

 “世少赛”(中国区)选拔赛指定专用教材

 海峡两岸数学邀请赛指定专用教材

本书特色

重点知识梳理一目了然；

精选典型例题，**举一反三**；

双基训练，帮您夯实数学基础；

能力提升，注重数学重难点训练；

拓展资源，开拓眼界，**助力奥赛夺冠！**

华东理工大学出版社



扫描关注官方微博

华东理工大学出版社



扫描关注官方微信

ISBN 978-7-5628-4095-4



9 787562 840954 >

定价：45.00元

“世少赛”(中国区)选拔赛指定专用教材

海峡两岸数学邀请赛指定专用教材



数学 尖子生

高分题库

从 课本双基 练到 奥数培优

NIANJI
八 年级

丛书主编：叶立军

本册主编：庞宇中

编者：庞宇中 程翠婷 程杏元 李昱茜 李亚辉
罗 强 高华岳 孟泽琪 肖金志

 华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

图书在版编目(CIP)数据

数学尖子生高分题库:从课本双基练到奥数培优. 八年级/庞宇中主编.

—上海:华东理工大学出版社,2015.1

(给力数学·数学尖子生高分题库/叶立军)

ISBN 978-7-5628-4095-4

I. ①数… II. ①庞… III. ①中学数学课—初中—习题集 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 264366 号

给力数学

数学尖子生高分题库:从课本双基练到奥数培优(八年级)

丛书主编 / 叶立军

本册主编 / 庞宇中

策划编辑 / 庄晓明

责任编辑 / 刘 婧

责任校对 / 成 俊

封面设计 / 袁幼华

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地 址:上海市梅陇路 130 号,200237

电 话:(021)64250306(营销部)

(021)64252718(编辑室)

传 真:(021)64252707

网 址:press.ecust.edu.cn

印 刷 / 常熟华顺印刷有限公司

开 本 / 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 / 18.5

字 数 / 452 千字

版 次 / 2015 年 1 月第 1 版

印 次 / 2015 年 1 月第 1 次

书 号 / ISBN 978-7-5628-4095-4

定 价 / 45.00 元

联系我们:电子邮箱 press@ecust.edu.cn

官方微博 e.weibo.com/ecustpress

淘宝官网 <http://shop61951206.taobao.com>



随着课程改革的不断深入,人人意识到学好数学的必要性,不同的人在学习数学上得到不同的发展等数学大众化的思想逐渐被人们所接受.在中学教育面临改革的背景下,初中数学教育也正面临着前所未有的挑战与变革.

无论如何变革,学好数学,对每位初中生而言都是有百利而无一害的.

如何学好初中数学?方法是关键.

本书在内容编排上,结合当前初中数学教与学中的难点,兼顾数学尖子生应对奥数竞赛的需求,设置了以下栏目:

【知识梳理】对每一讲所要掌握的知识点进行了提纲挈领的归纳总结(包括主要公式、定理和常用的数学思想方法),促使学生对本讲的知识体系有一个全局的了解与认识,做到胸有成竹,从而提高学习效率.

【典型例题】精选典型例题,进行深入分析,对每一道题的解题关键点都一一进行了解读.

【双基训练】本单元的基础题,立足于教材本身,通过针对性训练以使学生掌握基础知识和基本技能.

【能力提升】本单元的中档题,题目难度中等偏上,需要综合运用所学知识,适合中等程度的学生为挑战数学高分而学习.

【拓展资源】本单元的压轴题,面向数学尖子生,适合学有余力、准备参加奥数竞赛的学生研读.

本书具有以下特点:

(1)注重挖掘初中数学教材中的数学思想.初中数学教材主要包括以下几类数学思想:①转化思想;②方程思想;③数形结合思想;④函数思想;⑤整体思想;⑥分类讨论思想;⑦统计思想.同学们只要能够深入地理解上述思想方法,并能灵活地应用到具体的解题实践中,就能极大地提高解题能力.

(2)注重通过针对性训练,锻炼学生的八大数学能力.这些能力分别是:①基础运算能力;②逻辑思维能力;③空间想象能力;④数学语言表达能力;⑤将实际问题抽象为数学问题的能力;⑥数形结合相互转化的能力;⑦观察、实验、比较、猜想、归纳问题的能力;⑧研究、探讨问题的能力和创新能力.

