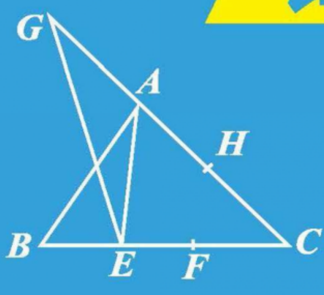
给力数学

GEILI MATHEMATICS

15招破解小升初数学压轴题锦囊秘笈



彭林◎编著

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

给力数学

GEILI MATHEMATICS

15招破解小升初数学压轴题锦囊秘笈

彭林 编著

华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS
·上海·

图书在版编目(CIP)数据

15招破解小升初数学压轴题:锦囊秘笈/彭林编著. —上海:华东理工大学出版社,2017.4

(给力数学)

ISBN 978-7-5628-4953-7

Ⅰ.①1… Ⅱ.①彭… Ⅲ.①小学数学课-题解-升学参考资料
Ⅳ.①G624.505

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第047947号

策划编辑 / 赵子艳
责任编辑 / 赵子艳
装帧设计 / 徐 蓉
出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司
地址:上海市梅陇路130号,200237
电话:021-64250306
网址:www.ecustpress.cn
邮箱:zongbianban@ecustpress.cn
印 刷 / 上海市崇明县裕安印刷有限公司
开 本 / 787mm×1092mm 1/32
印 张 / 3.75
字 数 / 89千字
版 次 / 2017年4月第1版
印 次 / 2017年4月第1次
定 价 / 16.80元

前 言

近几年各地的小升初名校招生(分班)考试竞争日趋激烈，小升初的数学试题也越来越难，对参加升学考试的小学生来说，必须全面认真地复习，才能闯过这一关口。

然而，虽然不少同学整天忙着做作业，什么“课后练习”“单元测试”“升学模拟”，手头资料一大堆，习题做了好几本，但学习成绩就是不提高，考试成绩不理想，这是为什么？

究其原因，就是没有吃透数学基本概念，没有掌握数学解题方法。吃透数学基本概念，是学好数学的根本保证；掌握数学解题方法，是攻克数学难题的有力武器。只有弄清数学基本概念，才能思路清晰，从容对答；只有掌握数学解题方法，才能触类旁通，举一反三。

为了帮助小学毕业生更好地闯过小升初名校招生（分班）考试中数学考试这一大关，本书为同学们提供了攻克小升初数学压轴题的必胜15招。相信同学们掌握了这些数学解题方法、技巧与策略，一定能“征服”小升初数学压轴题。有这些解题“招数”，不仅使解小升初数学压轴题快、简，而且更能出现“奇迹”，达到巧解，乃至一望而知。

希望同学们在使用本书的过程中，要先读题，认真思考，尽量不要去翻看解答过程。遇到实在解决不了的问题，解答过程可以作为参考，但之后务必再去独立写一遍，只有不断地这样举一反三，把一道题做深做透，才能达到事半功倍的效果。

解题多少固然重要，但更重要的在于“多思”，解题质量的高低、解题方法的优劣，则完全取决于“善思”的程度。希望使用本书的广大小学同学，能从中学会“多思”，并达到“善思”。从而掌握解题思想、方法和技巧，熟练地解答数学压轴题。

特别感谢李秀琴、黄洋、张冠洁、吴智敏、张春杰、李冉、唐虹、石静、刘嵩、侯玉梅、郭海银、邓林树、陈贤丽、王献利、姚一萌、刘杰、张永飞、郭春利、郭伟、李世魁、童纪元、毛玉忠等老师为本书编写提供的帮助和做出的贡献。

愿编者的辛劳，能够转化为同学们的累累硕果。

祝青少年朋友健康成长，快乐学习！

彭林

目 录

第一招 凑整与分拆

凑整与分拆是计算题中的常用解题技巧。

凑整是指利用运算律(如交换律、结合律、分配律)将一些数凑成整一、整十或整百再计算。凑整运算技巧无论是在整数计算,还是分数、小数计算中,都有广泛的应用。

分拆是指为了使计算简便,把一个数写成两个数或多个数的和、差、积的形式。

例 1 **计算:80×25×2×1.25×0.5×0.4。**

分析与解　这道题中有 1.25,25,0.5 这几个特殊的因数,可以应用乘法交换律和结合律,分别与 80,0.4,2 凑成 100,10,1,这样就很容易进行计算。

