

农村教师学科专业素养研究系列
首都师范大学基础教育研究丛书

主编 刘晓玫

中学数学



教师学科专业素养 与课堂教学实践

刘晓玫 高 欣 马力芬 编著

ZHONGXUE SHUXUE JIAOSHI XUEKE ZHUANYE SUYANG YU KETANG JIAOXUE SHIJIAN



首都师范大学出版社

CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

“基于农村中小学课堂的课程研究与农村教师专业发展”项目成果

中学数学

教师学科专业素养与课堂教学实践

刘晓玫 高 欣 马力芬 编著



首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

中学数学教师学科专业素养与课堂教学实践/刘晓玫, 高欣, 马力芬编著.
—北京: 首都师范大学出版社, 2013. 2

(中学教师学科专业素养与课堂教学实践/刘晓玫主编)

ISBN 978-7-5656-1362-3

I. ①中… II. ①刘… ②高… ③马… III. ①小学数学课—初中—教学参
考资料 IV. ①G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 024413 号

ZHONGXUE SHUXUE JIAOSHI XUEKE ZHUANYE SUYANG YU KETANG JIAOXUE SHIJIAN

中学数学教师学科专业素养与课堂教学实践

刘晓玫 高欣 马力芬 编著

责任编辑 张成水

首都师范大学出版社出版发行

地 址 北京西三环北路 105 号

邮 编 100048

电 话 68418523 (总编室) 68982468 (发行部)

网 址 www.cnupn.com.cn

印刷

全国新华书店发行

版 次 2013 年 5 月第 1 版

印 次 2013 年 5 月第 1 次印刷

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 19.25

字 数 349 千

定 价 170.00 元 (全五册)

版权所有 违者必究

如有质量问题 请与出版社联系退换

总 序

在课程改革的过程中，教师是关乎成功与否的关键因素之一，教师在这个过程中既要面对改革引发的课程理念、目标以及内容等诸多方面变化所带来的挑战，同时也在改革的过程中获得了更多的发展机会。

当课程改革进行到一定的阶段，我们发现一个较为突出的问题，就是当课堂教学发生了很多变化的时候，如转变了教师角色、设计了很多的活动、关注了学生的主体性等等之后，教师对于学科内容的理解与把握在很大程度上决定了学生在课堂教学中的所得，教师的学科专业素养成为提升课堂教学质量的关键。

在这几年的教师培训和课堂观察中，我们感觉到课程改革的深化需要在教师专业发展的过程中注意几个问题。一是要在教师转变教育观念的基础上，强调对学科的理解与认识；另一个是在关注课堂教学形式转变的基础上，关注对课程内容的理解与认识；在关注课程内容是什么的同时，更要关注课程内容背后的本质的东西，而且还要整体地把握内容之间的联系。上述谈及的这些问题，也就是所谓的教师学科专业素养问题，它主要体现在教师对学科意义与价值、学科内容本质的理解，以及学科的能力水平等，无论是数学教师还是语文教师、物理教师等，对本学科的整体理解和认识以及对具体的核心内容的把握是上好这门课的基础，否则，无法实现本课程的目标。这就是为什么在目前制定的教师资格评价标准中，学科专业知识成为考量教师资格的重要因素之一。

教师对本学科的意义与价值的理解以及对课程内容本质的认识是一个长期的过程，这一方面是由于学科本身是发展变化的，另一方面就是人对事物的认识总是要在长期的过程中才能越来越深入，所以，只要教师们能够意识到这个问题，不断思考这个问题，在教学中交流这样的问题，就会不断进步，进而突破制约教师成长和发展的这个瓶颈。

由首都师范大学首都基础教育发展研究院刘晓玫教授主持的北京市教委的这项课题，将研究的焦点集中到了中小学几个主要学科中的教师学科专业素养上来，说明他们很好地抓住了当前课程改革进程中遇到的一个非常关键的问题，他们结合课堂教学的案例，发现和分析问题，进一步探讨其中与教师学科专业素养有关的要素，对如何从教师学科专业素养的角度破解课堂教学中存在的问题、促进学生的学习有积极的作用。这是很有意义的。

当然，教师学科专业素养的研究既是一个值得不断深入探索的问题，也是一个需要花功夫去实践的问题，希望参与本研究的老师们继续努力、不断探索，为教师专业发展开创新的局面。