由于水平有限,书中不足之处在所难免,笔者真诚地希望得到读者的建议.

编者

1	第 1 讲	三角形初步
9	第 2 讲	全等三角形
19	第 3 讲	等腰三角形
27	第 4 讲	直角三角形
37	第 5 讲	三角形综合
47	第 6 讲	一元一次不等式(组)
55	第 7 讲	平面直角坐标系
65	第 8 讲	一次函数
77	第 9 讲	一次函数综合
89	第 10 讲	二次根式
97	第 11 讲	一元二次方程
105	第 12 讲	一元二次方程的应用
113	第 13 讲	数据分析
125	第 14 讲	多边形与平行四边形
135	第 15 讲	反证法
143	第 16 讲	矩形
153	第 17 讲	菱形
161	第 18 讲	正方形
171	第 19 讲	四边形综合
183	第 20 讲	反比例函数
193	第 21 讲	反比例函数综合
203	第 22 讲	构造法
213	第 23 讲	分类讨论思想
219	第 24 讲	整体与转化思想
227	第 25 讲	数形结合思想
235	参考答案	

IDEA



第 1 讲 三角形初步



知识梳理

1. 三角形的定义

由三条不在同一直线上的线段，首尾依次相接组成的图形称为三角形。

2. 三角形的分类

三角形可以按内角的大小进行分类：

- (1) 三个内角都是锐角的三角形是锐角三角形。
- (2) 有一个内角是直角的三角形是直角三角形。
- (3) 有一个内角是钝角的三角形是钝角三角形。

3. 三角形三边性质

三角形任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边。

4. 三角形角的性质

三角形三个内角的和是 180° 。

三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和。

5. 三角形的角平分线

在三角形中，一个内角的角平分线与它的对边相交，这个角的顶点与交点之间的线段叫作三角形的角平分线。如图 1-1 所示， AD 是 $\triangle ABC$ 中的一条角平分线。

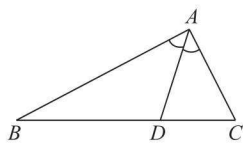


图 1-1

6. 三角形的中线

连接三角形的一个顶点与该顶点的对边中点的线段,叫作三角形的中线.如图1-2所示, AE 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线.

7. 三角形的高线

从三角形的一个顶点向它的对边所在的直线作垂线,顶点和垂足之间的线段叫作三角形的高线.如图1-3所示, AF 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高线.

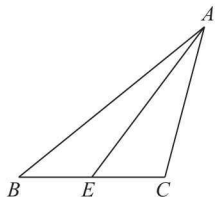


图 1-2

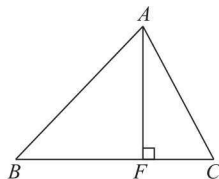


图 1-3

典型例题

例 1

三角形中最大的内角不能小于().

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

分析 三角形内角和 180° ,若最大角小于 60° ,则三角相加小于 180° .

解 C

例 2

三角形中有一边比第二条边长 3 厘米,这条边又比第三条边短 4 厘米,这个三角形的周长为 28 厘米,求最短边的长.

分析 不妨设第二条边为 x 厘米,则第一条边为 $(x+3)$ 厘米,第三条边为 $(x+7)$ 厘米,三边之和为 28 厘米,由此可以建立一个方程,求解出 x 的值即可.

解 设第二条边为 x 厘米,得

$$x + (x+3) + (x+7) = 28$$

$$x = 6$$

所以最短边为 6 厘米

例 3

钝角三角形的高在三角形外的条数是().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

分析 考查学生对三角形的中线、高线、角平分线的理解. 三角形的三条中线一定在三角形内部交于一点, 三角形的三条角平分线一定在三角形内部交于一点, 而高线则不一定.

解 C

例 4

如图 1-4 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $AC=8$, 则 BC 边上中线 AD 的取值范围为().

- A. $2 < AD < 14$ B. $1 < AD < 7$ C. $6 < AD < 8$ D. $12 < AD < 16$

分析 对于一个三角形来说, 我们已经知道两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边. 线段 AB 、线段 AC 、线段 AD 不在一个三角形中, 因此我们设法使其转化.

