. 第二学期 / 卜照泽，郝莉莉主编. —上海：上海科学技术出版社，2017.1
ISBN 978-7-5478-3358-2

Ⅰ. ①新…　Ⅱ. ①卜…②郝…Ⅲ. ①中学数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第275377号

责任编辑　杨铮园　王韩欢

新高考新思路辅导与训练　数学　高中二年级第二学期
主编　卜照泽　郝莉莉

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社　出版
(上海钦州南路71号　邮政编码200235)
上海世纪出版股份有限公司发行中心发行
200001　上海福建中路193号　www. ewen. co
常熟兴达印刷有限公司印刷
开本787×1092　1/16　印张10
字数215千字
2017年1月第1版　2017年1月第1次印刷
ISBN 978-7-5478-3358-2/G・730
定价：27.00元

出 版 说 明

上世纪90年代初，上海科学技术出版社约请了上海教材主编和一些著名中学的资深教师推出《辅导与训练》丛书，涉及数学、物理、化学等出版社的优势学科. 这套丛书在使用过程中，经多次修订改版，一直以"辅导得当、训练有素"而深受广大师生的青睐，已经成为上海市场的品牌教辅.

本世纪初，为适应上海"二期课改"的需要，我社根据新课标教材，又推出了《新教材辅导与训练》丛书，同样受到读者肯定. 随后推出的《新思路辅导与训练》丛书也受到了广泛好评. 现在，我社在总结各版优点的基础上，根据2017年起高考综合改革方案的实施，适应课程标准和高考要求的变化，特别是从2017年起，高考数学不再文理分科，对本套丛书进行再次修订，旨在帮助学生理解"新高考"涉及的知识内容（基本知识、基本技能和相关的重点、难点），克服学习上的困难，增长自学能力，提高学科素养.

《新高考新思路辅导与训练　数学　高中二年级第二学期》是以《上海市中学数学课程标准》和现行教材为依据编写，内容紧密围绕"新高考"，专为高中二年级学生而精心设计编写. 本书在整体上以课时为单位进行编写，每课时由要点归纳、疑难分析、基础训练、拓展训练四部分组成，每若干课时设置一个阶段训练，每章后设置本章复习题. 做到课课有辅导，课后有训练.

【要点归纳】 用简练的几句话归纳本课时学习的要点知识，方便学生归纳、复习.

【疑难分析】 根据教学需要精选典型例题，例题讲解细致，

分析透彻,层次鲜明,旨在将疑难问题的解决置于"润物细无声"的境地,让读者通过研读例题做到举一反三,提高解题能力.

【基础训练】 针对本课时的教学内容,为每个知识点或思想方法编写基础性题目.在习题的内容、数量上都以精选为标准,力图使学生在最短的时间内掌握基础知识,使有关教学内容得以巩固和落实.

【拓展训练】 在落实基础的前提下,挑选一些贴近学生实际要求的综合性题目,提高学生的学习积极性,拓展学习视界,提高解题技巧,挑战思维能力.

【阶段训练】 每四到五课时设置一个,可作为学生的周末作业,也可以作为教师的每周测试使用.

本书由七宝中学卜照泽老师和郝莉莉老师担任主编,其中第11章由郝莉莉老师编写,第12章由卜照泽老师编写,第13章由两人合写.本书的编写老师均活跃在教学第一线,他们把握教学内容的标准,了解教学节奏的急缓,特别知道学生的需求.

为初、高中师生提供适用而又有指导意义的辅导书,是我们一贯的心愿,也是当前教学的需要.对于我们所做的努力和尝试,诚挚地期望广大读者给予批评和指正.

上海科学技术出版社
2016年12月

目　录

第 11 章　坐标平面上的直线

11.1(1)　直线的点方向式方程

要点归纳

1. 理解直线的方向向量的概念，会利用向量刻画直线的方向特征.
2. 能根据已知条件求出直线的点方向式方程.
3. 理解直线方程的解与直线上点坐标之间的关系.

疑难分析

例 1　写出直线 $y=-2x-4$ 的一个方向向量________.

解　任取直线上两点 $A(0,\ -4)$，$B(-2,\ 0)$，它的一个方向向量是 $\vec{d}=\overrightarrow{AB}=(-2,\ 4)$，而 $\vec{d}'=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(-1,\ 2)$ 也是它的一个方向向量.

说明　一条直线的方向向量有无数多个.

例 2　已知△ABC 的三个顶点的坐标分别为 $A(3,\ 1)$，$B(-1,\ 3)$，$C(1,\ -5)$，求 BC 边上的中线所在直线的点方向式方程.

