

理论力学  
习题解答

(下)

西南交通大学  
一般力学教研室

出版者 西南交通大学教务处  
編者 西南交通大学一般力学教研室  
印刷者 西南交通大学印刷厂

一九八一年九月

# 目 录

## (下 册)

### 动 力 学

第十二章	动力学基本定律.....	1
第十三章	质点动力学普遍定理.....	29
第十四章	质点系动力学普遍定理.....	53
第十五章	碰撞.....	97
第十六章	动静法 .....	130
第十七章	分析力学基础.....	174
第十八章	振 动.....	230

## 第十二章 动力学基本定律

12-1 两物体分别在杆秤和弹簧秤上称量，两秤都挂在同一升降机上。当升降机静止时，每一秤称得结果都是10kg。求(a)当升降机以 $1.5\text{m/s}^2$ 的加速度向上运动时，两秤称得结果各是多少？(b)如果弹簧秤的读数是9kg，求此时升降机的加速度和杆秤称得的结果。

〔解〕 当升降机静止时

杆秤称得物体质量  $m = 10\text{kg}$

弹簧秤称得物体重  $P = mg = 10\text{kg}$

(a) 因杆秤称得的质量，当升降机以 $1.5\text{m/s}^2$ 加速上升时杆秤称得结果仍为10kg。(答)  
 弹簧秤称由图 12-1 有

$$ma_x = \Sigma F_x$$

$$\frac{P}{g}a = T - P$$

$$T = \frac{P}{g}a + P = \frac{10}{9.81} \times 1.5 + 10 = 11.53\text{kg} \quad (\text{答})$$

(b) 当弹簧秤读数为9kg时，即图 12-1 中之  $T = 9\text{kg}$  故有

$$\frac{P}{g}a = T - P$$

$$\therefore a = \left(\frac{T}{P} - 1\right)g = \left(\frac{9}{10} - 1\right) \times 9.81 = -0.981\text{m/s}^2 \quad (\text{即 } a \downarrow) \quad (\text{答})$$

此时杆秤称得结果仍为 10kg

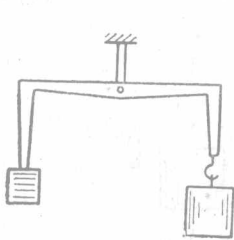
(答)

12-2 某建筑工地所用夯的质量是 60kg，夯着地时的速度为 2.8m/s，如果从它接触地面到静止所经历的时间为 0.1s，问地面受到的平均冲力多大？

〔解〕 首先计算夯着地到静止时的加速度

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 2.8}{0.1} = -28\text{m/s}^2$$

方向与速度方向相反如图所示 (答)



题 12-1 图

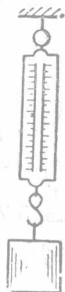


图 12-1

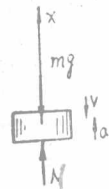


图 12-2

根据质点动力学基本方程

$$ma_x = \sum F_x$$

$$ma = N - mg$$

$$\therefore N = ma + mg = 60 \times 28 + 60 \times 9.81 = 2270 \text{ N} = 2.27 \text{ kN} \quad (\text{答})$$

12-3 一个质量为 3 t 的混凝土构件，用吊车将它起吊。研究在下述几种情况下钢丝绳所承受的拉力：(a) 构件在空中保持静止；(b) 构件由静止开始匀加速上升，在 0.5 s 内速度增加到 15 cm/s；(c) 构件以 2 m/s 匀速上升；(d) 构件匀减速上升，在 1 s 内速度由 15 cm/s 减为 10 cm/s。

〔解〕

(a) 构件在空中保持静止， $a = 0$ ， $v = 0$  (图 12-3 a)。

由质点动力学基本方程  $\bar{F} = m\bar{a}$  在 x 轴上投影得

$$T - mg = 0$$

$$\therefore T = mg = 3 \times 10^3 \times 9.81 = 29400 \text{ N} = 29.4 \text{ kN} \quad (\text{答})$$

(b) 构件由静止开始匀加速上升 (图 12-3 b)

当  $t = 0$  时  $v_0 = 0$ ， $t = 0.5 \text{ s}$  时  $v = 15 \text{ cm/s}$

$$\therefore a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0.15 - 0}{0.5} = 0.3 \text{ m/s}^2$$

$$T - mg = ma$$

$$T = m(g + a) = 3 \times 10^3 (9.81 + 0.3) = 30300 \text{ N} = 30.3 \text{ kN} \quad (\text{答})$$

(c) 构件以 2 m/s 速度匀速上升， $a = 0$  (图 12-3 c)

$$T - mg = 0$$

$$\therefore T = mg = 3 \times 10^3 \times 9.81 = 29400 \text{ N} = 29.4 \text{ kN} \quad (\text{答})$$

(d) 构件匀减速上升 (图 12-3 d)。

先求加速度

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{0.1 - 0.15}{1} = -0.05 \text{ m/s}^2 \quad (\text{即} \downarrow)$$

$$ma_x = \sum F_x$$

$$m(-0.05) = T - mg$$

$$\therefore T = 3 \times 10^3 \times 9.81 - 3 \times 10^3 \times 0.05 = 29300 \text{ N} = 29.3 \text{ kN} \quad (\text{答})$$

