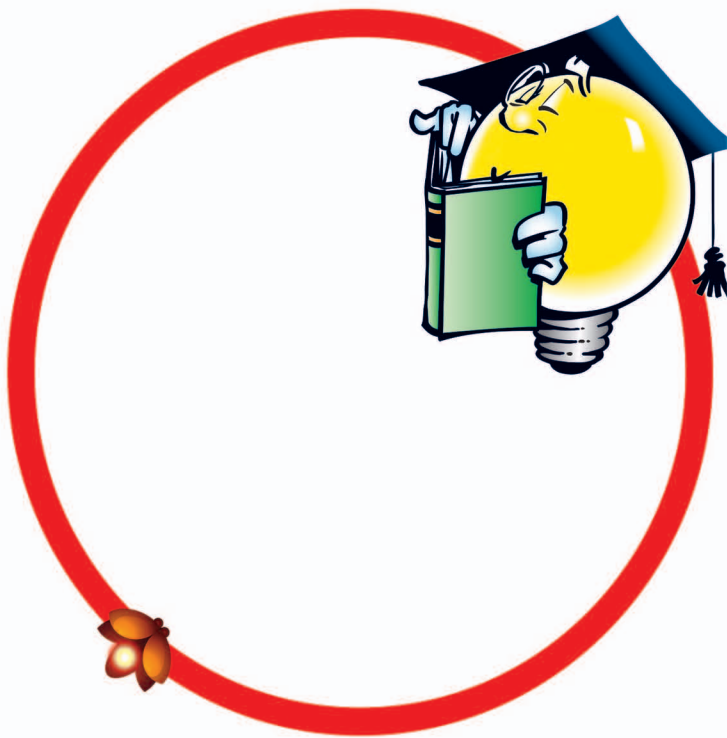


总主编◎李朝东



高中数理化 知识大全



宁夏人民教育出版社



数学部分

一、集合与简易逻辑	2
二、函数	18
三、导数与定积分	50
四、平面向量	72
五、立体几何	85
六、数列	126
七、三角函数	141
八、不等式	163
九、直线和圆的方程	175
十、圆锥曲线	197
十一、计数原理	221
十二、概率与统计	232

十三、统计	248
十四、算法初步	265
十五、推理与证明	279
十六、数系的扩充与复数	289

物理部分

第一章 运动的描述	298
第二章 相互作用	312
第三章 牛顿运动定律	322
第四章 曲线运动、万有引力及航天	330
第五章 机械能及能量守恒定律	346
第六章 静电场	357
第七章 恒定电流	369
第八章 磁场	382
第九章 电磁感应	398
第十章 交变电流、传感器	408
第十一章 分子动理论、物态和物态变化、热力学定律	423
第十二章 机械振动和机械波	441
第十三章 光学	452