解　设线段 BC 的中点为 $M(x_M,\ y_M)$，则 $\begin{cases} x_M=\dfrac{(-1)+1}{2}=0, \\ y_M=\dfrac{3+(-5)}{2}=-1, \end{cases}$ 即求 AM 所在直线的点方向式方程.

$A(3,\ 1)$，$M(0,\ -1)$，则 AM 所在直线的一个方向向量为 $\overrightarrow{MA}=(3,\ 2)$.

所以，AM 所在直线(即 BC 边上的中线)的点方向式方程为 $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{2}$.

说明　此问题转化为求过已知两点的直线的点方向式方程.

基础训练

1. 过点 $(-3,\ 4)$，一个方向向量是 $(2,\ 3)$ 的直线的点方向式方程是________________.

2. 过点 $P(3,\ -1)$ 且与 $\vec{d}=(2,\ 5)$ 平行的直线 l 的点方向式方程是________________.

3. 经过两点 $A(1, 2)$，$B(4, 1)$的直线的点方向式方程是________________.

4. 直线 $y=2x+3$ 的一个方向向量是________.

5. 点 $P(x, -2)$在 $A(-1, 1)$，$B(1, 7)$两点所连的直线上，则 $x=$________.

6. 直线 l 的方程为 $\dfrac{2x+1}{-2}=\dfrac{y+3}{3}$，则直线 l 的一个方向向量可以是(　　).

A. $(-2, 3)$　　B. $(3, -2)$　　C. $(-1, 3)$　　D. $(3, -1)$

7. 下列命题正确的有(　　).

①直线的方向向量是唯一的；②经过点 $P(x_0, y_0)$且与向量 $\vec{d}=(u, v)$ 平行的直线 l 的点方向式方程为 $\dfrac{x-x_0}{u}=\dfrac{y-y_0}{v}$；③直线 $y=10$ 的一个方向向量是$(1, 0)$.

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

8. 已知点 $A(-1, 2)$，$B(3, 4)$，$C(1, -3)$，求经过点 C 且与直线 AB 平行的直线 l 的点方向式方程.

9. 已知：$\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(1, 2)$，$B(4, -1)$，$C(6, 5)$. 求

(1) AB 边所在直线的点方向式方程；　　(2) AB 边上的中垂线的点方向式方程.

拓展训练

10. 在第 9 题所述的$\triangle ABC$ 中，若过点 A 作直线 l，将$\triangle ABC$ 的面积分成 $1:2$ 两部分，求直线 l 的点方向式方程.

11. 过点 $A(1, 4)$作直线 l，使其在两坐标轴的截距分别为 a，$b(a>0, b>0)$，求 $a+b$ 最小时，直线 l 的点方向式方程.

11.1(2)　直线的点法向式方程

要点归纳

1. 理解直线的法向量的概念,会利用向量刻画直线的方向特征.

2. 能根据已知条件求出直线的点法向式方程.

疑难分析

例 1　写出直线 $y=-2x-4$ 的一个法向量________.

解法一　此直线的一个方向向量是 $\vec{d}=(-2,\ 4)$,设它的法向量为$\vec{n}$,则$\vec{n}\perp\vec{d}$,可取 $\vec{n}=(2,\ 1)$,也可取 $\vec{n}=(4,\ 2)$ 等.

解法二　设直线过点 $P(x_0,\ y_0)$,一个法向量 $\vec{n}=(a,\ b)$,则直线点法向式方程为 $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$,所以此直线 $2x+y+4=0$ 的一个法向量 $\vec{n}=(2,\ 1)$.

说明　(1)一条直线的法向量有无数多个;(2)利用方向向量与法向量互相垂直,建立彼此间相互转化关系;(3)根据直线点法向式方程本身特征可求它的法向量.

例 2　已知正方形 $ABCD$ 的两个顶点 $A(2,\ 3)$, $B(-2,\ 1)$,求边 AD 所在直线的点法向式方程.

解　直线 AD 过点 $A(2,\ 3)$,且一个法向量为 $\overrightarrow{AB}=(-4,\ -2)$,则 $-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(2,\ 1)$ 也是它的一个法向量.

所以,直线 AD 的点法向式方程为 $2(x-2)+(y-3)=0$.

说明　在正方形 $ABCD$ 中,$AB\perp AD$,所以$\overrightarrow{AB}$是直线 AD 的一个法向量,从而可写出直线 AD 的点法向式方程.

基础训练

1. 过点$(5,\ -1)$,一个法向量是 $\vec{n}=(2,\ 3)$ 的直线的点法向式方程是________________.

2. 已知两点 $A(2,\ -3)$, $B(6,\ 5)$,则线段 AB 的中垂线的点法向式方程是____________.