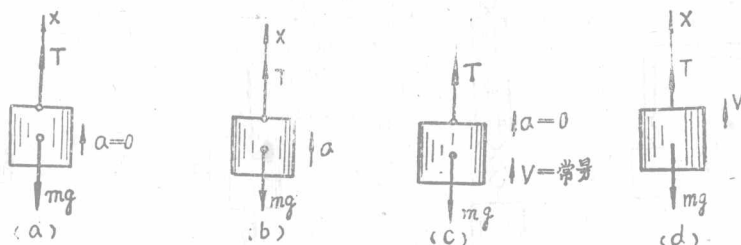


图 12-3

3. 知道究竟是为什, 或总对才说

12-4 质量为 3 kg 的滑块, 当它以 3 m/s 的速度沿位于铅垂面内的固定杆向下滑动时在滑块上沿水平方向加一力  $\bar{P}$ ,  $\bar{P}$  力作用后滑块继续向下滑动 1 m 后停止。(a) 不计滑块与杆之间的摩擦, 求  $\bar{P}$  力的大小; (b) 若滑块与杆之间的摩擦系数为 0.2, 求  $\bar{P}$  力的大小。

[解]

(a) 画滑块受力图 (图 12-4 a)。

设滑块沿固定杆向下滑动的加速度为  $a$

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

$$\therefore a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{0 - 9}{2 \times 1} = -4.5 \text{ m/s}^2 \quad (\text{与速度方向相反})$$

由质点动力学基本方程

$$ma_x = \sum F_x$$

$$m \cdot 4.5 = P \cos 30^\circ - mg \sin 30^\circ$$

$$P = \frac{3 \left( 4.5 + 9.81 \times \frac{1}{2} \right)}{0.866} = 32.6 \text{ N} \quad (\text{答})$$

(b) 画滑块受力图 (图 12-4 b)。

$$ma_y = \sum F_y$$

$$0 = N - mg \cos 30^\circ - P \sin 30^\circ$$

$$\therefore N = 3 \times 9.81 \times 0.866 + 0.5 P = 25.49 + 0.5 P$$

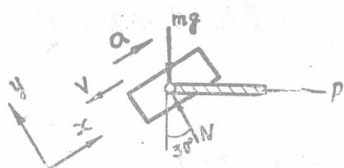
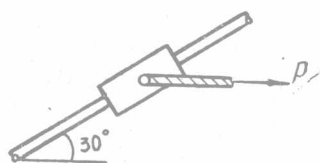
$$F = fN = 0.2(25.49 + 0.5 P) = 5.1 + 0.1 P$$

$$ma_x = \sum F_x$$

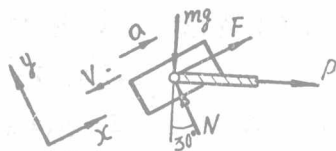
$$m \cdot 4.5 = F + P \cos 30^\circ - mg \sin 30^\circ$$

$$3 \times 4.5 = (5.1 + 0.1 P) + 0.866 P - 3 \times 9.81 \times 0.5$$

$$\therefore P = \frac{23.12}{0.966} = 23.9 \text{ N} \quad (\text{答})$$



(a)



(b)

题 12-4 图

图 12-4

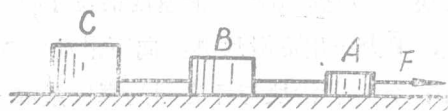
12-5 三物体 A、B、C, 质量分别为  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ , 用绳系住在水平光滑面上如图示。当物体 A 受一向右的力  $\vec{F}$  作用时, 求各段绳中的拉力。已知  $m_1 = 3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 4 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 8 \text{ kg}$ ,  $F = 40 \text{ N}$ 。

[解] 分别画物体 A、B、C 的受力图 (图 12-5 a、b、c)。

各物体向右的加速度设为  $a$ 。

由图 a  $F - T_{AB} = m_1 a$

①



题 12-5 图

由图 b  $T_{AB} - T_{BC} = m_2 a$  ②

由图 c  $T_{BC} = m_3 a$  ③

①、②、③三式相加，得

$$F = (m_1 + m_2 + m_3) a$$

$$\therefore a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{40}{3 + 4 + 8} = 2.67 \text{ m/s}^2$$

代入①式得

$$T_{AB} = 40 - 3 \times 2.67 = 32 \text{ N} \quad (\text{答})$$

代入③式得

$$T_{BC} = 8 \times 2.67 = 21.3 \text{ N} \quad (\text{答})$$

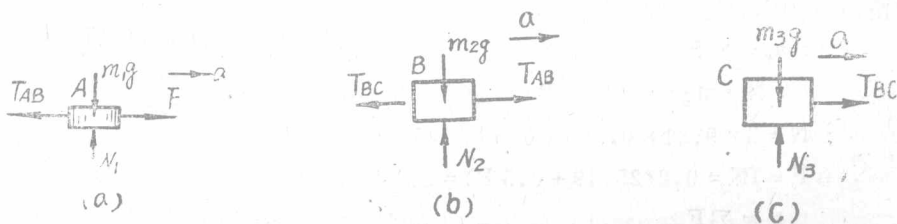


图 12-5

12-6 设图中滑轮和绳的质量及轴的摩擦均不计，并知物体 A 的质量为 15 kg，B 的质量为 10 kg，C 的质量为 20 kg。(a) 求 A、B、C 的加速度；(b) 设初速为零，运动 2 s 后将悬挂 A 的绳剪断，求 B、C 间绳的拉力。