$80\times25\times2\times1.25\times0.5\times0.4$

$=(80\times1.25)\times(25\times0.4)\times(2\times0.5)$

$=100\times10\times1$

$=1000$

例 2 **计算:0.125÷(3.6÷80)×0.18。**

分析与解　这是一道含有括号的小数乘除混合运算题,如果按照运算顺序进行计算那就相当麻烦。可以根据除法的计算性质,先去掉算式中的括号,再把能够凑"整"的数凑在一起先算。

$0.125\div(3.6\div80)\times0.18$

$=0.125\div3.6\times80\times0.18$

$=(0.125\times80)\div(3.6\div0.18)$

$=10\div20$

$=0.5$

反思　整数除法的运算性质也适用于小数除法，在计算小数连除或小数乘除混合运算时，要根据算式的特点，灵活地应用除法的运算性质，使先算的部分能够凑“整”。

例 3　计算：$1\frac{1}{2}+2\frac{1}{3}-3\frac{1}{4}+4\frac{1}{6}$。

分析与解　本题为带分数相加减的运算，先把带分数拆分成整数和一个真分数，再算整数加减后算分数加减。

$$原式=(1+2-3+4)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}-\frac{1}{4}\right)$$

$$=4+\left(1-\frac{1}{4}\right)$$

$$=4\frac{3}{4}$$

反思　在带分数的某些运算中可以把带分数表示成一个整数和一个分数相加或相减的形式，方便简算。

例 4　计算：$1\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}+3\frac{3}{5}+4\frac{4}{5}+5\frac{1}{5}+6\frac{2}{5}+7\frac{3}{5}+\cdots+100\frac{4}{5}$。

分析与解　算式中的整数部分是从 1～100 的连续自然数，真分数部分连续四个为 1 组，共有 25 组，每组真分数的和为 2。

$$原式=(1+2+3+4+5+6+7+\cdots+100)+\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\right)\times25$$

$=(1+100)\times100\div2+2\times25$

$=5050+50$

$=5100$

例 5　计算：$9\frac{4}{5}+99\frac{4}{5}+999\frac{4}{5}+9999\frac{4}{5}+99999\frac{4}{5}$。

分析与解　这些数的特点是都接近整十、整百、整千的数，所以是可以凑整的。

$$\begin{aligned}原式&=\left(10-\frac{1}{5}\right)+\left(100-\frac{1}{5}\right)+\left(1000-\frac{1}{5}\right)+\left(10000-\frac{1}{5}\right)+\\&\quad\left(100000-\frac{1}{5}\right)\\&=111110-\frac{1}{5}\times5\\&=111109\end{aligned}$$

例 6　计算：$97\frac{1}{50}\times\frac{1}{49}+77\frac{1}{40}\times\frac{1}{39}+57\frac{1}{30}\times\frac{1}{29}$。

分析与解　仔细观察一下这些数，是不是存在什么规律呢？其实 $97\frac{1}{50}\times\frac{1}{49}$可以这样计算：

$\left(97\frac{1}{50}\times\frac{1}{49}\right)=\left(98-\frac{49}{50}\right)\times\frac{1}{49}=98\times\frac{1}{49}-\frac{49}{50}\times\frac{1}{49}=2-\frac{1}{50}$。

往下你会算了吗？

$$\begin{aligned}原式&=\left(98-\frac{49}{50}\right)\times\frac{1}{49}+\left(78-\frac{39}{40}\right)\times\frac{1}{39}+\left(58-\frac{29}{30}\right)\times\frac{1}{29}\\&=2\times3-\left(\frac{1}{50}+\frac{1}{40}+\frac{1}{30}\right)\\&=6-\frac{1}{10}\times\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)\\&=6-\frac{1}{10}\times\frac{47}{60}\end{aligned}$$

$=5\frac{553}{600}$

例 7 **计算：**$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\cdots+\frac{1}{2013\times2015}+\frac{1}{2015\times2017}$。

分析与解 $\frac{1}{1\times3}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{1\times3}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)$，

$\frac{1}{3\times5}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3\times5}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$，

……

$\frac{1}{2013\times2015}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{2013\times2015}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2013}-\frac{1}{2015}\right)$，

$\frac{1}{2015\times2017}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{2015\times2017}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2015}-\frac{1}{2017}\right)$。

原式$=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2013}-\frac{1}{2015}+\frac{1}{2015}-\frac{1}{2017}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{2016}{2017}$

$=\frac{1008}{2017}$

反思 形如$\frac{1}{n\cdot(n+1)}$的分数（其中 n 为自然数）可以拆成$\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$的形式。也就是$\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$。

形如$\frac{1}{n\cdot(n+k)}$的分数（其中 n 为自然数）可以拆成$\frac{1}{k}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right)$形式。也就是$\frac{1}{n(n+k)}=\frac{1}{k}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right)$。