解 延长 AD 至点 E , 使得 $AD=DE$, 连接 BE

因为 $BD=CD$, $AD=ED$, $\angle BDE=\angle CDA$

所以 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$ (SAS)

所以 $BE=AC=8$

又因为 $AB=6$

所以 $2 < AE < 14$

所以 $1 < AD < 7$

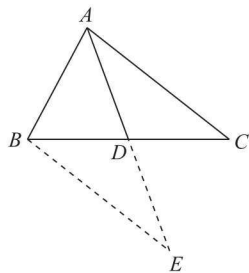


图 1-4

双基训练

1. 一个三角形最多有 _____ 个直角, 最多有 _____ 个锐角, 最多有有 _____ 个钝角.

2. 三角形的两边分别为 4 和 5, 第三边为 x , 则 x 的取值范围是 _____.

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=9$, $BC=2$, 并且 AC 为奇数, 那么 $\triangle ABC$ 的周长是 _____.

4. $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{3} \angle C$, 则三个内角分别为 _____.

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, $BC=5$, 则 _____ $< AC <$ _____.

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A - \angle B = 15^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, 则 $\angle A =$ _____, $\angle B =$ _____.

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 是 $\angle B$ 的 2 倍, $\angle C$ 比 $\angle A + \angle B$ 还大 12° , 则这个三角形是 _____ 三角形.

8. 小亮、小丽和小军三位同学同时测量 $\triangle ABC$ 的三边长. 小亮说: “三角形的周长是 11.” 小丽说: “有一条边长为 4.” 小军说: “三条边的长度是三个不同的整数.” 请你回答, 三边的长度应该是 _____.

9. 两根木棒的长分别是 2 厘米和 3 厘米, 要选择第三根木棒, 将它们钉成一个三角形框架, 且第三根木棒长 x (厘米) 是一个整数, 则 x 是_____.

10. 如图 1-5 所示, 图中的三角形有().

- A. 6 个 B. 8 个 C. 10 个 D. 12 个

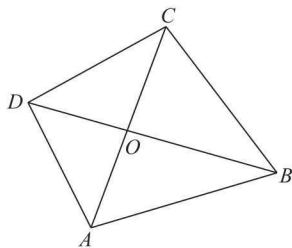


图 1-5

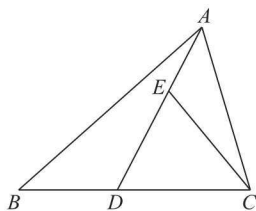


图 1-6

11. 如图 1-6 所示, 图中三角形的个数为().

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

12. $\triangle ABC$ 中, 三边长为 a, b, c , 且 $a > b > c$, 若 $b = 8, c = 3$, 则 a 的取值范围是().

- A. $3 < a < 8$ B. $5 < a < 11$ C. $8 < a < 11$ D. $6 < a < 10$

13. 两根木棒的长分别是 5 厘米和 7 厘米, 要选择第三根木棒, 将它们钉成一个三角形, 如果第三根木棒的长为偶数, 那么第三根木棒长的取值情况有().

- A. 3 种 B. 4 种 C. 5 种 D. 6 种

14. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长 a, b, c , 化简 $|a + b - c| - |b - a - c|$ 的结果是().

- A. $2a$ B. $-2b$ C. $2a + 2b$ D. $2b - 2c$

15. 已知一个三角形三个内角度数的比是 $1 : 5 : 6$, 则其最大内角的度数为().

- A. 60° B. 75° C. 90° D. 120°

16. 以下说法错误的是().

- A. 三角形的三条高一定在三角形内部交于一点
B. 三角形的三条中线一定在三角形内部交于一点
C. 三角形的三条角平分线一定在三角形内部交于一点
D. 三角形的三条高可能相交于外部一点

17. 若三角形的周长为 17, 且三边长都是正整数, 那么满足条件的三角形有多少个?

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{3}\angle C$, 那么 $\triangle ABC$ 是什么三角形?

19. 等腰三角形的周长为 19 厘米, 其中一边长为 4 厘米, 求其他各边长.

20. 如图 1-7 所示, $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle 1 = \angle B$. 试证明 CD 是 $\triangle ABC$ 的高.

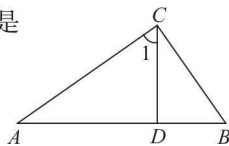


图 1-7

能力提升

21. 如图 1-8 所示, 在 $\triangle ABE$ 中, AE 所对的角是 _____, 在 $\triangle ADE$ 中, AD 是 _____ 的对边, 在 $\triangle ADC$ 中, AD 是 _____ 的对边.