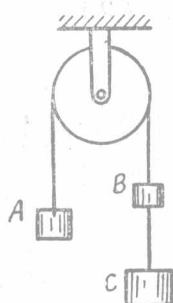
〔解〕

(a) 考虑物体 A (图 12-6 a) 由质点动力学基本方程

$$m_A a = T - m_A g$$

$$\therefore T = m_A a + m_A g \quad ①$$

分别考虑物体 B、C (图 12-6 b)，则有



题 12-6 图

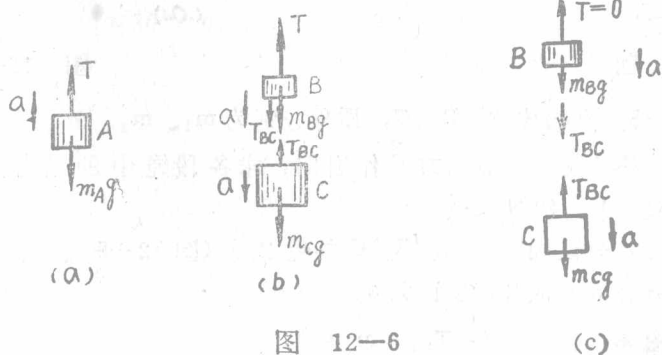


图 12-6



$$m_B a = T_1 + m_B g - T$$

$$m_C a = m_C g - T_1$$

两式相加得

$$(m_B + m_C) a = (m_B + m_C) g - T \quad (2)$$

由①、②两式联立得

$$a = \frac{(m_B + m_C - m_A) g}{m_B + m_C + m_A} = \frac{(10 + 20 - 15) 9.81}{10 + 20 + 15} = 3.27 \text{ m/s}^2 \quad (\text{答})$$

(b) 将 A、B 间绳剪断后, 分别考虑 B、C (图 12-6c) 有

$$m_B a = T_{BC} + m_B g$$

$$m_C a = m_C g - T_{BC}$$

$$v_{T_2} = v_{\text{初}t} = 0 + 3.27 \times 2 = 6.54 (\text{m/s})$$

③

④

两式相加得

$$(m_B + m_C) a = (m_B + m_C) g$$

$$\therefore a = g$$

代入③式得  $T_{BC} = 0$

(答)

12-7 质量为 0.3 kg 的物体 M, 放在粗糙的斜面上。斜面倾角为  $\alpha = \text{tg}^{-1} 1/30$ , 物体与斜面间的动摩擦系数为  $f' = 0.1$ 。今用绳水平牵引物体 M, 牵引方向与 AB 边平行。设物体作匀速直线运动, 其平行于 AB 的分速度为 12cm/s, 求垂直于 AB 的分速度和绳的拉力。

[解] 将 x、y 轴放在 ABCD 斜面上, z 轴与斜面垂直 (图 12-7)。

设物体滑动时摩擦力 F 与 y 轴间的夹角为  $\theta$ , 由于物体作匀速直线运动, 所以  $\bar{a} = 0$ 。

$$m a_x = \Sigma F_x$$

$$0 = -mg \cos \alpha + N$$

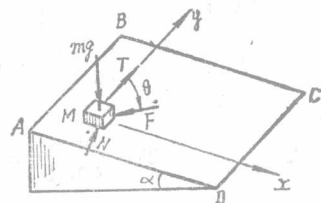
$$\therefore N = mg \cos \alpha$$

$$F = f' N = 0.1 N$$

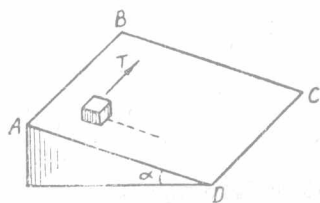
$$m a_x = \Sigma F_x$$

$$0 = mg \sin \alpha - F \sin \theta$$

$$mg \sin \alpha - 0.1 mg \cos \alpha \sin \theta = 0$$



(a)



(b)

题 12-7 图

图 12-7

$$\therefore \sin \theta = \frac{\sin \alpha}{0.1 \cos \alpha} = \frac{1}{0.1} \times \frac{1}{30} = \frac{1}{3}$$

$$\theta = 19.47^\circ$$

$$m a_y = \Sigma F_y$$

$$0 = T - F \cos \theta$$

$$\therefore T = F \cos \theta = 0.1 mg \cos \alpha \cos \theta$$

$$= 0.1 \times 0.3 \times 9.81 \times 0.999 \times 0.943 = 0.277 \text{ N} \quad (\text{答})$$

(答)