第十四章 电磁波	464
第十五章 相对论简介	472
第十六章 动量守恒定律	475
第十七章 原子核	483
第十八章 物理实验	494

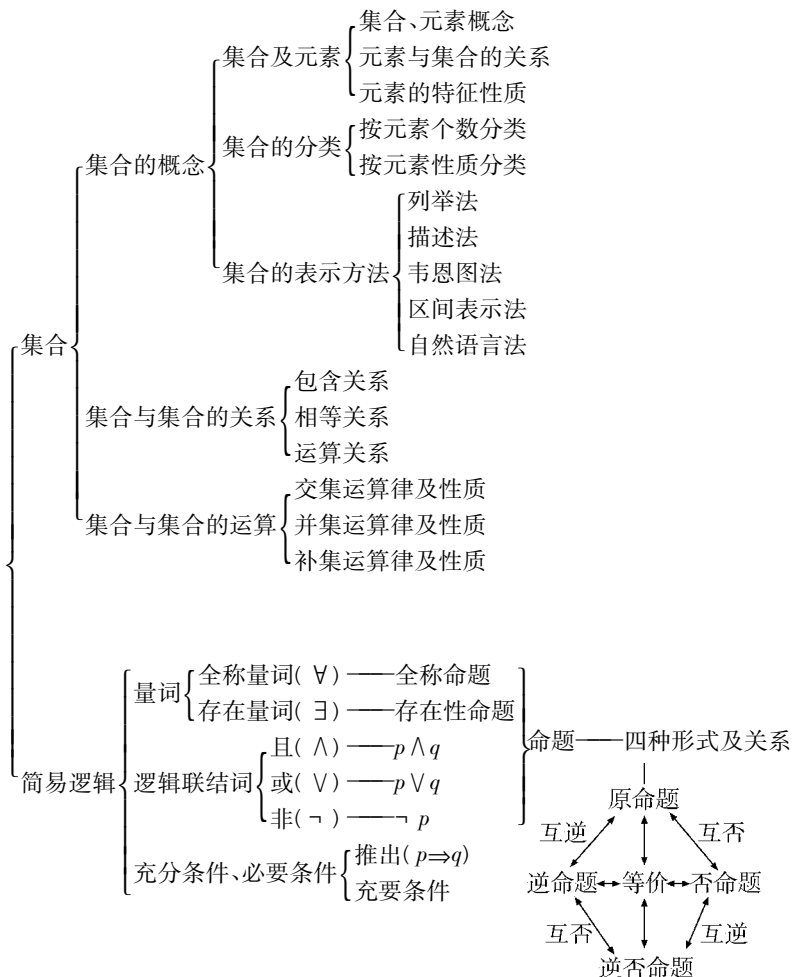
化学部分

专题1 物质的组成和分类	546
专题2 物质的性质和变化	554
专题3 化学用语、常用计量及化学定律	559
专题4 化学反应类型和能量变化	572
专题5 分散系	580
专题6 物质结构 元素周期律	587
专题7 化学反应速率及化学平衡	595
专题8 电离平衡	606
专题9 盐类的水解	613
专题10 沉淀溶解平衡	618
专题11 电化学	622
专题12 碱金属	630

专题 13	卤素	636
专题 14	氧族元素	644
专题 15	氮族元素	649
专题 16	碳族元素	656
专题 17	几种常见金属	661
专题 18	烃	670
专题 19	烃的衍生物	684
专题 20	糖类、蛋白质、合成材料	698
专题 21	有机合成和推断	712
专题 22	实验仪器及基本操作	727
专题 23	物质的分离、提纯和检验	750
专题 24	气体的制备、净化和干燥	767
专题 25	定量实验	776
专题 26	实验方案设计与评价	784

PART 1
数学
部分
»»»»»»»»»»

一、集合与简易逻辑



第一节 集 合



知识讲解

一、集合与元素

1. 集合与元素的概念

一般地,把一些能够确定的、不同的对象看成一个整体,就说这个整体是由这些对象的全体构成的集合(或集).构成集合的每个对象叫做这个集合的元素(或成员).集合通常用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 来表示,它们的元素通常用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 来表示.

注意:理解集合的概念必须充分理解“确定的”“不同的”的意思.如你所在班级中,“大眼睛”的同学就不能构成一个集合,因为这样的同学不能确定.

2. 元素与集合的关系

元素与集合之间的关系是“属于”或“不属于”.某一对象 a 是集合 A 中的元素,则记作 $a \in A$;若 a 不是集合 A 中的元素,则记作 $a \notin A$.

3. 元素的特征性质

(1) 确定性:对于某一个给定的集合,任何一个对象要是这个集合中的元素,要么不是,两者必居其一.

(2) 互异性:集合中的任何两个元素都是不同的(互异的、能区分的),相同的对象归入同一个集合时只能算作集合的一个元素.

(3) 无序性:在一个集合中,通常不考虑元素之间的顺序,如 $\{a, b, c\} = \{c, b, a\}$ 等.

4. 集合的表示方法

集合的表示方法常见的有自然语言法、列举法、描述法、韦恩图法、区间表示法等.

(1) 自然语言法

直接用文字叙述的形式表示集合的方法.如由所有矩形构成的集合,是用自然语言表述的,但不能叙述成“矩形”.