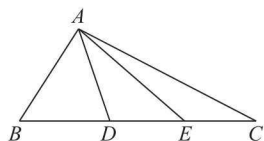


图 1-8

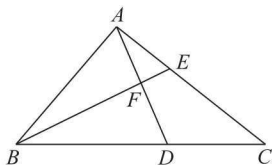


图 1-9

22. 如图 1-9 所示, 以 AB 为一边的三角形共有 _____ 个.

23. 如果一个三角形的三条高的交点恰好是这个三角形的一个顶点, 那么这个三角形是 ().

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 不能确定

24. 根据下列条件, 能确定三角形形状的是 ().

- (1) 最小内角是 20° ;
 (2) 最大内角是 100° ;
 (3) 最大内角是 89° ;
 (4) 三个内角都是 60° ;
 (5) 有两个内角都是 80° .

- A. (1)(2)(3)(4) B. (1)(3)(4)(5)
 C. (2)(3)(4)(5) D. (1)(2)(4)(5)

25. 如图 1-10 所示, 直线 DE 交 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 于 D, E , 交 BC 延长线于 F , 若 $\angle B = 67^\circ$, $\angle ACB = 74^\circ$, $\angle AED = 48^\circ$, 求 $\angle BDF$ 的度数.

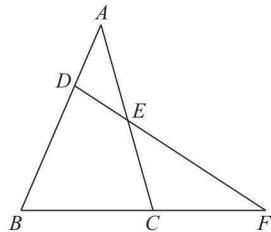


图 1-10

26. 如图 1-11 所示, BD 平分 $\angle ABC$, $DA \perp AB$, $\angle 1 = 60^\circ$, $\angle BDC = 80^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数.

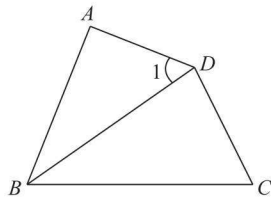


图 1-11

27. 如图 1-12 所示, $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 上的高, AE 平分 $\angle BAC$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, 求 $\angle DAE$ 与 $\angle AEC$ 的度数.

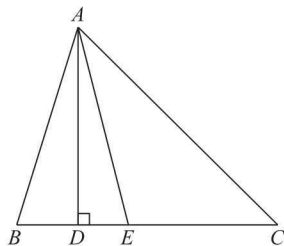


图 1-12

28. 如图 1-13 所示, 在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 一腰上的中线 BD 将这个等腰三角形的周长分为 15 和 6 两部分, 求该等腰三角形的腰长及底边长.

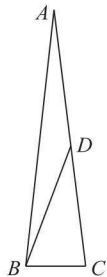


图 1-13

29. 如图 1-14 所示, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \parallel AB$, $DF \parallel AC$, EF 交 AD 于点 O . DO 是 $\triangle DEF$ 的角平分线吗? 如果是, 请证明; 如果不是, 请说明理由.

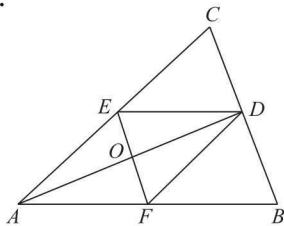


图 1-14

30. 一个零件的形状如图 1-15 所示, 按规定 $\angle A$ 应等于 90° , $\angle B$, $\angle D$ 应分别是 30° 和 20° , 李叔叔量得 $\angle BCD = 142^\circ$, 就断定这个零件不合格, 你能说出道理吗?

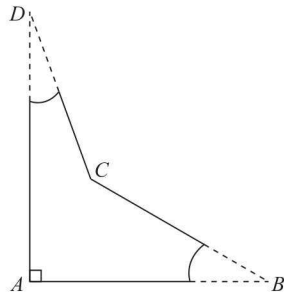


图 1-15

拓展资源

31. 已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边, 化简: $|a+b-c| + |b-c-a| - |c-a-b|$.

32. (1) 如图 1-16 所示, 求出 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 的度数.

(2) 如图 1-17 所示, 求出 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 的度数.