物体运动的方向应与摩擦力的方向相反。已知  $v_r = 12 \text{ cm/s}$

$$\therefore v_x = v_r \operatorname{tg} \theta = 12 \operatorname{tg} 19.47^\circ = 4.24 \text{ cm/s} \quad (\text{答})$$

12-8 汽车质量为  $1500 \text{ kg}$ ，以匀速  $v = 10 \text{ m/s}$  驶过拱桥。设桥中点的曲率半径  $\rho = 50 \text{ m}$ ，求汽车驶过桥中点时对桥的压力。

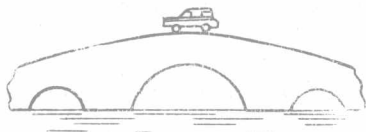
〔解〕 汽车经过拱桥中点时的法向加速度为

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{10^2}{50} = 2 \text{ m/s}^2$$

切向加速度为  $a_t = 0$ 。由图 12-8 得

$$m a_n = \Sigma F_n, \quad m \times 2 = -N + mg$$

$$\therefore N = 1500(9.81 - 2) = 11720 \text{ N} = 11.72 \text{ kN} \quad (\text{答})$$



题 12-8 图



图 12-8

12-9 质量  $m = 5 \text{ kg}$  的小球  $M$ ，用长  $L = 2 \text{ m}$  的绳子一端系于固定点  $O$ ，小球以匀速  $v_0$  在水平面内作圆周运动。(a) 已知绳与铅垂线间的夹角  $\theta = 40^\circ$ ，求绳中的拉力和球的速度  $v_0$ ；(b) 若绳中最大允许拉力为  $100 \text{ N}$ ，求小球的最大允许速度  $v_0$  和此时绳与铅垂线间的夹角  $\theta$ 。

〔解〕 画小球的受力图 (图 12-9)。

(a) 由质点动力学基本方程

$$m a_b = \Sigma F_b$$

$$0 = T \cos \theta - mg$$

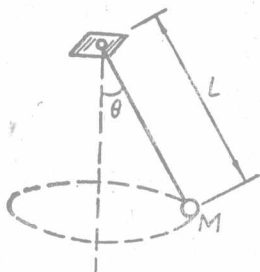
$$\therefore T = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{5 \times 9.81}{\cos 40^\circ} = 64.0 \text{ N} \quad (\text{答})$$

$$m a_n = \Sigma F_n$$

$$m \frac{v_0^2}{\rho} = T \sin \theta$$

$$v_0^2 = \frac{\rho T \sin \theta}{m} = \frac{(L \sin \theta) T \sin \theta}{m}$$

$$\therefore v_0 = \sqrt{\frac{LT}{m} \sin^2 \theta} = \sqrt{\frac{2 \times 64}{5} \sin^2 40^\circ} = 3.25 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$



题 12-9 图

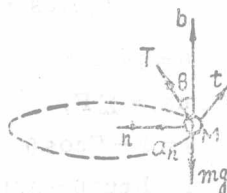


图 12-9

$$\begin{aligned} m a_b &= \sum F_b \\ 0 &= T \cos \theta - mg \\ \cos \theta &= \frac{mg}{T} = \frac{5 \times 9.81}{100} = 0.4905 \end{aligned}$$

$$\theta = 60.6^\circ \quad (\text{答})$$

$$m a_n = \sum F_n$$

$$m \frac{v_0^2}{\rho} = T \sin \theta$$

$$v_0^2 = \frac{\rho T \sin \theta}{m} = \frac{(L \sin \theta) T \sin \theta}{m} = \frac{2 \times 100 (\sin 60.6^\circ)^2}{5} = 30.37$$

$$v_0 = 5.51 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$

12-10 质量为 3 kg 的小球在铅垂平面内摆动，绳长  $L = 0.8 \text{ m}$ 。已知当  $\theta = 60^\circ$  时绳中拉力是 25N，求这一瞬时小球的速度和加速度。

〔解〕 取坐标轴如图 12-10 所示

$$m a_n = \sum F_n$$

$$m \frac{v^2}{L} = T - mg \cos \theta$$

$$v^2 = \frac{(T - mg \cos \theta)L}{m} = \frac{(25 - 3 \times 9.81 \cos 60^\circ) 0.8}{3} = 2.743$$

$$\therefore v = 1.656 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$

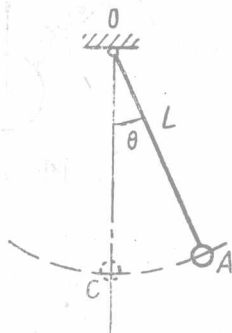
$$a_n = \frac{T - mg \cos \theta}{m} = \frac{25 - 3 \times 9.81 \cos 60^\circ}{3} = 3.428 \text{ m/s}^2$$

$$m a_t = \sum F_t$$

$$m a_t = -mg \sin \theta$$

$$\therefore a_t = -g \sin \theta = -9.81 \sin 60^\circ = -8.496 \text{ m/s}^2$$

故  $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{(3.428)^2 + (-8.496)^2} = 9.16 \text{ m/s}^2 \quad (\text{答})$