例 8 计算：$2008\frac{1}{18}+2009\frac{1}{54}+2010\frac{1}{108}+2011\frac{1}{180}+2012\frac{1}{270}$。

分析与解 带分数加法运算中，首先我们应该把分数和整数部分分别进行运算。分数部分怎么计算呢？你能不能想到裂项？这时分母并不是乘积的形式，这就需要我们进行合理的转化了，在转化的时候要注意让分母满足裂项的特征。

$$\begin{aligned}
\text{原式}&=2008+2009+2010+2011+2012\\
&\quad+\frac{1}{3\times6}+\frac{1}{6\times9}+\frac{1}{9\times12}+\frac{1}{12\times15}+\frac{1}{15\times18}\\
&=2010\times5+\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{3\times6}+\frac{3}{6\times9}+\frac{3}{9\times12}+\frac{3}{12\times15}+\frac{3}{15\times18}\right)\\
&=2010\times5+\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{15}-\frac{1}{18}\right)\\
&=10050\frac{5}{54}
\end{aligned}$$

反思 把分母写成两数乘积，分子写成分母上两乘数的差的形式才可裂差计算，想要抵消则要满足“首尾相接”的特征。

第二招　提取公因数

提公因数是计算题中的常用技巧。

$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$ 是乘法分配律。反过来，如果已知 $a\times c+b\times c$，就可以得出 $a\times c+b\times c=(a+b)\times c$，因为 c 是乘法算式 $a\times c$ 与 $b\times c$ 中公有的因数，所以逆用乘法分配律也叫提取公因数。

一般情况下，用提取公因数解决的题目有两个特征：一是要有公因数，二是提取公因数后，剩下的因数要能够凑整。

有些题目开始时只有部分项有公因数可提取，提取公因数计算完后，发现计算过程中又有新的公因数可以提取，所以我们可以再次提取公因数进行计算，即二次提取公因数。

例 1　巧算：312.5×12.3－312.5×6.9＋312.5。

分析与解　如果把加数 312.5 看作 312.5×1，那么这就是一道几个乘积相加减的计算题。由于在这几个乘积中都有 312.5 这个因数，因此，可以逆用乘法分配律使计算简便。

$$\begin{aligned}&312.5\times12.3-312.5\times6.9+312.5\\=&312.5\times(12.3-6.9+1)\\=&312.5\times6.4\\=&2000\end{aligned}$$

反思　运用提取公因数进行计算时，一定要注意算式的结构特点，必须是几个积或者商相加减。如果是几个积相加减，这几个积中一定要有相同的因数；如果是几个商相加减，这几个商中一定要有相同的除数。如

$4.2 \div 1.3 + 8.5 \div 1.3 - 2.3 \div 1.3$
$= (4.2 + 8.5 - 2.3) \div 1.3$
$= 10.4 \div 1.3$
$= 8$

例 2　计算：$0.125 \times \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \times 8.25 + 12.5\%$。

分析与解　$\frac{1}{8} = 0.125 = 12.5\%$，可见三个因数$\frac{1}{8}$，0.125，12.5%只是数的表现形式不同，数值上是相等的，所以可以先把它们都统一成分数形式，然后再提取公因数。

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= \frac{1}{8} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \times 8\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \times 1 \\
&= \frac{1}{8} \times \left(\frac{3}{4} + 8\frac{1}{4} + 1\right) \\
&= \frac{1}{8} \times 10 \\
&= \frac{5}{4}
\end{aligned}
$$

例 3　计算：$2000 \times 199.9 - 1999 \times 199.8$。

分析与解　这道题是求两个积的差，但是两个积中没有相同的因数，根据积的变化规律，可以把 1999×199.8 变成 199.9×1998（即一个因数缩小$\frac{1}{10}$，另一个因数扩大 10 倍），这样两个积中就有了相同的因数 199.9，于是可以运用提取公因数，使计算简便。

$2000 \times 199.9 - 1999 \times 199.8$
$= 2000 \times 199.9 - 199.9 \times 1998$
$= 199.9 \times 2$
$= 399.8$

反思　这道题也可以把 2000×199.9 变成 200×1999，使两个积中都有相同的因数 1999，再运用提取公因数法进行计算。

例 4　计算：7.816×1.45+3.14×2.184+1.69×7.816。

分析与解　观察整个算式的过程中，你有没有发现局部的公因数呢？将局部进行提取公因数计算，看看会出现什么结果？

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= 7.816\times(1.45+1.69)+3.14\times2.184\\
&= 7.816\times3.14+3.14\times2.184\\
&= 3.14\times(7.816+2.184)\\
&= 3.14\times10\\
&= 31.4
\end{aligned}
$$