是为序。



2012. 12

前言^①

我国新一轮基础教育改革已开展了十余年，课程改革的推进使教师们的教育理念产生了巨大变革。为了促进学生的全面发展，体现学生的主体地位，改善我国中小学课堂以灌输为主的教学形式，教师们越来越多地尝试生动活泼的教学组织形式，尽可能在课堂上调动学生的学习积极性，同时，过程性目标的提出也促使教师在课堂教学中设计各种活动，从而使中小学课堂呈现出活泼、生动的师生互动场面。然而，教育改进与其他问题一样，都要思考形式与实质之间的辩证关系，当“怎么教”的问题成为教学中最为关注的问题的同时，其实“教什么”的问题同样影响着课堂教学的质量和课程目标的实现，尤其是对所教的内容的本质的认识。在高度认可教学形式从学习心理学上对学生产生不可或缺的影响的同时，我们认为教师对学科本质的理解和追求是提高学科教学质量和决定教学效果的重要因素之一，尤其是在对课堂的教学形式给予关注的基础上，更不能忽视对学科本质的认识与理解。

事实上，在一些学科教师专业发展中始终存在着一定的问题，而且与教师的学科专业素养有关。例如，存在于我国教师间的一种传统认识是：“掌握较多数学知识的人不一定能教好数学，掌握较少数学知识的人照样可以教好数学，正是在这种‘朴素’的认识观之下，我国各级师资培训课程中鲜有数学知识的一席之地……”^②。其他学科的教师培训也有类似的认识和做法，这多少使得我国已经组织的有关新课程的教师培训，确定的一个重要目标就是给受培训者讲授基本的教育理论，并着眼于教学观念的转变。这自然值得肯定。但考察一些来自实验区的、有关教师专业发展需要的报告发现，教师专业发展需求与问题中，一个最为重要和紧迫的方面，就是学科专业素养的欠缺。

本套丛书正是在这样的背景下，课题组的全体成员一致认为各学科课堂教学的变化是喜人的，但课堂中存在的问题也是客观存在的，尤其是若要提升课堂教学的质量和学生的学科素养，教师的学科专业素养状况成为关键的影响要素，因此，我们从教师的课堂教学实例入手，以教师的学科素养的体现为聚焦点，结合课程内容和要求阐述相关的学科知识内涵以及蕴含其中的思想方法，

① 本前言经过课题组集体讨论，最后由刘晓玫、王瑞霖执笔。

② 徐斌艳：《数学课程与教学论》，杭州：浙江教育出版社，2003

并在此基础上指向学科能力的培养,将教师的反思与学科专家的评价结合起来,展开对教师的学科专业素养的分析和讨论,期望达到对教师理解课程、理解教学的启发与引领的目的。

一、对教师学科专业素养的基本认识

为了更好地了解教师学科专业素养的内涵,我们首先对“素养”、“学科专业素养”及其相关概念进行分析,在此基础上展开我们对教师学科专业素养的构成及组成成分的探讨和研究。

1. 素养

素养即指平素的修养,通常指人类个体经由日常修养而形成的知识、能力、品德等。在平时的使用中,素养常与素质常常不加区分地使用,但二者其实还是有所不同的。

素质,一是指事物本来的性质,二是指素养、品质和资质。教育理论界的许多学者还认为,素质是一个发展的概念,其内涵和外延在不断扩大。素质既包括先天遗传特征,又包括后天习得的素养,即素质既有先天的条件,又有后天的养成,而素养仅是后天修习获得的结果,即素质包含素养。但按照《辞海》的表述,素质更侧重于“先天的条件”,而素养则侧重于“后天的修习形成”。在论及人的身心状况或才华时,人们多使用“素养”而较少使用“素质”,这逐渐已成为人们的一种表达定势。人的素养形成与人本身的素质有一定关系,但更多依赖于后天积累。

在论及教师专业发展的问题时,由于更加关注各种途径促进教师发展的研究,因此,素养一词也许更加贴切,现在采用“素养”一词更为常见。

2. 教师专业素养

教师专业素质是“教师为完成教育教学任务所应具备的心理和行为品质的基本条件”(顾明远,1990)。正如上文所及,教师素质、教师素养和教师专业素质(养)是目前教育界普遍使用而且也基本不加区别的几个词汇。国内外关于教师专业素养的研究较为丰富,从20世纪末开始,我国的林崇德、朱益明、叶澜等人先后对教师素养或教师知识进行了研究。我国学者认为教师素质的西方学者解构包括教师的个性品质、教学能力、知识结构和教育观念^①,结合我国国情,教师素养是指教师在教育、教学活动中表现出来的,决定其教育、教学效果,对学生身心发展有直接而显著影响的心理品质的总和(朱益明,