题 12-10 图

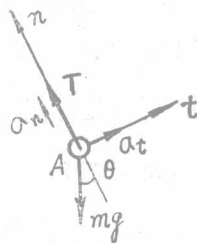


图 12-10

12-11 一质量为 70kg 的驾驶员，驾驶飞机在铅垂平面内沿半径为 100m 的圆周飞行，

在A点驾驶员处于完全“失重”状态，在B点驾驶员的视重（即在飞行中静止的物体对承托物的压力）为2.7kN，求飞机在A、B点的速度。

〔解〕

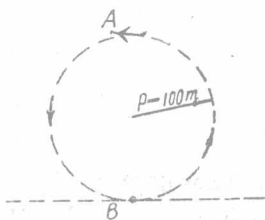
(a) 当飞机在A点处时驾驶员处于完全“失重”状态（图12-11a）。由质点动力学基本方程

$$ma_n = \sum F_n, \quad m \frac{v_A^2}{\rho} = mg$$

$$\therefore v_A = \sqrt{\rho g} = \sqrt{100 \times 9.81} = 31.32 \text{ m/s} = 112.8 \text{ km/h} \quad (\text{答})$$

(b) 飞机在B点时的受力图如图12-11b。

$$ma_n = -mg + N, \quad m \frac{v_B^2}{\rho} = N - mg$$



题 12-11 图

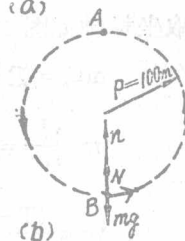


图 12-11

$$v_B^2 = \frac{(-mg + N)\rho}{m} = \frac{(-70 \times 9.81 + 2700)100}{70} = 2876$$

$$\therefore v_B = 53.63 \text{ m/s} = 193.1 \text{ km/h} \quad (\text{答})$$

12-12 已知卫星在离地球表面高度为483 km的圆形轨道上运行时，环绕地球一周需时94.14 min，由万有引力定律求地球的质量。

〔解〕 卫星环绕地球一周需时94.14 min，即

$$\omega = \frac{2\pi}{94.14 \times 60} = \frac{\pi}{2824} \text{ rad/s}$$

卫星至地球中心的距离

$$R = (483 + 6370) = 6853 \text{ km}$$

万有引力常数  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ ，地球

质量设为  $M$ ，则卫星与地球间的万有引力  $F = \frac{GMm}{R^2}$

$$ma_n = \sum F_n$$

$$mR\omega^2 = \frac{GMm}{R^2}$$

$$\therefore M = \frac{R^3 \omega^2}{G} = \frac{(6853 \times 10^3)^3 \pi^2 10^{11}}{2824^2 \times 6.67} = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg} \quad (\text{答})$$

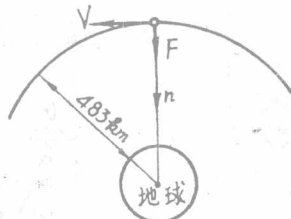


图 12-12

12-13 求月球绕地球运行的轨道半径  $r$ ，以地球的半径  $R$ 、地球表面的重力加速度  $g$  以及月球围绕地球运行一周所需的时间  $\tau$  表示。已知  $\tau = 27.3$  日，求  $r$ 。

〔解〕 月球绕地球运行的角速度

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}$$

设地球的质量为  $M$ ，月球的质量为  $m$ ，万有引力常数为  $G$ 。

由质点动力学基本方程

$$ma_n = \Sigma F_n$$

$$mr\omega^2 = \frac{GMm}{r^2}$$

$$\therefore r^3 = \frac{GM}{\omega^2}$$

设地球表面有一质量为  $m_1$  的质点，则由地球表面的重力加速度为  $g$ ，可知

$$m_1g = \frac{Gm_1M}{R^2}, \quad \text{故 } GM = gR^2$$

最后可得 
$$r^3 = \frac{gR^2}{\omega^2} = \frac{gR^2\tau^2}{4\pi^2} \quad (\text{答})$$

或 
$$r = \sqrt[3]{\frac{gR^2\tau^2}{4\pi^2}} \quad (\text{答})$$

已知 
$$\tau = 27.3 \text{ d} = 27.3 \times 24 \times 3600 \text{ s} = 2.36 \times 10^6 \text{ s}$$

故 
$$r = \sqrt[3]{\frac{0.00981 \times 6370^2 \times (2.36 \times 10^6)^3}{4\pi^2}} = 383000 \text{ km} \quad (\text{答})$$

12-14 已知月球半径为 1740 km，月球质量为地球质量的  $\frac{1}{81.3}$ 。设一空间飞船在离月球表面 30 km 的圆形轨道上运行，求飞船绕月球一周的时间。

〔解〕 飞船绕月球运行的角速度

$$\omega = \frac{2\pi}{t} \text{ rad/s}$$

飞船距月球中心的距离  $r = 1740 + 30 = 1770 \text{ km}$

设飞船质量为  $m$ ，月球质量为  $M_1$ ，地球质量为  $M$ ，则

$$M_1 = \frac{1}{81.3} M$$

又知 
$$GM = gR^2 = 9.81 \times 10^{-3} (6370)^2 \text{ km}^3/\text{s}^2$$

由质点动力学基本方程

$$ma_n = \Sigma F_n$$

$$mr\omega^2 = \frac{GM_1m}{r^2}$$

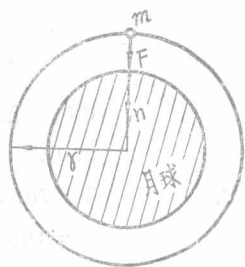


图 12-14

$$\therefore \omega^2 = \frac{GM_1}{r^3} = \frac{GM}{81.3r^3} = \frac{9.81 \times 10^{-3} (6370)^2}{81.3 \times (1770)^3} = 98.74 \times 10^{-8}$$

得  $\omega = 9.397 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$

$$\therefore t = \frac{2\pi}{\omega} = 6687 \text{ s} = 1.857 \text{ h} \quad (\text{答})$$

12-15 载货小车质量为 700 kg, 以  $v = 1.6 \text{ m/s}$  的速度沿缆车轨道下降。轨道的倾角  $\alpha = 15^\circ$ , 运动的总阻力系数  $f = 0.015$ 。求小车匀速下降时, 吊住小车缆绳的拉力; 又设小车制动的时间为 4s, 且为匀减速, 求此时缆绳的拉力。

〔解〕 小车匀速下降时设缆绳的拉力为  $T$  (图 12-15 a)。

$$ma_y = \sum F_y$$

$$0 = N - mg \cos \alpha$$

$$\therefore N = mg \cos 15^\circ$$

$$F = fN = 0.015 mg \cos 15^\circ$$

$$ma_x = \sum F_x$$

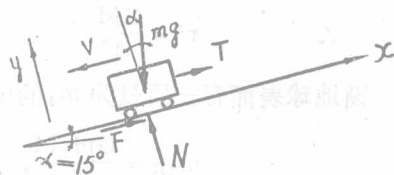
$$0 = T + F - mg \sin \alpha$$

$$\therefore T = mg \sin 15^\circ - F$$

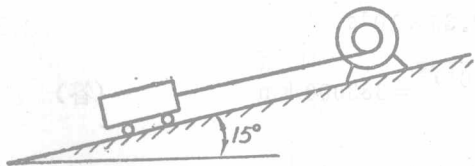
$$= mg(\sin 15^\circ - 0.015 \cos 15^\circ)$$

$$= 700 \times 9.81(\sin 15^\circ - 0.015 \cos 15^\circ)$$

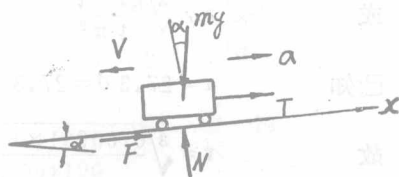
$$= 1678 \text{ N} = 1.678 \text{ kN} \quad (\text{答})$$



(a)



题 12-15 图



(b)

图 12-15

当小车制动时缆绳拉力设为  $T$  (图 12-15 b)

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 1.6}{4} = -0.4 \text{ m/s}^2 \quad \text{与速度方向相反}$$

$$ma_x = \sum F_x$$

$$m \cdot 0.4 = T + F - mg \sin 15^\circ$$

$$\therefore T = 700 \times 0.4 - 0.015 \times 700 \times 9.81 \cos 15^\circ + 700 \times 9.81 \sin 15^\circ$$

$$= 1958 \text{ N} = 1.958 \text{ kN} \quad (\text{答})$$

12-16 道路工人在月台上用 250N 的力将质量为 6 t 的平台车沿水平直线轨道推动。走了 20m 后, 工人放手让平台车自行继续前进。假定平台车在运动时所受的阻力等于 150 N, 试求其最大速度和停止前所走的全部路程  $S$ 。

〔解〕 工人推车时平台车受力情况如图 12-16 a 所示。已知  $Q = 250 \text{ N}$ ,  $F = 150 \text{ N}$

由  $ma_x = \sum F_x$

$$ma = Q - F$$

$$\therefore a = \frac{Q - F}{m} = \frac{250 - 150}{6000} = \frac{1}{60} \text{ m/s}^2$$

平台车初速  $v_0 = 0$ ，走了 20m 后速度设为  $v$ ，则因  $a$  为常量，有

$$v^2 - v_0^2 = 2aS$$

$$\therefore v = \sqrt{2aS} = \sqrt{2 \times \frac{1}{60} \times 20} = 0.817 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$

当速度为  $v_{m,x} = v = 0.817 \text{ m/s}$  时工人放手，则平台车受力及运动情况如图 12-16b 所示。

$$ma_x = \Sigma F_x$$

$$m(-a_1) = -F$$

$$\therefore a_1 = \frac{F}{m} = \frac{150}{6000} = \frac{1}{40} \text{ m/s}^2$$

设平台车停止前所走的距离为  $S_1$ ，则因  $a_1$  为常量，有

$$v^2 - v_0^2 = 2(-a_1)S_1$$

$$0 - (0.817)^2 = -2 \times \frac{1}{40} S_1$$

$$\therefore S_1 = 20(0.817)^2 = 13.35 \text{ m}$$

平台车停止前所走的全部路程

$$S = 20 + S_1 = 20 + 13.35 = 33.35 \text{ m} \quad (\text{答})$$

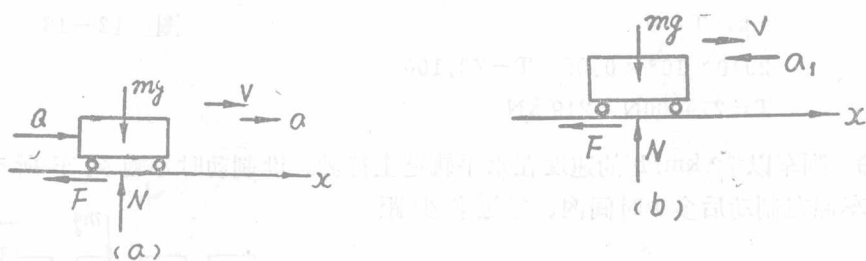


图 12-16

12-17 物体沿斜面上升，斜面与水平面成  $30^\circ$  角，开始时物体的速度为  $15 \text{ m/s}$ 。设物体与斜面间的动摩擦系数为  $0.1$ ，问此物体在停止前走了多少路程？经过多少时间？

〔解〕 物体初速  $v_0 = 15 \text{ m/s}$

$$ma_y = \Sigma F_y$$

$$0 = N - mg \cos 30^\circ$$

$$\therefore N = mg \cos 30^\circ = 0.866 mg$$

$$F' = f'N = 0.1 \times 0.866 mg = 0.0866 mg$$

$$ma_x = \Sigma F_x$$

$$ma_x = -F' - mg \sin 30^\circ$$

$$a_x = -(0.0866 g + 0.5 g)$$

$$= -5.75 \text{ m/s}^2$$

加速度为常量，其方向与速度方向相反，为减速运动。根据点的匀变速运动公式：

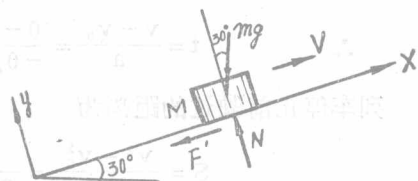


图 12-17

$$0 - 15^2 = 2(-5.75)S$$

$$\therefore S = 19.55 \text{ m}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad (\text{答})$$

$$\therefore t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 15}{-5.75} = 2.61 \text{ s} \quad (\text{答})$$

12-18 列车不连机车质量为 2940 t, 以机车牵引由静止经 5 min 后获得 54 km/h 的速度。设全部作用在列车上的阻力为列车重量的 0.25%, 求机车作用在列车上的牵引力 (设阻力与牵引力均为常量)。

〔解〕 画出列车的受力图 (图 12-18)。

$$\text{阻力 } F = mg \times \frac{0.25}{100} = 2940 \times 10^3 \times 9.81 \times \frac{0.25}{100} = 72100 \text{ N} = 72.1 \text{ kN}$$

由运动学公式计算列车加速度

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{54}{3.6 \times 5 \times 60}$$

$$= 0.05 \text{ m/s}^2$$

$$ma_x = \sum F_x$$

$$ma = T - F$$

$$2940 \times 10^3 \times 0.05 = T - 72.100$$

$$\therefore T = 219000 \text{ N} = 219 \text{ kN} \quad (\text{答})$$

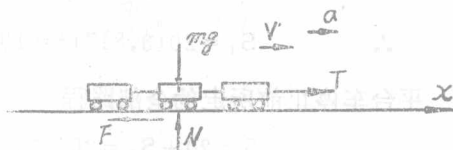


图 12-18

12-19 列车以 72 km/h 的速度在水平轨道上行驶。设制动时每吨列车所受阻力为 250 N, 问车厢在制动后多少时间内、径过多少距离而停止?

〔解〕 列车初速  $v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

列车总阻力  $F = 250 \text{ m(N)}$  (m 以吨计)

由动力学基本方程

$$ma_x = \sum F_x$$

$$(m \times 1000)a_x = -250m$$

$$\therefore a_x = \frac{-250}{1000} = -0.25 \text{ m/s}^2 \quad \text{与 } x \text{ 轴方向相反列车减速运行}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$\therefore t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 20}{-0.25} = 80 \text{ s} \quad (\text{答})$$

列车停止前驶过的距离为

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 20^2}{2(-0.25)} = 800 \text{ m} \quad (\text{答})$$

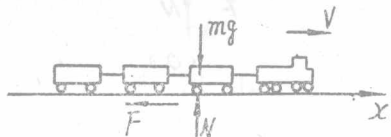


图 12-19

12-20 一质量为  $m$  的物体 A, 放在匀速转动的水平转台上, 与转轴的距离为  $r$ 。如物



体与转台表面间摩擦系数为  $f$ ，欲物体不致因转台旋转而滑出，转台的最大角速度为多少？

〔解〕 考察物体 A，取坐标轴如图 12-20 所示

$$ma_b = \sum F_b$$

$$0 = N - mg$$

∴

$$N = mg$$

$$F \leq fN = fmg$$

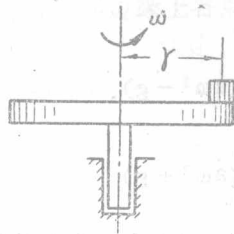
$$ma_n = \sum F_n$$

$$mr\omega^2 = F$$

∴

$$\omega^2 = \frac{F}{mr}$$

$$\omega \leq \sqrt{\frac{fmg}{mr}} = \sqrt{\frac{fg}{r}}$$



题 12-20 图

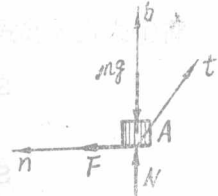
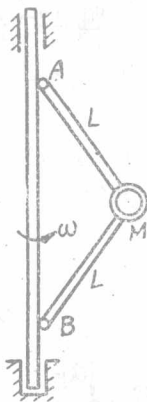


图 12-20

(答)

12-21 质量为  $m$  的球 M，用两根各长  $L$  的杆所支持，以不变的角速度  $\omega$  绕铅垂轴 AB 转动。如  $AB = 2a$ ，两杆的端点均为铰接，且杆重忽略不计，求杆的内力。

〔解〕 考察球 M，取坐标轴如图 12-21 所示



题 12-21 图

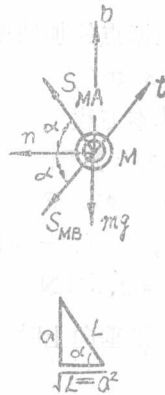


图 12-21

$$ma_b = \sum F_b$$

$$0 = -mg + S_{MA} \sin \alpha - S_{MB} \sin \alpha$$

$$0 = -mg + S_{MA} \frac{a}{L} - S_{MB} \frac{a}{L}$$

∴

$$S_{MA} = \frac{mgL}{a} + S_{MB} \quad (1)$$

$$ma_n = \sum F_n$$

$$m\sqrt{L^2 - a^2} \omega^2 = (S_{MA} + S_{MB}) \cos \alpha$$

$$m\sqrt{L^2 - a^2} \omega^2 = (S_{MA} + S_{MB}) \frac{\sqrt{L^2 - a^2}}{L}$$

$$\therefore m\omega^2 = \frac{S_{MA} + S_{MB}}{L} \quad (2)$$

将①式代入②式解得

$$S_{MB} = \frac{mL}{2a} (a\omega^2 - g) \quad (\text{答})$$

$$S_{MA} = \frac{mL}{2a} (a\omega^2 + g) \quad (\text{答})$$

12-22 在曲柄滑道机构中, 活塞和活塞杆的质量共 50kg。曲柄 OA 长 30cm, 绕 O 轴作匀速转动, 转速为  $n = 120 \text{ rev/min}$ 。求曲柄在下述位置时作用在活塞上的水平力: (a) OA 水平向右; (b) OA 铅垂向上。

〔解〕 曲柄 OA 转速  $\omega = \frac{n\pi}{30} = \frac{120\pi}{30}$   
 $= 4\pi \text{ rad/s} = \text{常量}$

(a) 当 OA 水平向右时 (图 12-22 a)

A 点加速度  $a_{An} = r\omega^2 = 0.3 \times (4\pi)^2$   
 $= 47.37 \text{ m/s}^2$

活塞作平动, 根据点的加速度合成定理, 活塞加速度  $a = a_{An} = 47.37 \text{ m/s}^2$

由质点动力学基本方程

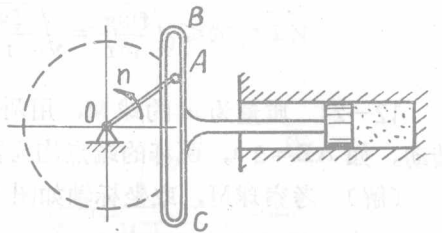
$$ma_x = \sum F_x$$

$$m(-a) = F_x$$

$$\therefore F_x = -ma = -50 \times 47.37 = -2369 \text{ N}$$

$$\therefore F = 2.37 \text{ kN} \quad \text{方向向左} \quad (\text{答})$$

(b) 当曲柄 OA 铅垂向上时 (图 12-22 b)



题 12-22 图

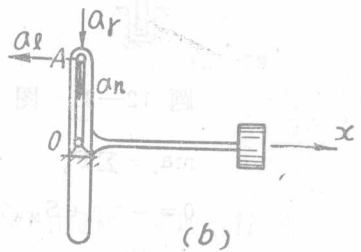
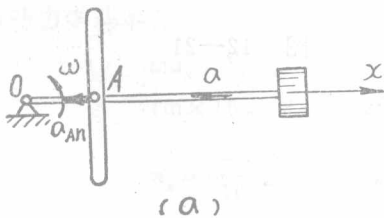


图 12-22

活塞加速度  $\bar{a}$  就是 A 点的牵连加速度  $\bar{a}$ 。

$$\bar{a}_A = \bar{a}_e + \bar{a}_r$$

$$a_{Ax} = a_{ex} + a_{rx}$$

$$0 = -a_e + 0$$

$$\therefore a_e = 0 \quad \text{即} \quad a = 0$$

$$ma = F_x$$