3. 若直线 l 经过两点 $A(-1,\ -3)$, $B(1,\ m+5)$,且它的一个法向量 $\vec{n}=(6,\ -1)$,则 m 的值是________.

4. 直线 $y=3x+5$ 的一个法向量是 $\vec{n}=(6,\ 3m+4)$,则 m 的值是________.

5. 若直线 l 过点 $P(3,\ -4)$,且它的法向量与直线 $y=2x+1$ 的法向量平行,则直线 l 的点法向式方程是____________.

6. 直线 l 经过点 $P(2,\ 3)$,且一个方向向量是 $\vec{d}=(3,\ 1)$,则直线的点法向式方程是(　　).

A. $3(x-2)+(y-3)=0$　　　　B. $-(x-2)+3(y-3)=0$

C. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-3}{1}$　　　　D. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-3}{3}$

7. 若 $\vec{n}_1=(1,2)$，$\vec{n}_2=(-2,1)$，且$\vec{n}_1$，$\vec{n}_2$ 分别是直线 l_1：$(b-a)x-ay-a=0$，l_2：$4bx-ay+b=0$ 的法向量，则 a，b 的值分别可以是(　　).

A. 2，1　　B. 1，2　　C. -1，2　　D. -2，1

8. 已知：$\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(1,2)$，$B(4,-1)$，$C(6,5)$. 求 AB 边上的高所在直线的点法向式方程.

9. 已知直线 l 与过点 $A(7,4)$，$B(-5,6)$的直线垂直，且过线段 $P(-2,1)$，$Q(2,-3)$的中点，求直线 l 的点法向式方程.

10. 已知：直线 l 经过点 $P(3,0)$，且它的方向向量是直线 $2x+y-5=0$ 的法向量，求直线 l 的点法向式方程.

拓展训练

11. 已知：直线 l：$y=-\dfrac{2}{3}x+2$，绕着它与 x 轴的交点逆时针旋转 $90°$，得到直线 l'，求直线 l'的点法向式方程.

11.1(3)　点方向式方程和点法向式方程的综合应用

要点归纳

1. 掌握直线的点方向式方程和点法向式方程.
2. 理解直线方程的解与直线上点坐标之间的关系.

疑难分析

例　已知：四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，$A(0,\ 3)$，$B(-1,\ 0)$，$C(3,\ 0)$ 且 $AB \parallel CD$，求梯形各边所在直线的方程.

解　l_{AB} 过点 A，一个方向向量是 $(1,\ 3)$，则 l_{AB}：$\dfrac{x-0}{1}=\dfrac{y-3}{3}$，即 $3x-y+3=0$；

l_{BC} 过点 B，一个方向向量是 $(1,\ 0)$，则 l_{BC}：$y=0$；

l_{CD} 过点 C，一个方向向量是 $(1,\ 3)$，则 l_{CD}：$\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-0}{3}$，即 $3x-y-9=0$.

设点 D 的坐标为 $(a,\ b)$，由于点 D 在直线 l_{CD} 上，且 $|AD|=|BC|$，则

$$\begin{cases}3a-b-9=0,\\ \sqrt{(a-0)^2+(b-3)^2}=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{16}{5},\\ b=\dfrac{3}{5}\end{cases}\text{或}\begin{cases}a=4,\\ b=3\end{cases}$$

（此时四边形 $ABCD$ 是平行四边形，舍去），所以点 D 的坐标是 $\left(\dfrac{16}{5},\ \dfrac{3}{5}\right)$.

l_{AD} 过点 A，一个方向向量是 $(4,\ -3)$，则 l_{AD}：$\dfrac{x-0}{4}=\dfrac{y-3}{-3}$，即 $3x+4y-12=0$.

说明　求一条直线方程需要两个条件：一是找到这条直线经过的一个已知点；二是找到这条直线的一个方向向量或者一个法向量.

基础训练

1. 过点 $P(5,\ -2)$，且垂直于向量 $\vec{n}=(2,\ 3)$ 的直线的点法向式方程是____________.

2. 直线 l_1：$2x-3y+3=0$，那么直线 l_1 的一个方向向量 $\vec{d}_1$ 为____________；l_2 过点 $(2,\ 1)$，并且 l_2 的一个方向向量 $\vec{d}_2$ 满足 $\vec{d}_1\cdot\vec{d}_2=0$，则 l_2 点方向式方程是____________.

3. 直线 l 的一个方向向量 $\vec{d}=(-1,\ 3)$，且经过 $A(2,\ 1)$，$B(4,\ m)$ 两点，则 m 的值是________.