^① 林崇德,申继亮,辛涛:《教师素质的构成及其培养途径》,《中国教育学刊》,1996年第6期。

2000)。在与时代精神相通的教育理念的影响下,教师专业素养或教师知识的结构不再局限于“学科知识教育学知识”的传统模式,而是强调多层复合的结构特征^①。舒尔曼将教师知识分为教材内容知识、学科教学法知识、课程知识、一般教学法知识、有关学习者的知识、情境的知识、其他课程的知识^②,并在此基础上发展了对教师学科教学法知识(PCK)的研究。

近十年来,国内外学者较为一致地认为教师素养包括教师学科专业素养、教师教学知识、学科教学知识等若干方面。在此之中,教师素养的首要构成部分就是教师要对自己所教的学科有深刻的认识^③。

3. 教师学科专业素养

与前面的表述相对应,对于从事某一门学科教学任务的教师来讲,教师学科专业素养应该指教师为完成学科的教育教学任务所应具备的学科方面的知识、能力和品德等。这是他们的教师专业素养的重要组成部分。

有研究者对教师学科素养进行了界定,认为教师学科素养是以学科知识为载体,以概念理解和问题解决的思想为主线逐渐发展起来的一个体系,包括良好的学科观,对学科发展脉络的清晰认识,对学科核心内容的准确把握,对学科基础知识、基本技能和基本思想、基本活动经验的深刻理解,以及适度升华和良好的学科能力^④。

类似的包括从学科角度出发对教师学科素养的研究也有一些,这些研究大体上对教师学科专业素养的内涵和结构有较为一致的认识,但还缺乏更为清晰的、涵盖各个学科的表述。

二、教师学科专业素养的构成

从教师素养的角度笼统地把教师学科专业素养说成是知识、能力和品德的体现,还不能令人满意,从学科角度出发的议论值得借鉴。虽然对于教师学科专业素养的构成并无统一见解,但从各学科的具体观点中可对此问题一窥端倪。

数学学科的有关研究中,张奠宙认为数学素养应包括数学意识、问题解

① 叶澜:《新世纪教师专业素养初探》,《教育研究与实验》,1998年第1期。

② Shulman, L. S. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Harvard Educational Review, 1987, 57 (1): 1—22.

③ 苏霍姆林斯基:《和青年校长的谈话》,上海:上海教育出版社,1983。

④ 毕力格图,孔凡哲,史宁中:《论中小学教师专业标准中的学科成分》,《教育理论与实践》,2011年第2期。

决、逻辑推理和信息交流四个部分^①。美国的 Pugalee 提出的数学素养模型也凸显了数学学科个性特点与一般学科共性的关系。李建华（2001）认为^②，数学教师的数学专业素养的高低不能简单地用学了多少数学知识来衡量。数学专业素养至少应该包括以下三个方面的内容：（1）从知识的角度来看，应该较好地掌握初等数学和高等数学的基本数学知识；（2）从能力的角度看，应该有较强的解决问题的能力；（3）从思想观念的角度看，应该有正确的数学态度、数学哲学，对数学的发展历史、数学思想有足够的了解，热爱数学并能够不断学习和思考。

在语文教师学科专业素养研究中，有学者提出语文教师的知识构成应包含三个层次：背景知识、专业知识和核心专业知识。

在英语教师学科专业素养的相关研究中有人指出，英语教师学科素养表现为：热爱英语并了解英语课程的最新情况；具备扎实的英语知识、丰富的英美文化知识、社会学和英语教学法等与语言学相关的多元文化模块的知识；较强的英语教学能力；英语研究素养；还需了解掌握语言学科发展的新动向和新课题^③。但这样的论述也仅仅只是停留在表层，有待进行深入剖析。

对于化学教师学科专业素养的研究突出体现了学科特色，有人认为化学教师学科素养应包括化学理论基础知识、实验探究技能、化学的前沿知识、化学的实用性知识和计算机基础知识^④。这样的认识突破了学科专业素养局限于学科教材内容的定势，拓广了学科专业素养的结构空间。

在地理教师学科专业素养的相关研究中，将地理素养的结构分为地理知识、地理观点、地理方法、地理能力、地理态度、地理情感等要素^⑤。这种划分融合了学科的物质要素、精神要素和社会要素等多个方面。