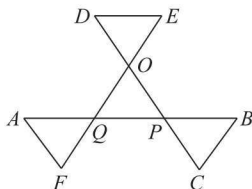


图 1-16

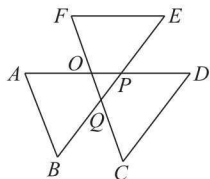


图 1-17

33. 如图 1-18 所示, BD, CD 分别是 $\triangle ABC$ 的两个外角 $\angle CBE, \angle BCF$ 的平分线, 试探索 $\angle D$ 与 $\angle A$ 之间的数量关系.

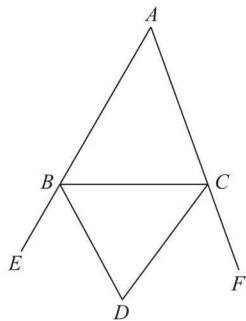


图 1-18

34. 如图 1-19 所示, BD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, CD 为 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACE$ 的平分线, 它们相交于点 D , 试探索 $\angle BDC$ 与 $\angle A$ 之间的数量关系.

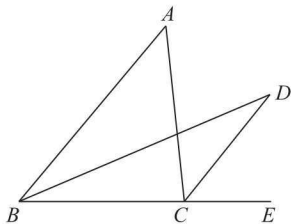


图 1-19

35. 已知 $\triangle ABC$ 中, AB 长为 5, BC 边上的中线 AD 长为 7, 求 AC 的取值范围.

IDEA



第 2 讲 全等三角形



知识梳理

1. 全等三角形的相关概念

能够重合的两个三角形叫作全等三角形.

两个全等三角形重合时,互相重合的顶点叫作全等三角形的对应顶点,互相重合的边叫作全等三角形的对应边,互相重合的角叫作全等三角形的对应角.

2. 全等三角形的判定和性质

由全等三角形的定义可以得到下面的性质:全等三角形的对应边相等,对应角相等.
全等三角形判定和性质见表 2-1.

表 2-1

	一般三角形
判定	边角边(SAS)、角边角(ASA)、角角边(AAS)、边边边(SSS)
性质	对应边相等,对应角相等; 对应中线、对应高、对应角平分线相等; 对应周长、面积相等

典型例题

例 1

如图 2-1 所示,点 A, E, B, D 在同一直线上,若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,则以下成立的有_____.

- ① $AC \parallel DF$;
- ② $BC = EF$;
- ③ $\angle 1 = \angle 2$;
- ④ $AE = BD$

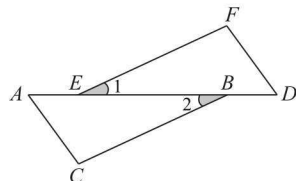


图 2-1

分析 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 则 $BC = EF, AB = DE, \angle 1 = \angle 2, \angle CAB = \angle FDE$. 因为 $\angle CAB = \angle FDE$, 则 $AC \parallel DF$; 因为 $AB = DE$, 则 $AE = BD$.

解 ①②③④

例 2

如图 2-2 所示, AD 平分 $\angle BAC$, $AC = AB + BD$, 求证: $\angle B = 2\angle C$.

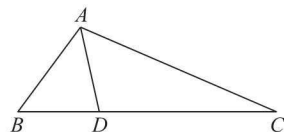


图 2-2

分析 根据 $AC = AB + BD$, 我们在 AC 上截取 AE , 使得 $AE = AB$. 这是几何证明中常用的方法——截长补短.

解 如图 2-3 所示, 在 AC 上取一点 E , 使得 $AE = AB$, 再连接 DE .

因为 AD 平分 $\angle BAC$

所以 $\angle BAD = \angle CAD$

又因为 $AE = AB$, $AD = AD$

所以 $\triangle ABD \cong \triangle AED$

所以 $BD = ED$, $\angle B = \angle AED$

又因为 $AC = AB + BD$, $AC = AE + EC$

所以 $EC = BD$

所以 $ED = EC$

所以 $\angle EDC = \angle C$

所以 $\angle AED = \angle EDC + \angle C = 2\angle C$, 即 $\angle B = 2\angle C$

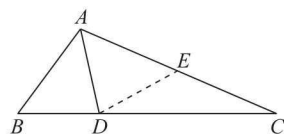


图 2-3

例 3

如图 2-4 所示, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 在三边上分别取点 D , E , F , 满足 $AD = BE = FC$.