(2) 列举法

将集合中的元素一一列举出来,写在花括号“ $\{ \}$ ”内表示集合的方法称为列举法.

注意:①这一方法主要用于表示集合中元素个数较少的集合,如方程 $(x-1)(x-3)=0$ 的根表示为 $\{1, 3\}$.有时也用于表示元素间存在明显规律的无限集,如自然数集可表示为 $\{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$.



②花括号内的元素间用“;”隔开.

③注意区别 a 与 $\{a\}$: a 表示集合 $\{a\}$ 的元素, 即 $a \in \{a\}$, 而 $\{a\}$ 则表示只有一个元素 a 的集合.

④所有列举出的集合必须符合元素的三条特征性质: 确定性、互异性、无序性.

(3) 描述法

如果在集合 I 中, 属于集合 A 的任意一个元素 x 都具有性质 $p(x)$, 而不属于集合 A 的元素都不具有性质 $p(x)$, 则性质 $p(x)$ 叫做集合 A 的一个特征性质. 于是, 集合 A 可以用它的特征性质 $p(x)$ 描述为 $A = \{x \in I \mid p(x)\}$, 它表示集合 A 是由集合 I 中具有性质 $p(x)$ 的所有元素构成的集合. 这种表示集合的方法称为特征性质描述法, 简称描述法, 其中 x 是集合 A 的代表元素, I 是 x 的范围, $p(x)$ 是 x 满足的特征性质, 例如集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 4 = 0\}$ 的特征性质是 $x^2 - 4 = 0$, 即集合 A 表示方程 $x^2 - 4 = 0$ 在实数范围内的解集.

注意: ①描述法通常用于表示无限集, 如 $\{x \mid 1 < x < 2\}$.

②在不致发生误解时, x 的取值集合 I 可以略去不写, 如上例.

③用描述法表示集合时, 集合中元素的意义取决于它的“代表”元素, 如:

$A = \{x \mid y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}\}$ 中的元素为函数 $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ 的自变量 x 的取值;

$B = \{y \mid y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}\}$ 中的元素为函数 $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ 的函数值;

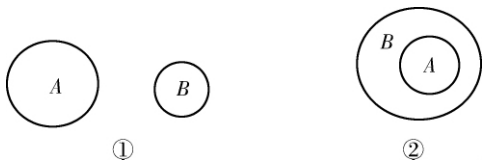
$C = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}\}$ 中的元素为函数 $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ 的图象上的点.

由此可看出“代表”元素的重要性, 这一点必须特别注意.

④当有多层描述时, 应当准确使用“或”、“且”. 如 $\{x \mid 3 < x < 5, \text{且 } x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$ 表示集合 $\{4\}$.

(4) 韦恩图法

画一条封闭的曲线, 用它的内部来表示一个集合, 如图①, 分别表示了集合 A , B , 图②表示了集合 A 是集合 B 的真子集. 用韦恩图可以形象地表示出集合之间的关系.

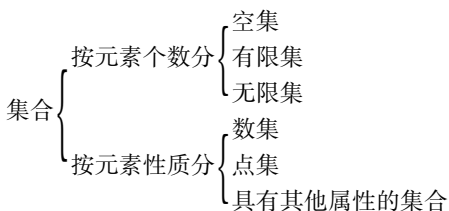


(5) 区间表示法

即用区间来表示集合, 如集合 $\{x \mid 1 < x \leq 2\}$ 可以用区间表示为 $(1, 2]$. 函数的定义域、值域、不等式的解集等通常用区间表示.

5. 集合的分类

我们通常按集合中元素的个数及性质对集合进行分类,如下所示:



二、集合之间的关系与运算

1. 集合之间的关系

(1) 子集: 一般地, 如果集合 A 中的任意一个元素都是集合 B 的元素, 那么集合 A 叫做集合 B 的子集.

记作: $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$.

读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

注意: ①“ A 是 B 的子集”的含义: 由任意 $x \in A$, 能推出 $x \in B$.