已有研究勾画出教师学科专业素养的基本轮廓，同时也体现出教师的学科专业素养是一个复合性概念。我们分析上述各学科的研究后认为，作为一名学科教师，对学科的正确认识和本质的理解是首要的，所以应当更突出教师的学科观的统领地位，其次对本学科的基本思想和方法的把握也是重要的，此外就是学科的知识 and 学科的能力。

① 张奠宙，李士钊，李俊：《数学教育学导论》，北京：高等教育出版社，2004。

② 李建华：《论中学数学教师的数学专业素养——对中学数学课程内容中几个问题的再认识》，《中国民族教育》，2001年第1期。

③ 江俊丽，陈江：《试析英语教师的学科素养》，《科教文汇》，2008年第8期。

④ 贾湘：《21世纪中学化学教师业务素质初探》，《内蒙古电大学刊》，2005年第3期。

⑤ 王向东，袁孝亭：《地理素养的核心构成和主要特点》，《课程·教材·教法》，2004年第12期。

三、教师学科专业素养的发展

教师学科专业素养的发展既是职前教育的重要任务，也是职后教师专业发展的重要目标。国内外的职前、职后教师教育也都有相应的举措。英国不少大学的教师教育学院都专门开设学科知识扩展课程（Subject Knowledge Enhancement），意图增进师范生对数学、物理、化学等学科的专业认识，拓展其学科思考能力，并在意义丰富的问题情境中应用学科知识。都柏林的 Hibernia 大学开设的此类课程还面向职后教师，以提供机会使其掌握学科与社会相结合的动态变化信息。

我国师范教育十分重视学科课程的学习，在教师资格标准中，对学科专业素养的要求也占有相当的比重。这将对教师的学科专业素养的发展起到积极的促进作用。在职后的学历教育和非学历继续教育当中，加强对教师的正确学科观的树立是十分必要的，因为岁月的冲刷、升学考试带给教师的磨砺和压力、职业的倦怠等等，使教师对学科的认识变得实际但不客观，同样学科核心知识也被具体的课程教学内容扯散，学科能力也呈现机械和技能化，而对学科思想方法领悟与认识则对教师有更高的挑战性。

教师学科专业素养的提高是课程改革向纵深发展的需要，是学科教学质量提高的保证，同时更是素质教育的在课堂教学中得以实现的基础。希望我们对教师学科专业素养的关注能够对推动教师专业发展起到本质性的作用。

目 录

绪 论	(1)
第一章 直线形	(11)
一 对直线形的认识	(11)
二 课例展示与研讨	(19)
课例 1: 角的比较与运算	(19)
课例 2: 同位角、内错角、同旁内角	(28)
课例 3: 平行线的性质	(35)
课例 4: 全等三角形的判定 (一)	(49)
课例 5: 平行四边形的性质	(54)
第二章 圆	(66)
一 对圆的认识	(66)
二 课例展示与研讨	(75)
课例 1: 圆周角	(75)
课例 2: 圆的轴对称性——垂径定理	(86)
课例 3: 圆的专题复习——圆中的分类	(92)
第三章 实数	(98)
一 对实数的认识	(98)
二 课例展示与研讨	(107)
课例 1: 平方根	(107)
课例 2: 实数	(116)
第四章 代数式	(125)
一 对代数式的认识	(125)
二 课例展示与研讨	(136)
课例 1: 同类项	(136)
课例 2: 整式的乘法	(143)
课例 3: 平方差公式	(149)
第五章 方程	(160)
一 对方程的认识	(160)
二 课例展示与研讨	(169)

	课例：分式方程及其解法·····	(169)
第六章	函数 ·····	(179)
一	对函数的认识·····	(179)
二	课例展示与研讨·····	(191)
	课例 1：一次函数的性质·····	(191)
	课例 2：确定二次函数的解析式·····	(203)
	课例 3：正比例函数图像和性质·····	(209)
	课例 4：反比例函数的意义·····	(215)
第七章	尺规作图 ·····	(223)
一	对尺规作图的认识·····	(223)
二	课例展示与研讨·····	(233)
	课例：基本作图（二）——角平分线的做法及其性质·····	(233)
第八章	概率与统计 ·····	(250)
一	对概率与统计的认识·····	(250)
二	课例展示与研讨·····	(262)
	课例：求概率的方法·····	(262)
优秀课例赏析 ·····		(273)
后 记 ·····		(293)