反思　在加减乘除混合运算中，先观察有无公因数。如果没有，则观察有无局部的公因数，有局部公因数的题目往往可以进行二次提取。

例 5　计算：36.1×6.8+486×0.32。

分析与解　本题直接计算不是好的办法。经验告诉我们，这道题一定可以提取公因数。可是，公因数在哪里呢？这就需要我们进行构造！本题中 6.8 和 0.32 是不是可以变成“补数”呢？

$$
\begin{aligned}
\text{原式} &= 36.1\times6.8+(36.1+12.5)\times3.2\\
&= 36.1\times(6.8+3.2)+12.5\times3.2\\
&= 361+12.5\times8\times0.4\\
&= 361+40\\
&= 401
\end{aligned}
$$

反思　当题目中出现“补数”或某些数可化为“补数”时，要注意去凑公因数。

例 6 **计算：$\frac{1\times3\times24+2\times6\times48+3\times9\times72}{1\times2\times4+2\times4\times8+3\times6\times12}$。**

分析与解 先观察分子，第一项为 $1\times3\times24$，第二项为 $2\times6\times48$，第二项的 3 个因数分别是第 1 项的 3 个因数的 2 倍，$2\times6\times48=(1\times2)\times(3\times2)\times(24\times2)=1\times3\times24\times8$。同理第 3 项 $3\times9\times72=1\times3\times24\times27$。同理，分母的第 1 项是 $1\times2\times4$，第 2 项 $2\times4\times8=1\times2\times4\times8$，第 3 项 $3\times6\times12=1\times2\times4\times27$。提出相同的因数，再约分。

$$\begin{aligned}原式&=\frac{1\times3\times24\times(1+8+27)}{1\times2\times4\times(1+8+27)}\\&=9\end{aligned}$$

第三招 选准“突破口”

任何一道数学题，经过仔细分析，总能使题目中的某些隐含条件最先暴露出来，从而确定先求什么，后求什么。这里最先暴露的条件往往是解这道题的“突破口”。选准了“突破口”就能使分析步步深入，最后求出问题的解。下面几道题就是这样。

例 1 将 1,2,3,4,5,6,7,8 这八个数，分别填入图中八个空格中，使图中四边正好组成加、减、乘、除四个算式。

	−		=	
÷				+
=				=
	×		=	

分析与解 八个数先填哪一个呢？如果第一个填错了，就会步入歧途。

这里，除法算式中的被除数与乘法算式中的积，有一个特殊要求，它们必须能分解成两个不同的因数（不能是 1）。在八个数中，符合这一要求的数只有 8 和 6，因此它们可以作为问题的“突破口”。如果 8 作为被除数，6 作为积，那么其他空格数字也就很容易确定了，如下左图。如果 6 作为被除数，8 作为积，这样又可得出另一个解，如下右图。

8	−	7	=	1
÷				+
4				5
=				=
2	×	3	=	6

6	−	5	=	1
÷				+
3				7
=				=
2	×	4	=	8

反思 我们还可以从另一个角度去找“突破口”。5和7不能出现在乘法和除法算式中，它们只能在减数和加数两个位置上各占其一，其他空格填什么数也就很容易确定了。

例2 **下面的算式中，不同字母代表不同的数字，解出这个算式谜。**

$$\begin{array}{r} D\ I \\ BEF\overline{)BACEG} \\ \underline{CBGE} \\ BHAG \\ \underline{BHAG} \\ 0 \end{array}$$

分析与解 解算式谜，我们一般把最容易下手的地方作为推理的突破口。这里最容易下手的地方是“先确定A”。

第一步 $A=E-E=0$。

第二步 因为$A=0$，从第一次减法百位上看，$B=10-B$或$9-B$（被十位上借出了1）。所以，$B=5$。

第三步 因为$B=5$，所以$C=4$。

第四步 $D=8$或9（因为$\overline{5EF}\times D=\overline{45GE}$，而$600\times7=4200$，小于4500）。

第五步 $\overline{5EF}\times I=\overline{5HAG}$，所以$I$比$D$大。再看第四步推得的结果，可知$D=8$，$I=9$。

第六步 剩下的没有用过的数字只有1，2，3，6，7。$F=1$时，$F\times9$的个位数为9，9已经出现过，不合要求，所以F不是1。$2\times9=18$，$3\times8=24$，$6\times9=54$，8，4都已出现过，所以F不能为2，3，6，从而$F=7$。$7\times9=63$，所以$G=3$。$H=C-G=4-3=1$。又因为$7\times8=56$，所以$E=6$。