②“子集”并不是“部分”的意思:

a. 空集是任意集合的子集, 若 $A = \emptyset$, 则 A 中不含任何元素:

b. 任意一个集合是其本身的子集. 若 $A = B$, 则 A 中含有 B 中的所有元素.

③如果集合 A 中存在着不是集合 B 的元素, 那么集合 A 不包含于 B , 或说 B 不包含 A , 记作 $A \not\subseteq B$ 或 $B \not\supseteq A$.

④对于集合 A, B, C , 如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 那么 $A \subseteq C$.

(2) 真子集: 如果集合 A 是集合 B 的子集, 并且集合 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 叫做集合 B 的真子集.

记作: $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$;

读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”.

注意: ①空集是任意非空集合的真子集, 即 $\emptyset \subsetneq A (A \neq \emptyset)$.

②对于集合 A, B, C , 如果 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$, 那么 $A \subsetneq C$.

(3) 全集: 在研究集合与集合之间的关系时, 如果所要研究的集合都是某一给定集合的子集, 那么称这个集合为全集. 全集是相对于所研究的问题而言的, 它含有与所研究问题有关的集合的全部元素. 全集通常用 U 表示.

(4) 集合相等: 一般地, 如果集合 A 中的每一个元素都是集合 B 的元素, 反过来, 集合 B 中的每个元素也都是集合 A 的元素, 那么我们就说集合 A 等于集合 B .

记作 $A = B$.

由定义可知:



$$\left. \begin{array}{l} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{array} \right\} \Leftrightarrow A = B.$$

2. 集合的运算

(1) 交集: 一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素构成的集合, 叫做 A, B 的交集.

记作: $A \cap B$;

读作 “ A 交 B ”.

① “ $A \cap B$ ” 是由集合 A 与集合 B 的公共元素构成的集合, 即 $A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}$.

② 交集性质:

$$A \cap B = B \cap A;$$

$$A \cap A = A;$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset;$$

$$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B;$$

$$A \cap B = B \Leftrightarrow B \subseteq A.$$

(2) 并集: 一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由两个集合的所有元素构成的集合, 叫做 A 与 B 的并集.

记作: $A \cup B$;

读作 “ A 并 B ”.

① 用数学符号语言表示并集: $A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$.

② 并集性质:

$$A \cup B = B \cup A;$$

$$A \cup A = A;$$

$$A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A;$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B;$$

$$B \subseteq A \Leftrightarrow A \cup B = A.$$

(3) 补集: 如果给定集合 A 是全集 U 的一个子集, 则由 U 中不属于 A 的所有元素构成的集合, 叫做 A 在 U 中的补集.

记作: $\complement_U A$;

读作 “ A 在 U 中的补集”.

① 用数学符号语言表示补集: $\complement_U A = \{x | x \in U, \text{ 且 } x \notin A\}$.

② 补集性质:

$$A \cup \complement_U A = U;$$

$$A \cap \complement_U A = \emptyset;$$

$$\complement_U (\complement_U A) = A;$$

$$\complement_U \emptyset = U, \complement_U U = \emptyset.$$

(4) 交集、并集、补集运算律

①交换律:

$$A \cap B = B \cap A;$$

$$A \cup B = B \cup A.$$

②结合律:

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C;$$

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

③分配律:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

④反演律:

$$\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B);$$

$$\complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B).$$

(5) 有限集合的子集个数

若一个集合含有 n 个元素, 则其子集个数为 2^n , 真子集个数为 $2^n - 1$, 非空真子集个数为 $2^n - 2$.

(6) 容斥原理计数公式

①原理: 人们在社会生产、生活中常会遇到一类计数问题, 为了使重叠部分不被重复计算, 人们研究出了一种新的计数方法: 先不考虑重叠部分的个数而进行计数, 然后再把计算时重复计算的数目排斥出去, 使得计算的结果既无遗漏又无重复, 这种计数方法称为容斥原理.