(1) 试说明 $DE = EF$;

(2) 求 $\angle DEF$ 的度数.

分析 因为等边三角形三条边相等, $AD = BE = FC$, 所以 $BD = AF = CE$, 又因为 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$, 即可证 $\triangle BED \cong \triangle CFE$.

解 (1) 因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形

所以 $AB = BC = AC$, $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

又因为 $AD = BE = FC$, $BD = AB - AD$, $CE = BC - BE$

所以 $\triangle BED \cong \triangle CFE$ (SAS)

所以 $DE = EF$

(2) 因为 $\angle BED = \angle CFE$, $\angle CEF + \angle CFE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

所以 $\angle BED + \angle CEF = 120^\circ$

所以 $\angle DEF = 60^\circ$

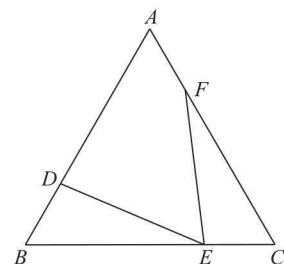


图 2-4

例 4

把两个含有 45° 角的直角三角板 (即 $\triangle ABC$ 与 $\triangle CDE$ 均为等腰直角三角形) 按如图 2-5 所示放置 (其中一组直角边重合), 先连接 BE , 再连接 AD 并延长交 BE 于点 F . 试说明 AF 与 BE 的关系.

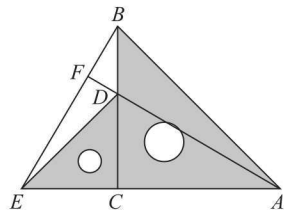


图 2-5

分析 找出 $\triangle CEB \cong \triangle CDA$ 这对全等三角形是关键,经等量代换得到 $\angle DEC = \angle BDF$.

解 $AF \perp BE$,理由如下:

因为 $CE = CE, CB = CA, \angle ECB = \angle DCA = 90^\circ$

所以 $\triangle CEB \cong \triangle CDA$ (SAS)

所以 $\angle BEC = \angle ADC$

又因为 $\angle ADC = \angle BDF$

所以 $\angle BEC = \angle BDF$

因为 $\angle BEC + \angle CBE = 90^\circ$

所以 $\angle BDF + \angle CBE = 90^\circ$

所以 $\angle BFD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

所以 $AF \perp BE$

双基训练

1. 根据下列已知条件,能唯一画出 $\triangle ABC$ 的是().

A. $AB = 3, BC = 4, AC = 8$

B. $AB = 4, BC = 3, \angle A = 30^\circ$

C. $\angle A = 60^\circ, \angle B = 45^\circ, AB = 4$

D. $\angle C = 90^\circ, AB = 6$

2. 下面四个命题:

① 两个三角形有两边及一角对应相等,则这两个三角形全等;

② 两个三角形有两角及一边对应相等,则这两个三角形全等;

③ 两个三角形的三条边分别对应相等,则这两个三角形全等;

④ 两个三角形的三个角分别对应相等,则这两个三角形全等.

其中真命题是().

A. ②③

B. ①③

C. ③④

D. ②④

3. 根据下列条件,能判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是().

A. $AB = DE, BC = EF, \angle A = \angle D$

B. $\angle A = \angle D, \angle C = \angle F, AC = EF$

C. $\angle B = \angle E, \angle A = \angle D, AC = EF$

D. $AB = DE, BC = EF, \angle B = \angle E$

4. 如图 2-6 所示,已知 $AB \parallel DC, AD \parallel BC, BE = DF$,图中全等三角形有().

A. 3 对

B. 4 对

C. 5 对

D. 6 对

5. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, $AB = A'B', \angle B = \angle B'$,补充条件后仍不一定能保证 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$,则补充的条件是().

A. $BC = B'C'$

B. $\angle A = \angle A'$

C. $AC = A'C'$

D. $\angle C = \angle C'$

6. 具有下列条件的两个三角形,可以证明它们全等的是().

A. 两角相等,且其对应角所对的边也相等

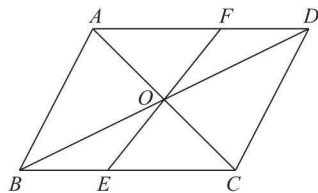


图 2-6