绪 论

在前言中，我们一般性地分析了教师学科专业素养的问题，谈到了无论作为哪个学科的教师，从学科专业的角度都会提出几个相似的问题，包括对学科本质的认识、学科的能力和学科的核心知识等。在数学学科中，教师的学科素养不仅潜移默化地影响着学生对数学学习的看法，也直接影响着数学教学的质量。

一位老师叙述的一段故事颇有意味^①。在一次以“乘法分配律”新授课为主题的小学数学骨干教师培训的教学实践研讨课上，两个学生的偶然提问引起了在座众多听课教师的思考和讨论。教师让学生从一个等式 $(4+2) \times 25 = 4 \times 25 + 2 \times 25$ 出发，得到乘法分配律“两个数的和与一个数相乘，可以先把它们与这个数分别相乘，再相加”，它可以用字母表示为 $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$ 。

然后，教师对大家说，“同学们，对于乘法分配律，你想说点什么？”一个学生问道，“老师，我们仅从一个算式出发，就得到了乘法分配律，乘法分配律正确吗？怎么能说明它一定正确呢？”这时，有些学生也开始附和，“是呀，怎么说明乘法分配律一定正确呢？”面对这突如其来的问题，授课教师愣了一下，很快镇定了下来，说道：“同学们，你们能举出反例说明乘法分配律不正确吗？”学生们开始举例子，都符合乘法分配律，没有人能举出反例。这时，老师说，“没有人能举出反例说明乘法分配律是错误的，所以我们认为它是正确的”。此时，学生不说话了，似乎认同了教师的观点，可听课教师却窃窃私语起来。

之后，教师讲解了两道关于乘法分配律的例题，便让学生进行巩固练习。在课堂小结时，教师让学生谈谈运用乘法分配律解题的感受。最后，一个学生站起来说道：“老师，您让我们用乘法分配律计算 $(3+1) \times 6 = 3 \times 6 + 1 \times 6 = 18 + 6 = 24$ ，而不用乘法分配律，我们一眼就可以看出是 $4 \times 6 = 24$ ，干吗还要用乘法分配律计算呢？乘法分配律到底有什么用啊？”这时，全场都静了下来，

^① 曾小平：《小学数学教师学科专业素养与课堂教学实践》，北京：首都师范大学出版社，2013年。

目光再次聚焦到授课教师身上。授课教师一脸茫然，想说点什么，却欲言又止。就在此时，下课铃响了，教师乘机结束本节课。

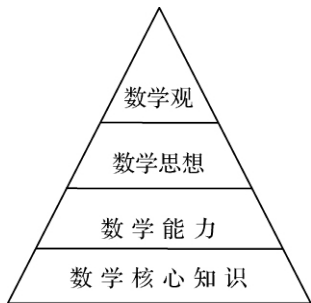
这节课给听课教师留下了深刻的印象，因为学生提出了两个出人预料的问题，而这两个问题又很难回答。是啊，怎么能说明乘法分配律是正确的呢？举不出反例就能说明一定正确吗？在数学上判断一个命题的正确性，需要依靠逻辑推理来证明，在小学阶段怎么证明乘法分配律是正确的呢？还有，学习乘法分配律，就仅仅是为了所谓的简便计算（况且有些学生还认为越用越复杂）？乘法分配律的价值到底在哪里呢？

这个例子带给我们思考，看似简单的小学数学，实际上也对小学数学教师在学科上提出了不低的要求，甚至这些问题对初中老师来说也是不能回避的。要想成为一个优秀的数学教师，掌握基本的学科专业知识是必需的，这是教师数学专业素养的一个具体体现。

记得几年前以及几个月以前，发生了两件类似的事情。有两位老师分别提出了一个类似的问题：学数学到底有什么用？对于提问题的老师，我们可以有两种理解：一是提问者对数学的意义与价值不持怀疑态度，只是想追问怎样理解数学的用途？另一个理解是提问者对数学的作用持怀疑态度：数学真的有用吗？无论基于哪种理解，对数学有什么用这个问题的回答，首先是对数学本质的理解，作为数学教师，如果不能很好地回答数学到底有什么用的问题，那么是无法让学生真喜欢数学、学好数学的。