②公式:

$$\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}A + \text{Card}B - \text{Card}(A \cap B);$$

$$\text{Card}(A \cup B \cup C) = \text{Card}A + \text{Card}B + \text{Card}C - \text{Card}(A \cap B) - \text{Card}(A \cap C) - \text{Card}(B \cap C) + \text{Card}(A \cap B \cap C).$$

三、空集的特殊性

空集是指不含任何元素的集合.

注意: ①空集在交集、并集、补集等集合运算中的特殊性, 如 $A \cap \emptyset = \emptyset$, $A \cup \emptyset = A$ 等.

②下列给出的各种情形中, 都隐含了 $A = \emptyset$ 的情况, 在解题时注意分类讨论:

$A \subseteq B, A \cap B = A, A \cup B = B, A \cap B = \emptyset, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cup \emptyset = A, \emptyset \subseteq A, \emptyset \subseteq (A \cup B)$, A 为有限集等.

四、常用数集符号

1. 常用数集的符号



集合	复数集	实数集	有理数集	整数集	自然数集	正整数集
符号	C	R	Q	Z	N	N₊ (N⁺)

2. 常用数集之间的包含关系

$$\mathbf{N}_+(\mathbf{N}^+) \subsetneq \mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{R} \subsetneq \mathbf{C}.$$



易错易混知识点

易错知识点一 对集合中的代表元素分析不清

避错方法: 解答题目前, 先分清各集合的代表元素, 常见的集合有: 数集(包括定义域的集合、值域的集合、不等式的解集等)和点集(曲线上的点, 平面区域等).

例1 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x^2 - y^2 - y = 4\}$, $B = \{(x, y) \mid x^2 - xy - 2y^2 = 0\}$, $C = \{x \mid x - 2y = 0\}$, $D = \{(x, y) \mid x + y = 0\}$.

(1) 判断 B, C, D 间的关系;

(2) 求 $A \cap B$.

[答案] (1) $B = \{(x, y) \mid x^2 - xy - 2y^2 = 0\} = \{(x, y) \mid (x - 2y)(x + y) = 0\} = \{(x, y) \mid x - 2y = 0, \text{ 或 } x + y = 0\}$, $\therefore D \subsetneq B$.

集合 B, D 与集合 C 无任何关系.

$$\begin{aligned} (2) A \cap B &= \{(x, y) \mid x^2 - y^2 - y = 4, \text{ 且 } x^2 - xy - 2y^2 = 0\} \\ &= \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x^2 - y^2 - y = 4, \\ x - 2y = 0 \end{cases} \right\} \cup \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x^2 - y^2 - y = 4, \\ x + y = 0 \end{cases} \right\} \\ &= \left\{ \left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3} \right), (-2, -1), (4, -4) \right\}. \end{aligned}$$

[点评] ①上述集合 A, B, D 都是点集, 而 C 是数集(函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的定义域, 为 $\mathbf{R}$).

②注意 $A \cap B$ 的结果应是点的集合, 防止写成 $\left\{ \frac{8}{3}, \frac{4}{3}, -2, -1, 4, -4 \right\}$.

易错知识点二 空集的特殊性

空集是任何集合的子集, 是任何非空集合的真子集, 在集合运算中, 它的地位较特殊, 需要时刻注意空集的存在.

例2 设 $A = \{x \mid x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$, 若 $A \cap B = B$, 求 a 的值.

[答案] 显然 $A = \{0, -4\}$.

由 $A \cap B = B$, 有 $B \subseteq A$.

$\therefore$ 分 $B = \emptyset$ 与 $B \neq \emptyset$ 两种情况:

(1) $B = \emptyset$ 时, 则 $x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 无实根, 故 $\Delta < 0$, 求得 $a < -1$.

(2) $B \neq \emptyset$ 时, 则 B 含有 A 的元素.

①若 $0 \in B$, 则 $a^2 - 1 = 0$, 得 $a = \pm 1$.

当 $a = 1$ 时, $B = \{0, -4\}$, 符合题意; 当 $a = -1$ 时, $B = \{0\}$, 也符合题意.