4. 直线 l：$ax-3y-1=0$ 过点 $(2,\ 1)$，则直线 l 的一个法向量是 $\vec{n}=$________.

5. 已知:$A(-1, 6)$, $B(5, 2)$,过点 $P(-2, 3)$ 且与直线 AB 垂直的直线的点法向式方程为________________.

6. 已知直线 l_1:$(2-a)x+y-1=0$ 和 l_2:$ax+(2a-3)y+3=0$,则“$a=3$”是“直线 l_1 的法向量是直线 l_2 的方向向量”的(　　).

A. 充分非必要条件　　　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既非充分也非必要条件

7. 若直线 $ax+by+c=0$ 过点 $P(x_0, y_0)$,则此直线的方程可写成(　　).

A. $a(x-x_0)-b(y-y_0)=0$　　　　B. $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$

C. $b(x-x_0)-a(y-y_0)=0$　　　　D. $b(x-x_0)+a(y-y_0)=0$

8. 已知:$\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(1, 4)$, $B(5, -4)$, $C(-1, -2)$. 求与 AC 边平行的中位线 DE 所在直线的方程.

9. 已知:四边形 $ABCD$ 是矩形,$A(2, 1)$,且两条对角线的交点为 $(3, 3)$,边 AB 与向量 $\vec{n}=(1, -1)$ 垂直,求矩形四边所在直线的方程.

拓展训练

10. 已知$\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(-1, 1)$, $B(5, 2)$, $C(3, 5)$,若直线 $l \parallel AB$,且平分$\triangle ABC$ 的面积,求直线 l 的方程.

11.2(1) 直线的倾斜角和斜率

要点归纳

1. 了解直线的倾斜角和斜率的概念.
2. 掌握直线的倾斜角、斜率与直线的方向向量三者之间的关系.
3. 掌握直线的点斜式方程.

疑难分析

例 1 直线 l 过点 $A(1, 2)$，$B(m, 3)$，求直线 l 的倾斜角.

解 当 $m \neq 1$ 时，$k = \dfrac{1}{m-1}$，所以 $\alpha = \begin{cases} \arctan \dfrac{1}{m-1} & (m > 1), \\ \dfrac{\pi}{2} & (m = 1), \\ \pi + \arctan \dfrac{1}{m-1} & (m < 1). \end{cases}$

说明 本题考查了直线的斜率和倾斜角的概念. 一般地，若斜率 k 不存在，则倾斜角 $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$；若斜率 $k \geqslant 0$ 时，则倾斜角 $\alpha = \arctan k$；若斜率 $k < 0$ 时，则倾斜角 $\alpha = \pi + \arctan k$.

例 2 直线 l 过点 $P(-2, 3)$，且与两轴围成的三角形面积为 4，求直线 l 的方程.

解 由题意知，直线 l 的斜率存在且不为 0. 设直线 $l: y - 3 = k(x+2)$.

设此直线与 x 轴、y 轴的交点分别为 A，B，则

点 A，B 的坐标分别为 $\left(-\dfrac{3}{k}-2, 0\right)$，$(0, 2k+3)$.

因此面积为 $\dfrac{1}{2}\left|\left(-\dfrac{3}{k}-2\right)(2k+3)\right| = 4$，

即 $\left(\dfrac{3}{k}+2\right)(2k+3) = \pm 8$.

若 $\left(\dfrac{3}{k}+2\right)(2k+3) = 8$，得

$$4k^2 + 4k + 9 = 0,\ \Delta = 4^2 - 4 \times 4 \times 9 < 0, \text{无解；}$$

若 $\left(\dfrac{3}{k}+2\right)(2k+3) = -8$，得

$$4k^2 + 20k + 9 = 0.$$

解方程，得 $k = -\dfrac{1}{2}$ 或 $k = -\dfrac{9}{2}$.

所以，直线 l：$y-3=-\dfrac{1}{2}(x+2)$，即 $x+2y-4=0$；

或直线 l：$y-3=-\dfrac{9}{2}(x+2)$，即 $9x+2y+12=0$.

说明　利用直线的点斜式确定直线的方程，常需要先确定它的斜率，此时可以把斜率 k 作为未知数引入待定.

基础训练

1. 直线 l 的一个方向向量 $\vec{d}=(3,\sqrt{3})$，则直线 l 的倾斜角是________，直线的斜率是________.

2. 直线 l 过两点 $A(-1,5)$，$B(0,2)$，则直线 l 的倾斜角是________，直线的斜率是____.

3. 过点 $(1,2)$，且倾斜角是 $\dfrac{2\pi}{3}$ 的直线的点斜式方程是__________.

4. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(2,3)$，$B(4,-1)$，$C(-2,-9)$，若点 D，E 分别是边 AB，AC 的中点，则线段 DE 所在直线的点斜式方程是________.

5. 如果直线沿 x 轴负方向平移 3 个单位，再沿 y 轴正方向平移 1 个单位后，又回到原来的位置，那么此直线的斜率是____.

6. 已知直线 l 过点 $(-2,1)$，且倾斜角是 $\dfrac{\pi}{2}$，则直线 l 的方程是（　　）.

A. $x+y+1=0$　　　　B. $y=-\dfrac{1}{2}x$

C. $x+2=0$　　　　D. $y-1=0$

7. 设直线的斜率 $k\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$，则该直线的倾斜角 α 满足（　　）.

A. $-\dfrac{\pi}{4}\leqslant\alpha\leqslant\dfrac{\pi}{4}$

B. $\dfrac{\pi}{4}\leqslant\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ 或 $\dfrac{\pi}{2}<\alpha\leqslant\dfrac{3\pi}{4}$

C. $0\leqslant\alpha\leqslant\dfrac{\pi}{4}$ 或 $\dfrac{3\pi}{4}\leqslant\alpha<\pi$

D. $0\leqslant\alpha\leqslant\dfrac{\pi}{4}$ 或 $\dfrac{3\pi}{4}\leqslant\alpha\leqslant\pi$

8. 直线 l 过点 $(3,4)$，且它的倾斜角是直线 l'：$4x-2y+3=0$ 的 2 倍，求直线 l 的点斜式方程.

9. 已知直线 l 过点 $P(1, m)$，与 x 轴、y 轴分别交于 A，B 两点，若 P 恰为 AB 中点，求此直线的斜率和倾斜角.

拓展训练

10. 求直线 $x+y\sin\alpha+2=0$ $(\alpha\in\mathbf{R})$ 的倾斜角 θ 的取值范围.

11. 已知直线 l 过点 $P(2, 1)$，分别与 x 轴、y 轴的正半轴交于 A，B 两点. 求 $|PA|\cdot|PB|$ 取得最小值时直线的方程.

11.2(2)　直线方程的一般式

要点归纳

1. 掌握直线的一般式方程.

2. 掌握直线的一般式方程的系数与方向向量、法向量之间的关系.

疑难分析

例　已知点 $A(2,\ -3)$，点 $B(-3,\ -2)$，且直线 l：$kx-y-k+1=0$ 与线段 AB 有公共点，求实数 k 的取值范围.

解法一　直线 AB：$\dfrac{x-2}{-3-2}=\dfrac{y+3}{-2+3}$，即 $x+5y+13=0$.

联立方程组，得 $\begin{cases}x+5y+13=0,\\ kx-y-k+1=0.\end{cases}$

解方程组，得 $x=\dfrac{5k-18}{5k+1}$.

$\because -3\leqslant x\leqslant 2$，即 $-3\leqslant\dfrac{5k-18}{5k+1}\leqslant 2$.

解不等式，得 $k\leqslant -4$ 或 $k\geqslant\dfrac{3}{4}$.

解法二　直线 l 的方程可变形为 $y-1=k(x-1)$，所以直线 l 过定点 $C(1,\ 1)$. 由图 11－1 可知，

直线 BC 的斜率 $k_{BC}=\dfrac{1+2}{1+3}=\dfrac{3}{4}$，

直线 AC 的斜率 $k_{AC}=\dfrac{1+3}{1-2}=-4$，

所以，直线 l 的斜率需满足 $k\leqslant -4$ 或 $k\geqslant\dfrac{3}{4}$.

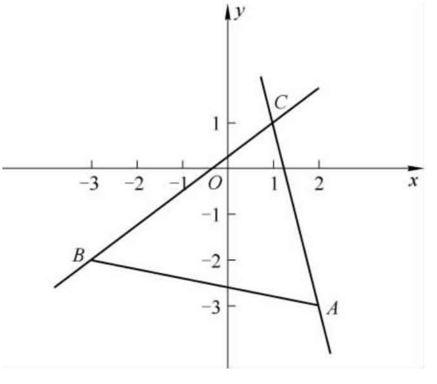

图　11－1

说明　解法一是先求出两条直线交点的横坐标，再根据交点横坐标的范围确定 k 的取值范围；解法二观察直线 l 与线段 AB 相交的图像，确定 k 的取值范围，相比解法一更直观、简洁. 这种“数形结合”的思想方法在解析几何中常常用到.

基础训练

1. 直线 $2x+3y+5=0$ 的一个方向向量是________，一个法向量是________，斜率是________，倾斜角是________.