由此看来，学科知识固然重要，但学科观决定了一个人对学科的态度，也一定会影响他对教授该学科的行为，自然会影响受教育者对学科的理解与学习动机和行为。

在数学学科中，我们将数学教师应具有学科专业素养概括为如下四个组成部分：数学观、数学思想方法、数学能力和数学核心知识，这四个方面是从不同角度反映出教师的数学素养所包含的成分，它们之间是相互关联的。数学核心知识是最基本的部分，它是形成数学能力、体会数学思想方法的载体，也是理解数学意义与价值的基础；反之，数学观对教师理解数学思想方法有指导作用，而教师的数学能力对他们掌握数学核心知识也是十分重要的。正如图中所示，数学观是最上位的，有指导性、统领性的作用。



1. 数学教师的数学观

学科观是教师对所教学科的基本看法和认识，是对学科内涵的理解，包括

对学科的价值、学科的本质的认识,也包括教师具备的学科信念,即对学科的历史意义和社会地位等问题的回答。教师对他所教学科的基本认识影响着其学科教学价值的取向和态度,从更高的层次上来看,学科观也是哲学观、价值观等在学科上的具体体现。教师的学科观在很大程度上决定着教师从事学科教学的具体行为及其效果。

就数学学科而言,所谓数学观是回答“数学是什么”的问题,即是指一个人对数学及其本质的一种看法,包括对数学的意义与价值的认识与理解。数学教师持有怎样的数学观,会直接影响着他的教学观念、行为和效果,因此,树立正确的数学观是成为一名合格的数学教师必备的学科素养。

那么我们怎样回答数学是什么以及数学在人类文明和社会进步中起到的作用呢?其实从古到今,很多哲学家、数学家们都对这个问题有过不同角度的论述。

恩格斯指出,数学是研究数量关系和空间形式的科学。虽然 100 多年过去了,数学学科本身发生了很大的变化,特别是数学与计算机的结合,使数学的研究领域、研究方式和应用范围上得到空前的发展,但数量关系和空间形式仍然是数学研究的主要对象。“数学与人类发展和社会进步息息相关,随着现代信息技术的飞速发展,数学更加广泛应用于社会生产和日常生活的各个方面。数学作为对于客观现象抽象概括而逐渐形成的科学语言与工具,不仅是自然科学和技术科学的基础,而且在人文科学与社会科学中发挥着越来越大的作用。特别是 20 世纪中叶以来,数学与计算机技术的结合在许多方面直接为社会创造价值,推动着社会生产力的发展。”^①

数学可以帮助人们对客观世界的规律进行定量的刻画,并对现代社会中大量纷繁复杂的信息作出恰当的选择与判断。数学作为一种普遍适用的技术,有助于人们收集、整理、描述信息,通过建立数学模型,进而解决问题,推进科技与社会的发展。越来越多的人认识到,“高科技本质上是数学技术”,“数学是以抽象与逻辑体系为核心的科学的语言、思维的工具、理性的艺术,是一种思想方法与文化的载体”。

而数学教育教学应当是数学发展过程与数学文化的再现。教师的数学观还直接影响着教师对数学教育的功能的认识,这也会在教师的教学过程中体现出来,决定着教师的教学行为。“数学是人类文化的重要组成部分,数学素养是现代社会每一个公民应该具备的基本素养。作为促进学生全面发展教育的重要组成部分,数学教育既要使学生掌握现代生活和学习中所需要的数学知识与技

^① 中华人民共和国教育部:《义务教育《数学课程标准》,北京:北京师范大学出版社,2012 年。

能,更要发挥数学在培养人的思维能力和创新能力方面的不可替代的作用。”

数学教师如果不能正确认识数学的意义与价值,不能正确认识数学教育的功能,而把数学看成是抽象的符号演算、形式化的推理证明,那么教师传递给学生的数学一定是枯燥的、僵化的、毫无实际用处的符号及题目的堆砌。

因此,数学观在教师学科专业素养中既处于基础地位,也是重要组成部分。它影响着学生对数学的认识,影响着学生学习数学的动机、兴趣和态度,影响着学生学习数学的最终结果。

2. 数学教师的数学学科能力

从一般意义上理解,教师应具备的能力是一个外延较大的概念,因为一个教师应该具备的能力是多方面的。我们这里所指的学科能力是一般能力中的一部分,主要是指教师胜任本学科教学应该具备的与学科专业相关的能力,是教师在整個的学科教学中体现出来的具有学科特点的能力。所谓学科能力,“一般是指符合相应的学科活动要求、影响学科活动效果的个性心理特征的总和,它是从事学科活动的基本要素”^①。

关于数学能力成分的研究较多,但主要是针对学生的数学能力的讨论。在文献研究中,我们可以看到大量的关于学生数学能力的研究。在国家的教学大纲和课程标准中,对于学生数学能力的培养也在目标中给予阐述。如1963年的数学教学大纲首次提出了培养学生的“三大能力”,即“培养学生正确而且迅速的计算能力、逻辑思维能力和空间想象力”^②;而在2000年颁布的九年义务教育全日制初级中学和全日制普通高级中学的《数学教学大纲》中,分别指出要培养学生的“运算能力、思维能力和空间观念”^③和“思维能力、运算能力、空间想象能力”^④。2003年颁布的普通高中《数学课程标准》中提出了“提高空间想象、抽象概括、推理论证、运算求解、数据处理等基本能力”^⑤。诚然,从能力的角度来讲,对学生能力的培养与教师应具备的数学能力之间是密切联系的,但对象不同、角度不同,二者之间也存在着差异。

国内学者对教师数学能力的成分有一些研究,如,涂荣豹(2003)认为,教

① 毕力格图、史宁中、孔凡哲:《论中小学教师专业标准中的学科成分》,《教育理论与实践》,2011年第2期。

② 课程教材研究所:《20世纪中国中小学课程标准·教学大纲汇编(数学卷)》,北京:人民教育出版社,2001年。

③ 中华人民共和国教育部:《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》,北京:人民教育出版社,2000年。

④ 中华人民共和国教育部:《全日制普通高级中学数学教学大纲》,北京:人民教育出版社,2000年。

⑤ 中华人民共和国教育部:《普通高中数学课程标准(实验)》,北京:人民教育出版社,2003年。

师数学能力包括逻辑推理能力、空间想象能力、语言表达能力、运算能力、研究能力、解题能力等^①；傅敏等(2005)认为，空间想象能力、抽象概括能力、推理论证能力、运算求解能力，以及数学地提出、分析和解决问题的能力是中学数学教师数学能力的主要成分^②。毕力格图等认为“数学学科能力主要指数学的抽象能力、推理能力和建模能力”^③。

从学科的特点来讲，抽象能力、推理能力和建模能力更具有基础性，因此，本文对这三者略作展开。

抽象是数学学科的特点之一，也是数学教师掌握学科知识、体会学科思想、驾驭学科教学的重要能力之一。抽象能力体现在对事物本质的把握，以及把繁杂问题简单化、条理化，分析事物内在的关系，并进一步利用概念、图形、符号以及关系式表述出来。抽象能力是理解数学、运用数学的基础，也是需要教师在教学中着重培养学生获得的一种重要能力。

具备数学的抽象能力，要求我们面对实际问题时能够去除非本质因素，将其本质的因素及其关系提取分离出来，并用适当的数学语言表述。这样，一个看似复杂、杂乱无章的问题就以简洁的形式出现，这其中少不了抽象的作用；此外，抽象能力可以使我们对一个个具体的事物，但却能够将它们的共性的规律寻找并加以验证，成为指导我们在更大的范围内解决问题的工具。“三角形内角和等于 180° ”这样一个普遍使用的结论，是从一个个具体的三角形的属性中提炼出来的，是一个从具体到抽象后得到的一般化结论。

历史上著名的哥尼斯堡七桥问题，充分地体现了抽象的力量，也反映出抽象能力在解决问题中的重要性。在这里，陆地被抽象成点，桥梁被抽象成连接两点的线，这样从一个陆地经过桥走向另一个陆地的问题，变成了一笔画问题。抽象的方法把两个看上去风马牛不相及的问题统一起来，这是让人赞叹的。

推理是数学的基本思维方式，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式。逻辑的严谨性是数学的另一个特点，因此，演绎推理能力是学习数学、教授数学的能力之一。但是在数学的整个发展过程中，归纳、类比、特殊化等合情推理也占据着不可替代的作用，所以合情推理能力理应成为教师能力的重要部分。合情推理是从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推

① 涂荣豹：《数学教学认识论》，南京：南京师范大学出版社，2003年。

② 傅敏、刘隼：《论现代数学教师的能力结构》，《课程·教材·教法》，2005年第4期。

③ 毕力格图、史宁中、孔凡哲：《论中小学教师专业标准中的学科成分》，《教育理论与实践》，2011年第2期。