②若 $-4 \in B$, 则 $a = 1$ 或 $a = 7$.

当 $a = 7$ 时, $B = \{-4, -12\}$, 不符合题意.

综上所述, a 的取值范围是 $a \leq -1$ 或 $a = 1$.

[点评] 解答此类问题必须注意 $B = \emptyset$ 的特殊情况, 同时要注意将所得到的结果代回原集合中检验, 看其是否符合集合中元素的特征性质.

易混知识点一 元素与集合、集合与集合间的关系表示

元素与集合间的关系用 $\in$ 或 $\notin$ 表示, 如 $a \in \{a, b, c\}$, 而集合与集合间的关系用 $\subseteq$ 、 $\supseteq$ 、 $\subsetneq$ 、 $\supsetneq$ 、 $=$ 等表示.

易混知识点二 $0, \emptyset, \{\emptyset\}$

0 是一个实数, $\emptyset$ 表示空集, $\{\emptyset\}$ 表示的是含一个元素 $\emptyset$ 的单元元素集, 三者间的含义要辨清, 不能错用.

第二节 命 题

知识讲解

一、命题的定义

能判断真假的语句叫做命题.

(1) 命题常用小写英文字母表示, 如 p, q, r 等.

(2) 一个命题要么是真命题, 要么是假命题, 两者必居其一.

(3) 一个语句是命题的判定方法 “能够判断其真假”. 另外, 一般地, 疑问句、祈使句、感叹句都不是命题. 而一些科学上的猜想如 “每一个不小于 6 的偶数都是两个奇素数之和” 仍算作命题.

二、简单命题与复合命题

不含逻辑联结词的命题叫做简单命题, 而由简单命题和逻辑联结词构成的命题叫做复合命题.

(1) 常见复合命题形式: p 或 $q(p \vee q)$, p 且 $q(p \wedge q)$, 非 $p(\neg p)$.

(2) 并非 “含有逻辑联结词” 的语句就是复合命题, 如 “ $x > 0$ 或 $x < 0$ ” 不是命题. 而有些命题看起来不含逻辑联结词, 但它是复合命题, 如命题 “方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解是 $x = \pm 1$ ”, 命题 “ $10 \geq 10$ ” 等.



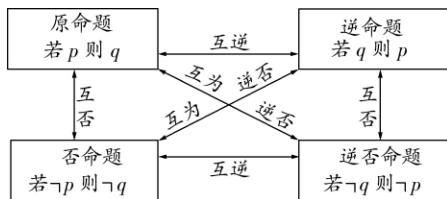
三、四种命题

1. 复合命题

“若 p 则 q ”是由条件 p 和结论 q 组成的,对 p, q 进行“换位”和“换质”后,一共可以构成四种不同形式的命题:

- (1) 原命题: 若 p 则 q .
- (2) 逆命题: 若 q 则 p (原命题的条件和结论“换位”).
- (3) 否命题: 若 $\neg p$ 则 $\neg q$ (原命题的条件和结论“换质”).
- (4) 逆否命题: 若 $\neg q$ 则 $\neg p$ (原命题的条件和结论“换位”又“换质”).

2. 四种命题的关系可用下图表示



3. 四种命题的真假判定

- (1) 原命题与它的逆命题真假关系不确定.
- (2) 原命题与它的否命题真假关系不确定.
- (3) 原命题与它的逆否命题真假关系一致: 同真或同假.
- (4) 逆命题与否命题真假关系一致: 同真或同假.

4. 命题的否定与否命题

命题的否定: 对命题 p 加以否定, 得到 $\neg p$, 读作“非 p ”或“ p 的否定”. 这里的“否定”是“只否定命题的结论”. 而否命题是对原命题的条件和结论全部否定.

四、逻辑联结词

或: 它与日常语言中的“或者”是相当的, 是“可兼”的或, 即“或 A ”“或 B ”, 与集合中的 $A \cup B$ 相一致.

且: 它与日常语中的“并且”“和”相当, 即“既 A 又 B ”, 这与集合中的 $A \cap B$ 相一致.

非: 它与日常生活中的“不是”“全盘否定”“问题的反面”相近, 这与集合中的“补”意义相同. 命题的非即命题的否定, 是否定命题的结论. 命题 p 与 $\neg p$ 的真假相反.

复合命题真值表:

①非 p 形式复合命题真值表

p	非 p
真	假
假	真

② p 且 q 形式复合命题真值表

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

③ p 或 q 形式复合命题真值表

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

注意: ①判定复合命题 $p \wedge q$ (p 且 q), $p \vee q$ (p 或 q) 的真假的关键是分别判定 p 与 q 的真假, 再依据真值表判定. 对 $p \wedge q, p \vee q$ 的真假判定也可以归结为:

对 $p \wedge q$ 真假的判定: 一假则假.

对 $p \vee q$ 真假的判定: 一真则真.

②真值表可以帮助检验所述命题是否符合要求.

③写命题的非或否命题时, 必须要对正面词语进行否定, 常见的如下表所示:

正面词语	等于(=)	大于(>)	小于(<)	能	是	都(全)是	任意一个	任意两个	所有
否定词语	不等 于($\neq$)	不大 于($\leq$)	不小 于($\geq$)	不能	不是	不都 (全)是	某个	某两个	某些
正面词语	至多一个		至少有一个		至多 n 个		p 或 q		p 且 q
否定词语	至少两个		一个也没有		至少 $n+1$ 个		非 p 且非 q		非 p 或非 q



第三节 量 词



知识讲解

一、全称量词与全称命题

短语“所有”在陈述中表示所述事物的全体,逻辑中通常叫做全称量词,并用符号“ $\forall$ ”表示.含有全称量词的命题,叫做全称命题.全称命题是形如“对 M 中所有的 $x, p(x)$ ”的命题.用符号记作: $\forall x \in M, p(x)$.

二、存在量词与存在性命题

短语“有一个”或“有些”或“至少有一个”在陈述中表示所述事物的个体或部分,逻辑中通常叫做存在量词,并用符号“ $\exists$ ”表示.含有存在量词的命题,叫做存在性命题.存在性命题是形如“存在集合 M 中的元素 $x, q(x)$ ”的命题,用符号记作: $\exists x \in M, q(x)$.

三、全称命题与存在性命题的各种表述方法

命题	全称命题 $\forall x \in M, p(x)$	存在性命题 $\exists x_0 \in M, p(x)$
表述方法	①所有的 $x \in M, p(x)$ 成立 ②对一切 $x \in M, p(x)$ 成立 ③对每一个 $x \in M, p(x)$ 成立 ④任选一个 $x \in M, p(x)$ 成立 ⑤凡 $x \in M$, 都有 $p(x)$ 成立	①存在 $x_0 \in M$, 使 $p(x)$ 成立 ②至少有一个 $x_0 \in M$, 使 $p(x)$ 成立 ③对有些 $x_0 \in M$, 使 $p(x)$ 成立 ④对某个 $x_0 \in M$, 使 $p(x)$ 成立 ⑤有一个 $x_0 \in M$, 使 $p(x)$ 成立

四、全称命题与存在性命题的真假判定

(1) 判定全称命题“ $\forall x \in M, p(x)$ ”是真命题的方法: 需对集合 M 中的每一个 x , 证明 $p(x)$ 成立.

(2) 判定全称命题“ $\forall x \in M, p(x)$ ”是假命题的方法——举反例: 只需在集合 M 中找到一个 x_0 , 使 $p(x_0)$ 不成立即可.

(3) 判定存在性命题“ $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ ”是真命题的方法: 只需在集合 M 中找到一个 x_0 , 使 $p(x_0)$ 成立即可.

(4) 判定存在性命题“ $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ ”是假命题的方法: 需证明集合 M 中, 使 $p(x)$ 成立的元素 x 不存在.

五、全称命题与存在性命题的否定

全称命题的否定是存在性命题; 存在性命题的否定是全称命题. 即: