最新修订

根据义务教育新课程标准编写

良师教案

◎永远的教育
◎永远的服务

主编／赵金玉

>>> 教师的必备用书
>>> 家长的帮教助手
>>> 学生的课堂再现

HK版

数学八年级下

目 录

CONTENTS

第 17 章　二次根式

教材分析

本章的主要内容有两个部分：二次根式的概念、性质和二次根式的四则运算.

本章第一部分是教学二次根式的概念和性质，这部分内容是从复习七年级学习的数的开平方开始，引出二次根式的概念，接着根据定义，顺理成章地导出二次根式的性质(1)和性质(2).

本章第二部分是教学有关二次根式的运算，这部分内容首先利用学生已学过的求算术平方根的方法，运用具体的例子，让学生通过观察、讨论、计算等活动，再学习性质(3)和性质(4)，并根据这些性质进行简单的二次根式化简及四则运算.

二次根式属于数与代数领域的内容，它是在学生学习了有关实数的概念和运算等内容的基础上进行教学的，它是对实数、代数式等内容的延伸和补充，同时也是以后将要学习的勾股定理、解直角三角形、一元二次方程和二次函数等内容的重要基础，并为学习高中数学的不等式、函数以及解析几何等大部分内容做好准备.

教学目标

知识与技能

1. 通过生活实例，让学生了解引入二次根式的必要性，理解二次根式的意义.

2. 经历二次根式的性质的探究过程，会用二次根式的性质化简二次根式.

3. 经历探究二次根式的加、减、乘、除运算法则的过程，会用它们进行有关实数的四则运算.

过程与方法

1. 在各个概念的形成过程中，培养学生的观察、类比、归纳与概括的能力以及合理的猜想和推断能力.

2. 经历具体实例的抽象概括过程，进一步发展学生的抽象思维能力和代数推理能力.

3. 通过分组合作学习活动，学会在活动中与他人合作，并能在学习中与他人交流思想.

情感、态度与价值观

1. 通过实例明确二次根式的概念及运算的背景，增强学生的代数推理能力与应用意识，使学生会用数学知识解决简单的实际问题.

2. 通过由具体实例的抽象概括的独立思考与合作学习的过程，培养学生实事求是的态度以及善于观察、质疑和独立思考的良好学习习惯.

课时分配

本章教学约需 8 课时，具体分配如下：

17.1　二次根式	2 课时
17.2　二次根式的运算	5 课时
小结・评价	1 课时

17.1 二次根式

第1课时 二次根式的概念

教学目标

知识与技能

1. 借助生活实例使学生了解二次根式的概念.

2. 使学生理解二次根式的意义,并会求二次根式内所含字母的取值范围.

过程与方法

在二次根式概念的形成过程中,培养学生的抽象思维能力.

情感、态度与价值观

通过由具体实例抽象概括的独立思考与合作学习的过程,培养学生形成善于观察、质疑和独立思考的良好学习习惯.

重点难点

重点

理解使二次根式有意义的条件.

难点

应用被开方数是非负数解决根号内含有字母的的问题.

教学准备

多媒体课件.

教学方法

引导发现、讲练结合.

教学过程

一、创设情境,温故知新

师:大家在七年级已经学习了数的开方,现在让我们一起解决下列问题.

1. 小明准备了一张正方形的纸张剪窗花,他算了一下,这张纸的面积是 8 cm^2,那么它的边长是多少?

2. 已知圆的面积是 6π,你能求出该圆的半径吗?

3. 一个物体从高处自由落下,落到地面的时间 t s 与开始下落时的高度 h cm 满足 $h=5t^2$,试用含 h 的代数式表示 t.

生:1. $\sqrt{8}$ cm 2. $\sqrt{6}$ 3. $t=\sqrt{\frac{h}{5}}$

二、探索新知

1. 二次根式的概念.

师:$\sqrt{8}$,$\sqrt{6}$,$\sqrt{\frac{h}{5}}$ 各表示什么意思?它们有什么共同特征?

生:它们都表示了一个数的算术平方根,都可以写成$\sqrt{a}$的形式.

师:在式子$\sqrt{a}$中,是否有什么限制条件?为什么?

生:因为在实数范围内负数不能开平方,所以 $a\geqslant 0$.

师:当 $a\geqslant 0$ 时,式子$\sqrt{a}$会是正的吗?会是 0 吗?会是负的吗?

生:当 $a\geqslant 0$ 时,式子$\sqrt{a}$可以是正的,也可以是 0,但不会是负的,因为它表示非负数的算术平方根.

师生共同归纳:

形如$\sqrt{a}$的式子叫做二次根式,其中被开方数 $a\geqslant 0$ 且式子$\sqrt{a}$本身也是非负的.

2. 探究解决问题(一).

【例1】 当 x 为何值时,下列式子在实数范围内有意义?

(1) $\sqrt{x+3}$; (2) $\sqrt{x^2}$.

【解析】 这些式子有什么共同特点?是否是二次根式?

【答案】 (1)由 $x+3\geqslant 0$,得 $x\geqslant -3$,即当 $x\geqslant -3$ 时,$\sqrt{x+3}$有意义.

(2)由 $x^2\geqslant 0$,得 x 取全体实数,即 x 取全体实数时,$\sqrt{x^2}$都有意义.

【例2】 如果例1中的式子都是二次根式,要注意什么?

学生讨论、思考后回答,教师规范板书.

教师小结:要使二次根式有意义,被开方数必须是非负数.

3.探究解决问题(二).

【例3】 已知 $\sqrt{a-b-1}+\sqrt{2a-b}=0$,求字母 a、b 的值.

【解析】 这个题目该从何处入手,在学生思考、讨论之后,如果还无从下手,可进一步提示:

(1)两个非负数的和为0,那么这两个数____________________;

(2) $\sqrt{a-b-1}$ 及 $\sqrt{2a-b}$ 是二次根式吗?它们都是__________数.

【答案】 ∵ $\sqrt{a-b-1}\geqslant 0$,$\sqrt{2a-b}\geqslant 0$,$\sqrt{a-b-1}+\sqrt{2a-b}=0$,

∴ $\begin{cases}a-b-1=0,\\2a-b=0.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\b=-2.\end{cases}$

即 a 的值为 -1,b 的值为 -2.

三、课堂练习

1.完成教材习题17.1第1题.

2.完成教材练习第3题.

3.完成教材习题17.1的第2题及第8题.

【答案】 1.(1) $\sqrt{\frac{s}{\pi}}$　　(2) $8\sqrt{2}\,|x|$

2. $x=-1$　$y=4$　$2x+y=2$

3.习题2:(1) $x\geqslant 2$　(2) $x<1$　(3) $x=0$

习题8: $a=\frac{3}{2}$　$b=\frac{1}{2}$　$a+b=2$

四、课堂小结

1.本节课主要学习了什么内容?什么叫做二次根式?

2.二次根号内的被开方数必须满足什么条件?

板书设计

二次根式的概念
1.形如 $\sqrt{a}$ $(a\geqslant 0)$ 的式子叫二次根式
2.式子 $\sqrt{a}$ 的两个非负: $a\geqslant 0$, $\sqrt{a}\geqslant 0$
3.二次根式有意义的条件:被开方数必须是非负数

课外作业

1.二次根式 $\frac{\sqrt{x}}{x^2-4}$ 有意义的条件是________.

2.若 $\sqrt{a-2}=2-a$,则　　(　　)

A. $a=0$　B. $a=2$　C. $a\leqslant 2$　D. $a\geqslant 2$

3.下列各式中哪些一定是二次根式,哪些不一定是,哪些一定不是?为什么?

(1) $\sqrt{21}$　(2) $\sqrt{-19}$　(3) $\sqrt{x^2+1}$

(4) $\sqrt[3]{9}$　(5) $\sqrt{-6a}$　(6) $\sqrt{-x^2-2x-1}$

4.如果 $|x-2y|+\sqrt{3x-2y-4}=0$,求 $\frac{3y}{2x}$ 的值.

5.已知实数 x、y 满足 $y=\sqrt{x-2}-\sqrt{2-x}+5$,求 $\frac{y}{x}$ 的值.

6.当 x 取何值时,$\sqrt{3x+2}+3$ 的值最小?求出这个最小值.

7.若实数 a、b 满足 $a=\sqrt{2b-14}+\sqrt{7-b}$,求 $\sqrt{a^2-2ab+b^2}$.

8.已知△ABC 的三边长分别为 a、b、c,且 a、b 满足 $\sqrt{a-3}+(b-2)^2=0$,求第三边长 c 的取值范围.

【答案】 1. $x\geqslant 0$ 且 $x\neq 2$

2. B

3. $\sqrt{21}$、$\sqrt{x^2+1}$ 一定是,$\sqrt[3]{9}$、$\sqrt{-19}$、$\sqrt{-x^2-2x-1}$ 一定不是,$\sqrt{-6a}$ 不一定是.

4. $\frac{3}{4}$

5. $\frac{5}{2}$

6. 当 $x=-\frac{2}{3}$ 时,最小值是 3.

7. $\because 2b-14\geqslant 0, 7-b\geqslant 0, \therefore b=7, a=0, \therefore$ 原式 $=7$.

8. $\because a=3, b=2, \therefore 1<c<5$.

教学反思

通过这节课的教学,我觉得教师不仅要讲授知识,而且要激发学生的学习动机,唤起学生的求知欲望,让他们兴趣盎然地参与到教学的全过程中来,经过自己的思维活动和动手操作获得知识.要提高教学效果,达到教学目的,必须在引导学生参与教学活动的全过程中做好文章,同时还要加强学生的参与意识,增加学生参与的机会,提高学生的学习效率,并培养他们的参与能力.

知识链接

数学符号的起源

数学除了记数以外,还需要一套数学符号来表示数和数、数和形的相互关系.数学符号的发明和使用比数字晚,但是数量多.现在常用的有 200 多个,初中数学书中就不少于 20 种.它们都有一段有趣的经历.

例如加号曾经有好几种,现在通用"+"号.

"+"号是由拉丁文"et"("和"的意思)演变而来的.十六世纪,意大利科学家塔塔里亚用意大利文"più"(加的意思)的第一个字母表示加,草为"μ",最后都变成了"+"号.

"-"号是从拉丁文"minus"("减"的意思)演变来的,简写 m,再省略掉字母,就成了"-".

到了十五世纪,德国数学家魏德美正式确定:"+"用作加号,"-"用作减号.

乘号曾经用过十几种,现在通用两种.一个是"×",最早是英国数学家奥屈特 1631 年提出的;一个是"·",是英国数学家赫锐奥特首创的.德国数学家莱布尼茨认为:"×"号像拉丁字母"X",加以反对,而赞成用"·"号.他自己还提出用"π"表示相乘.可是这个符号现在应用到集合论中了.

到了十八世纪,美国数学家欧德莱确定,把"×"作为乘号.他认为"×"是"+"斜起来写,是另一种表示增加的符号.

平方根号曾经用拉丁文"Radix"(根)的首尾两个字母合并起来表示,十七世纪初,法国数学家笛卡儿在他的《几何学》中,第一次用"√"表示根号."——"是括线.

"÷"最初作为减号,在欧洲大陆长期流行.直到 1631 年英国数学家奥屈特用":"表示除或比,另外有人用"—"(除线)表示除.后来瑞士数学家拉哈在他所著的《代数学》里,才根据群众的创造,正式将"÷"作为除号.

十六世纪法国数学家维叶特用"="表示两个量的差别.可是英国牛津大学数学、修辞学教授列考尔德觉得:用两条平行而又相等的直线来表示两数相等是最合适不过的了,于是等于符号"="就从 1540 年开始使用起来.

1591 年,法国数学家韦达使用这个符号,才逐渐为人们接受.十七世纪德国莱布尼茨广泛使用了"="号,他还在几何学中用"∽"表示相似,用"≌"表示全等.

大于号">"和小于号"<"是 1631 年英国著名代数学家赫锐奥特创用.至于"≯"、"≮"、"≠"这三个符号的出现是很晚的事了.大括号"{}"和中括号"[]"是代数创始人之一魏治德创造的.

任意号来源于英语中的 any 一词,因为小写和大写均容易造成混淆,故将其单词首字母大写后倒置,如图所示.

$$\forall$$

第 2 课时　二次根式的性质

教学目标

知识与技能

探索二次根式的两个性质,并运用它们进行计算.

过程与方法

在探索二次根式性质的过程中,培养学生分类讨论的思想.

情感、态度与价值观

经历探索二次根式的性质与合作学习的过程,培养学生的合作意识和独立思考的学习习惯.

重点难点

重点

运用二次根式的性质正确进行计算.

难点

探索二次根式的性质.

教学准备

多媒体课件.

教学方法

引导发现、讲练结合.

教学过程

一、创设情境,温故知新

师:1.如果正方形的面积是 3,那么它的边长是多少?若边长是$\sqrt{3}$,则面积是多少?

2.如果正方形的面积是 a,那么它的边长是多少?若边长是$\sqrt{a}$,则面积是多少?

生:1.$\sqrt{3}$,3　2.$\sqrt{a}$,a

二、探索新知

1.二次根式的性质(1).

师:$\sqrt{2}$表示什么意义?$(\sqrt{2})^2$是多少?

生:$\sqrt{2}$表示 2 的算术开方根,根据平方根的意义,$(\sqrt{2})^2=2$.

师:由此计算$(\sqrt{5})^2$,$\left(\sqrt{\frac{7}{2}}\right)^2$,$(\sqrt{0})^2$

生:5,$\frac{7}{2}$,0

师:根据上面的计算,你能说出二次根式一般性的规律吗?

学生分组讨论,小结性质(1):$(\sqrt{a})^2=a$ 且 $a\geqslant 0$

2.二次根式的性质(2).

师:计算$\sqrt{3^2}$,$\sqrt{(\frac{7}{5})^2}$,$\sqrt{0.5^2}$,$\sqrt{0^2}$.

生:3,$\frac{7}{5}$,0.5,0

师:式子$\sqrt{3^2}$有意义吗?为什么?若有意义,它的结果是多少?

生:有意义,因为是先平方再开方,其结果是 3.

师:类似地,计算$\sqrt{(\frac{7}{5})^2}$,$\sqrt{(-0.5)^2}$.

生:$\frac{7}{5}$,0.5

师:由以上的探究可以猜想出什么结论?

学生分组讨论,师生共同小结性质(2):$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant 0),\\ -a & (a<0)\end{cases}$

师:请大家仔细观察比较一下性质(1)和(2).

学生分组讨论,师生共同归纳.

相同点:都表示非负数.

不同点:运算顺序不同,字母的取值范围不同,化简后的形式不同.

三、巩固新知

【例】 计算:

(1) $\sqrt{(-5)^2}$;　　　(2) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$.

此题由学生口答,教师板书,并指名说出符合哪个性质的特征.其中性质(2)让学生充分讨论,防止学生忽略讨论 a 的符号.

【答案】 (1)原式$=|-5|=5$

(2)原式$=|1-\sqrt{2}|=-(1-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1$

四、课堂练习

1.完成教材练习的第 1 题、第 2 题.

2.完成教材习题 17.1 的第 3 题.

3.完成教材习题 17.1 的第 4、5、6、7 题.

【答案】 1.练习 1:(1)$\frac{1}{2}$　(2)2　(3)0.8　(4)-1.3

练习 2:(1)0.2　(2)$\frac{1}{7}$　(3)-2　(4)-2

2.(1)13　(2)0.01　(3)12　(4)3.5　(5)$3\frac{1}{8}$　(6)-7

3.习题4:(1)$a\leqslant0$　(2)$a\leqslant0$　(3)$a\geqslant0$

习题5:(1)-6　(2)-2

习题6:(1)$(\pm3)^2$　(2)$(\pm0.5)^2$　(3)$(\pm\sqrt{3})^2$　(4)$\left(\pm\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2$

习题7:(1)-2　(2)0

五、课堂小结

教师引导学生回答下列问题:本节课,学习了哪些基本内容?学习了什么数学思想方法?应注意什么问题?

本节课主要学习了二次根式的两条性质:

性质(1):$(\sqrt{a^2})=a$　$(a\geqslant0)$

性质(2):$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant0),\\ -a & (a<0)\end{cases}$

其中性质(2)体现了分类讨论的思想方法的运用,一定要注意 a 的符号.

板书设计

二次根式的性质
性质(1):$(\sqrt{a})^2=a$　$(a\geqslant0)$
性质(2):$\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert=\begin{cases}a & (a\geqslant0),\\ -a & (a<0)\end{cases}$
相同点:都表示非负数.
不同点:运算顺序不同,字母的取值范围不同,化简后的形式不同.

课外作业

1.下列各式,对任意实数 a 都成立的是　(　　)

A. $a=(\sqrt{a})^2$　　B. $a=\sqrt{a^2}$

C. $|a|=\sqrt{a^2}$　　D. $|a|=(\sqrt{a})^2$

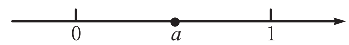
2.若 $ab>0$,则 $\frac{\sqrt{a^2}}{a}+\frac{\sqrt{b^2}}{b}=$________.

3.计算:(1) $\sqrt{(3-\pi)^2}$;

(2) $(2\sqrt{3})^2-\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{(2-1)^2}$.

4.在实数范围内分解因式:(1) x^3-6x;　(2) $4a^4-1$.

5.已知实数 a 在数轴上的位置如图所示:



试化简 $|1-a|+\sqrt{a^2}$.

6.若 $\sqrt{a-2013}+|2012-a|=a$,求 $a-2012^2$ 的值.

7.已知 a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的三边,试化简 $\sqrt{(a-b+c)^2}+\sqrt{(a-b-c)^2}$.

8.已知直线 $l=(m-3)x+n-2$(m、n 为常数)过第一、三、四象限,化简 $|m-n|-\sqrt{n^2-4n+4}-|m-1|$.

【答案】 1.C

2.±2

3.(1)$\pi-3$　(2)$12-6+1=7$

4.(1)$x(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})$　(2)$(2a^2+1)(\sqrt{2}a+1)(\sqrt{2}a-1)$

5.$\because 0<a<1$,$\therefore$原式$=1-a+a=1$.

6.2013(本题隐含了 $a\geqslant2013$)

7.$\because a-b+c>0$,$a-b-c<0$,

$\therefore$原式$=a-b+c-(a-b-c)=2c$.

8.$\because m-3>0$,$n-2<0$,$\therefore m>3$,$n<2$,$\therefore$原式$=m-n-(2-n)-(m-1)=-1$.

教学反思

二次根式的性质是建立在二次根式概念的基础上,同时又为学习二次根式的运算打下基础.本节教学始终以问题串的形式展开,使学生在聆听教师设问和自己释问的过程中萌生自主学习的动机和欲望,逐渐养成思考问题的习惯,性质(1)和(2)容易混淆,教师在教学中应注意引导学生辨析它们的区别,以便更好地灵活运用.

知识链接

柯西和柯西不等式

柯西不等式是由大数学家柯西(Cauchy)在研究数学分析中的“流数”问题时得到的.柯西不等式非常重要,灵活巧妙地应用它,可以使一些较为困难的问题迎刃而解.柯西不等式在证明不等式、解三角形、求函数最值、解方程等问题中都能得到应用.

柯西(Cauchy,Augustin－Louis,1789－1857),法国数学家,8 月 21 日生于巴黎,他的父亲路易・弗朗索瓦・柯西是法国波旁王朝的官员,在法国动荡的政治漩涡中一直担任公职.由于家庭的原因,柯西本人属于拥护波旁王朝的正统派,是一位虔诚的天主教徒.

他在纯数学和应用数学方面的功底是相当深厚的,很多数学的定理、公式都以他的名字来命名,如柯西不等式、柯西积分公式.在数学写作上,他被认为是在数量上仅次于欧拉的人,他一生一共著作了 789 篇论文和几本书,以《分析教程》(1821 年)和《关于定积分理论的报告》(1827 年)最为著名.

柯西在代数学、几何学、误差理论以及天体力学、光学、弹性力学诸方面都有出色的表现.特别是,他弄清了弹性理论的基本数学结构,为弹性力学奠定了严格的理论基础.

17.2　二次根式的运算

17.2.1　二次根式的乘除

第 1 课时　二次根式的乘法

教学目标

知识与技能

理解二次根式的性质(3),并能运用性质(3)进行简单的二次根式的乘法和化简运算.

过程与方法

在探索二次根式性质(3)的过程中,经历从具体到一般的探索过程,鼓励学生大胆猜想,并学会与他人交流思维的过程与结果.

情感、态度与价值观

通过合作学习的过程,培养学生形成善于分析和独立思考的学习习惯.

重点难点

重点

二次根式的性质(3)及其运用.

难点

二次根式的性质(3)的推导过程.

教学准备

多媒体课件.

教学方法

讲练结合、分层教学.

教学过程

一、新课引入

问题(一):动手做一做

(1)$\sqrt{4}\times\sqrt{25}=$______,$\sqrt{4\times 25}=$______;

(2) $\sqrt{0.25}\times\sqrt{100}=$______,$\sqrt{0.25\times 100}=$______.

比较每一组左右两边的等式,结果相等吗?多做几组类似的计算,猜想你的结论,并用字母表示你发

现的规律.

二、探索新知

1.探究解决问题(一).

学生分组讨论、思考,师生共同归纳.

二次根式的性质(3):若 $a\geqslant0,b\geqslant0$,则$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$.

师:这个性质是刚才大家通过由具体实例归纳出来的,那么对于任意非负实数是否都成立呢?我们也可以像做几何题目那样予以证明.

证明:∵当 $a\geqslant0,b\geqslant0$ 时,$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$,$(\sqrt{ab})^2=ab$,而 ab 的算术平方根只有一个,

∴$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$.

由等式的对称性,性质(3)也可写成$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant0,b\geqslant0)$.

2.巩固新知.

【例1】 判断下列等式是否成立?若不成立,请说明理由并改正.

(1) $\sqrt{-4\times(-9)}=\sqrt{-4}\times\sqrt{-9}$;

(2) $\sqrt{\frac{4a}{a}}=\sqrt{4}=2$($a$ 为任意实数).

【答案】 (1)不成立.因为二次根式中被开方数不能为负数,$\sqrt{-4}$、$\sqrt{-9}$无意义.

改正:$\sqrt{(-4)\times(-9)}=\sqrt{36}=6$或$\sqrt{(-4)\times(-9)}=\sqrt{4\times9}=\sqrt{4}\times\sqrt{9}=2\times3=6$

(2)不成立.因为分母 a 不能为0,所以 a 不能为任意实数.

改正:$a\neq0$

小结:运用二次根式的性质时,要特别注意性质的成立条件.

【例2】 计算:

(1)$\sqrt{6}\times\sqrt{27}$;(2)$-3\sqrt{5}\times2\sqrt{10}$.

【解析】 本题属于二次根式的乘法,目的是让学生通过应用及时巩固二次根式的性质(3),并运用性质(3)把被开方数中能开得尽方的因式用它的算术平方根代替移到根号外.

【答案】 (1)原式$=\sqrt{6\times27}=\sqrt{2\times3^4}=\sqrt{2}\times\sqrt{3^4}=9\sqrt{2}$

(2)原式$=-3\times2\times\sqrt{5}\times\sqrt{10}=-6\sqrt{5\times10}=-6\sqrt{5^2\times2}=-30\sqrt{2}$

小结:根据性质(3)进行二次根式的运算时,可以把被开方数中的"完全平方因式(数)"用它的算术平方根代替,由根号内移到根号外.

一般步骤:(1)运用法则,化归为根号内的实数运算.

(2)对根号内的实数进行因数(式)分解.

(3)将根号内开得尽方的因式用其算术平方根代替移到根号外.

三、课堂练习

1.完成教材练习的第1题、第2题.

2.完成教材习题17.2的第1题.

【答案】 1.练习1:(1)$2\sqrt{3}$ (2)-108 (3)$3\sqrt{5}x$ (4)1

练习2:(1)$6\sqrt{2}$ (2)96 (3)$25\sqrt{3}$ (4)5

2.(1)99 (2)18 (3)9 (4)35

四、课堂小结

先让学生回顾本节课的主要内容,教师再进行补充和完善.

1.二次根式的性质(3).

2.二次根式的乘法运算.

板书设计

二次根式的乘法

二次根式的性质(3):$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$,$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant0,b\geqslant0)$

应用:1.二次根式的乘法

2.二次根式的化简:把被开方数中开得尽方的因式移到根号外.

课外作业

1.等式$\sqrt{x(x-2)}=\sqrt{x}\times\sqrt{x-2}$成立的条件是__________.

2.估算$\sqrt{31}-2$的值 ( )

A.在1和2之间 B.在2和3之间

C.在3和4之间 D.在4和5之间

3.若$\sqrt{\frac{a}{b}}\times\sqrt{\frac{b}{a}}=1$,则 a、b 的符号是 ( )

A.$a\geqslant0,b\geqslant0$ B.$a>0,b>0$

C.$a\leqslant0,b\leqslant0$ D.a、b 同号且不为0

4.化简:(1)$\sqrt{0.01\times0.49}$;

(2)$\sqrt{-18\times(-24)}$;

(3)$\sqrt{27m^2}(m<0)$;

(4)$\sqrt{-a^2b}(ab>0)$.

5. 计算(1)$2\sqrt{27}\times 3\sqrt{6}$；

(2)$\sqrt{14}\times\sqrt{\frac{2}{7}}$；

(3)$\frac{3}{2}\sqrt{20}\times(-15)\times(-\frac{1}{3}\sqrt{48})$.

6. 化简计算：(1)$\sqrt{a^2b^4+a^4b^2}(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$；

(2)$\sqrt{(m^2+n^2)^2-(m^2-n^2)^2}(m>0,n>0)$.

【答案】 1. $x\geqslant 2$

2. C

3. D

4. (1)0.07　(2)$12\sqrt{3}$　(3)$-3\sqrt{3}m$　(4)$-a\sqrt{-b}$

5. (1)$54\sqrt{2}$　(2)2　(3)$60\sqrt{15}$

6. (1)$ab\sqrt{a^2+b^2}$　(2)$2mn$

教学反思

二次根式性质(3)的导出和运用体现了从特殊到一般再到特殊的思维过程，同时也是解决问题的一种方法，由特例归纳出来的结论是否具有一般性需要像做几何题目那样进行证明，教学时教师要特别予以强调.

知识链接

数学中的等与不等关系

数学是研究空间形式和数量关系的科学，恩格斯在《自然辩证法》一书中指出，数学是辩证的辅助工具和表现形式，数学中蕴含着极为丰富的辩证唯物主义因素，等与不等关系正是该点的生动体现，它们是对立统一的，又是相互联系、相互影响的. 等与不等关系是中学数学中最基本的关系.

等的关系体现了数学的对称美和统一美，不等关系则如同仙苑奇葩呈现出了数学的奇异美. 不等关系起源于实数的性质，产生了实数的大小关系、简单不等式、不等式的基本性质，如果把简单不等式中的实数抽象为用各种数学符号集成的数学式，不等式已发展为一个人丁兴旺的大家族，由简到繁，形式各异. 如果赋予不等式中变量以特定的值、特定的关系，又产生了重要不等式、均值不等式等. 不等式是永恒的吗？显然不是，由此又产生了解不等式与证明不等式两个极为重要的问题. 解不等式即寻求不等式成立时变量应满足的范围或条件，不同类型的不等式又有不同的解法；不等式的证明则是推理性问题或探索性问题. 推理性即在特定条件下，阐述论证过程，揭示内在规律，基本方法有比较法、综合法、分析法；探索性问题大多是与自然数 n 有关的证明问题，常采用观察—归纳—猜想—证明的思路，以数学归纳法完成证明. 另外，不等式的证明方法还有换元法、放缩法、反证法、构造法等.

数学学科是一个不可分割的有机整体，它的生命力正是在于各个部分之间的联系. 不等式的知识渗透在数学中的各个分支，相互之间有着千丝万缕的联系，因此不等式又可作为一个工具来解决数学中的其他问题，诸如集合问题，方程(组)的解的讨论，函数单调性的研究，函数定义域的确定，三角、数列、复数、立体几何、解析几何中的最大值、最小值问题，无一不与不等式有着密切的联系. 许多问题最终归结为不等式的求解或证明；不等式还可以解决现实世界中反映出来的数学问题. 不等式中常见的基本思想方法有等价转化、分类讨论、数形结合、函数与方程. 总之，不等式的应用体现了一定的综合性和灵活多样性.

等与不等形影不离，存在着概念上的亲缘关系，数学的基本特点是应用的广泛性、理论的抽象性和逻辑的严谨性，而不等关系是深刻而生动的体现.

第2课时　二次根式的除法

教学目标

知识与技能

理解二次根式的性质(4),并会运用性质(4)进行简单的二次根式的除法计算和化简.

过程与方法

经历二次根式性质(4)从特殊到一般的概括过程,学会大胆猜想和发展合理推理的能力.

情感、态度与价值观

通过合作学习的过程,培养学生善于分析和独立思考的学习习惯.

重点难点

重点

二次根式的性质(4)及其运用.

难点

二次根式性质(4)的导出过程.

教学准备

多媒体课件.

教学方法

讲练结合,分层教学.

教学过程

一、新课引入

问题(二):动手做一做

(1)$\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}}=$______,$\sqrt{\frac{36}{49}}=$______;

(2)$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=$______,$\sqrt{\frac{9}{16}}=$______.

比较每一组左右两边的等式,结果相等吗?多试几组类似的计算,猜想你的结论,并用字母表示你发现的规律.

二、探索新知

1.探究解决问题(二).

学生讨论后,师生共同归纳.

二次根式的性质(4):若 $a\geqslant0,b>0$,则$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$.

师:由特例归纳出的结论是否具有普遍性,类比性质(3)的证明,试着证明性质(4).

指名板演,教师巡视指导.

证明:∵当 $a\geqslant0,b>0$ 时,$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2}=\frac{a}{b}$,

即$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{a}{b}$,而$\frac{a}{b}$的算术平方根只有一个,

∴$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$.

由等式的对称性,性质(4)也可写成$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$($a\geqslant0,b>0$).

2.巩固新知.

【例1】 判断下列等式是否成立?若不成立,请说明理由并改正.

$\sqrt{\frac{-16}{-25}}=\frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-25}}$

【答案】 不成立.因为二次根号内被开方数不能为负数.

订正:$\sqrt{\frac{-16}{-25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$或$\sqrt{\frac{-16}{-25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}=\frac{4}{5}$

小结:运用二次根式的性质进行计算时,应注意性质的前提条件.

【例2】 计算:

(1) $\sqrt{40}\div\sqrt{5}$; (2)$\sqrt{\frac{4}{3}}\div\sqrt{\frac{1}{12}}$.

【解析】 本例属于二次根式的除法,目的是让学生通过应用及时巩固性质(4),并运用性质(4)进行分母有理化或把根号内的分母移到根号外.

【答案】 (1)方法1:原式$=\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{40}{5}}=\sqrt{8}=\sqrt{2^2\times2}=2\sqrt{2}$

方法2:原式$=\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{40}\times\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2}=\frac{5\sqrt{8}}{5}=\sqrt{8}=\sqrt{2^2\times2}=2\sqrt{2}$

方法3:原式$=\sqrt{\frac{40}{5}}=\sqrt{\frac{40\times5}{5^2}}=\frac{\sqrt{10^2\times2}}{5}=\frac{10\sqrt{2}}{5}=2\sqrt{2}$

方法4:原式$=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

(2)原式$=\sqrt{\frac{4}{3}\div\frac{1}{12}}=\sqrt{\frac{4}{3}\times12}=\sqrt{4^2}=4$

小结:二次根式的除法运算,通常采用分子、分母同乘以一个式子化去分母中的根号的方法来进行,如例2(1),把分母中的根号化去,叫做分母有理化.

三、课堂练习

1.完成教材第9页至第10页的练习1、2、3.

2.完成教材习题17.2的第2题.

【答案】 1.练习1:(1)$\frac{3}{8}$　(2)$\frac{24}{91}$

练习2:(1)$\frac{\sqrt{2}}{2}$　(2)$\sqrt{70}$　(3)$\sqrt{2}$　(4)$\frac{2}{3}\sqrt{x}$

练习3:(1)$\frac{\sqrt{6}}{2}$　(2)$-\frac{3}{4}$　(3)$2\sqrt{a}$　(4)$2y\sqrt{2x}$

2.(1)$54\sqrt{2}$　(2)2　(3)3　(4)-28

四、课堂小结

1.二次根式的性质(4):若$a\geqslant0,b>0$,则$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$.

2.数学思想方法:类比、化归、由特殊到一般再到特殊的思想方法.

板书设计

二次根式的除法

二次根式的性质(4):若$a\geqslant0,b>0$,则$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

分母有理化:化去分母中的根号

课外作业

1.$\sqrt{1\frac{2}{3}}\times\sqrt{\frac{27}{10}}=$______.

2.$\sqrt{1\frac{1}{49}}=$______.

3.$\frac{\sqrt{5.2\times10^7}}{\sqrt{1.3\times10^9}}=$______.

4.$\sqrt{\frac{5}{8}}=$______.

5.$\sqrt{0.001}\times\sqrt{0.5}=$______.

6.式子$\sqrt{\frac{x-2}{x}}=\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x}}$成立的条件是______.

7.已知$xy>0$,式子$x\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$化简的结果是________.

8.估计$\sqrt{12}\div\sqrt{\frac{1}{3}}\div\sqrt{2}$的结果应在　(　　)

A.2到3之间　　B.3到4之间

C.4到5之间　　D.5到6之间

9.分母有理化:(1)$\frac{-5\sqrt{2}}{2\sqrt{50}}$;　(2)$\frac{4xy}{\sqrt{2xy}}$.

【答案】 1.$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

2.$\frac{5\sqrt{2}}{7}$

3.$\frac{1}{5}$

4.$\frac{\sqrt{10}}{4}$

5.$\frac{\sqrt{5}}{100}$

6.$x\geqslant2$

7.$-\sqrt{-y}$

8.C

9.(1)$-\frac{1}{2}$　(2)$2\sqrt{2xy}$

教学反思

二次根式的除法是建立在二次根式乘法的基础上,所以在学习中应侧重于引导学生利用与学习乘法相类似的方法学习,从而进一步降低学习难度,提高学习效率.

知识链接

一元钱哪里去了

一个唱片商店里,卖30张老式硬唱片,一元钱卖

2张,另外30张唱片是一元钱卖3张.有一天,这60张唱片全部卖完了.30张一元钱2张的唱片收入15元,30张一元钱3张的唱片收入10元,总共是25元.第二天商店老板又拿出60张唱片放到柜台上.老板想何必要自找麻烦来分唱片,如果30张唱片是一元钱卖2张,30张是一元钱卖3张,何不把60张唱片放在一起,按两元钱5张来卖,这是一样的.商店关门时,60张唱片全按2元钱5张卖出去了.可是,商店老板点钱时发现只卖得24元,不是25元,这使他很吃惊.

你认为这一元钱到哪里去了?是不是有个伙计偷了?是不是给顾客找错了钱?

这个悖论是建立等式和不等式性质的好例子.正如上面的故事所表明的,那个老板觉得把两种唱片放在一起,每5张卖2元钱,和分开来一种卖2张一元钱、一种卖3张一元钱是同样的,这就搞错了.没有任何道理能说明两种卖法应该收入同样的钱数.上面的例子中两者之间的差很小,以致于看上去好像这少的一元钱是不留意造成的或者是遗失了.

现在,我们对此悖论做一下代数分析.假设价格较高的唱片是每a张卖b元,价格较低的唱片每c张卖d元.若所有唱片都各以两种不同的价格卖,则一张唱片的平均价格是$\frac{b}{a}$和$\frac{d}{c}$之和的一半.如果两种唱片合起来,按一个价格卖,那么$a+c$张唱片就卖$b+d$元钱,一张唱片的平均价格就是$\frac{b+d}{a+c}$,显然,两套唱片合起来要收入同样多的钱数就必须是$\frac{\frac{b}{a}+\frac{d}{c}}{2}=\frac{b+d}{a+c}$,但令人吃惊的是,这个等式只有在$a=c$时才成立,而与$b$和$d$的值无关.如果$a>c$,则两套唱片合起来卖得的钱多一些;如果$a<c$,则合起来卖就要赔钱.

第3课时　二次根式的化简

教学目标

知识与技能

理解最简二次根式的概念.

过程与方法

让学生经历化简二次根式的过程,并从中体会转化的数学思想.

情感、态度与价值观

培养学生良好的计算习惯及灵活的运算能力.

重点难点

重点

会把二次根式化为最简二次根式.

难点

判断一个二次根式是否为最简二次根式.

教学准备

多媒体课件.

教学方法

讲练结合.

教学过程

一、复习引入

1.师:请同学们一起回忆一下我们前两天探索了二次根式的哪些性质?

性质(1):$(\sqrt{a})^2=a\quad(a\geqslant0)$

性质(2):$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant0),\\ -a & (a<0)\end{cases}$

性质(3):若$a\geqslant0,b\geqslant0$,则$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

性质(4):若$a\geqslant0,b>0$,则$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

2.利用二次根式的性质化简:

(1)$\sqrt{15}\times\sqrt{10}$;(2)$\sqrt{20}\div\sqrt{5}$;(3)$\sqrt{5\frac{2}{3}}\times\sqrt{1\frac{10}{17}}$.

师:题目答案为(1)$5\sqrt{6}$　(2)2　(3)3

把这些结果和原题目比较一下,尽管数值相等,但哪一种表达形式更简单?

生:答案的形式更简单.

师:二次根式的化简既是二次根式各种运算的终极目标,也是初中数学要求同学们熟练掌握的基本运算能力之一,这类题目形式多样,方法灵活,因此我们有必要学习如何化简二次根式.

二、探索新知

1. 认一认.

师:我们已经学习了有关二次根式的两种运算,按照要求,二次根式运算的结果应该尽量化到最简,一个最简二次根式必须满足以下两个条件:

(1)被开方数的因数是整数,因式是整式.

(2)被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

2. 辨一辨.

下列根式中,哪些是最简二次根式?

$\sqrt{xy}$,$\sqrt{8}$,$\sqrt{\frac{ab}{2}}$,$\sqrt{x+y}$,$\sqrt{0.5}$,$\sqrt{a^2+b^2}$,$\sqrt{x^3}$.

学生独立判断,教师点评.

【答案】 $\sqrt{xy}$,$\sqrt{x+y}$,$\sqrt{a^2+b^2}$ 是最简二次根式.

3. 学一学.

【例】 化简:

(1)$\sqrt{45a^2b}(a\geqslant0,b\geqslant0)$;

(2)$\frac{\sqrt{5}a}{\sqrt{10a}}$.

【答案】 (1)原式$=\sqrt{9a^2\cdot5b}=3a\sqrt{5b}$

(2)原式$=\frac{\sqrt{5}a\cdot\sqrt{10a}}{(\sqrt{10a})^2}=\frac{\sqrt{5^2\cdot2a}}{10}=\frac{5\sqrt{2a}}{10}=\frac{\sqrt{2a}}{2}$

小结:(1)化简二次根式时,若被开方数比较复杂,通常要把被开方数分解因式.

(2)当一个式子的分母中含有二次根式时,一般要分母有理化.

4. 练一练.

化简:

(1)$\sqrt{180}$; (2)$\sqrt{\frac{25}{12}}$; (3)$\sqrt{32m^5n^5}$; (4)$\sqrt{\frac{1}{a}}$.

【答案】 (1)$6\sqrt{5}$　(2)$\frac{5\sqrt{3}}{6}$　(3)$4m^2n^2\sqrt{2mn}$　(4)$\frac{\sqrt{a}}{a}$

三、巩固新知

师:在数学学习的过程中,我们倡导把问题尽量简单化,但因计算的具体需要,有时也会反其道而行之,采用故意把问题复杂化的方法,如化简 $10\sqrt{0.1}=\sqrt{10^2}\cdot\sqrt{0.1}=\sqrt{10^2\times0.1}=\sqrt{10}$

【例】 比较 $2\sqrt{3}$ 和 $3\sqrt{2}$ 的大小.

【答案】 $2\sqrt{3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{12}$,

$3\sqrt{2}=\sqrt{9}\times\sqrt{2}=\sqrt{9\times2}=\sqrt{18}$.

$\because 12<18$,

$\therefore \sqrt{12}<\sqrt{18}$,即 $2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$.

小结:(1)只有根号外的非负因式平方后才能移到根号内.

(2)这种比较大小的方法的原理是:当 $a>b>0$ 时,有 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$.

师:比较两个数的大小还可以采用作差法和作商法.

1. 作差法:

【答案】 $2\sqrt{3}-3\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{3}-(\sqrt{3})^2\cdot\sqrt{2}=\sqrt{2}\times\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})<0$,

$\therefore 2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$.

2. 作商法:

【答案】 $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}<1$,

$\therefore 2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$.

四、课堂练习

1. 完成教材第 10 页至第 11 页练习 1、2、3、4.

2. 完成教材习题 17.2 第 6、7 题.

【答案】 1. 练习 1:(1)$7\sqrt{2}$　(2)12　(3)10　(4)$-\frac{3}{2}$　(4)$-10\sqrt{2}$　(6)1

练习 2:(1)、(2)错,分别为 $2\sqrt{5}$,$\frac{\sqrt{6}}{2}$;(3)、(4)正确.

练习 3:$5\sqrt{2}>4\sqrt{3}$

练习 4:(1)$\sqrt{10}$　(2)$\sqrt{5}$

2. 习题 6:1.284

习题 7:(1)$-4+2\sqrt{5}$　(2)$1+\frac{\sqrt{3}}{3}$

五、课堂小结

本节课主要学习了二次根式的化简和比较大小,加强了学生对二次根式性质的理解.在计算过程中应注意把二次根式化为最简二次根式.

板书设计

二次根式的化简

1. 最简二次根式的两个条件.

2. 二次根式的化简:(1)把被开方数中的分母移到根号外.

(2)把被开方数中能开得尽方的因式移到根号外.

课外作业

1. 下列根式中,是最简二次根式的是　(　　)

A. $\sqrt{\frac{1}{a}}$　　B. $\sqrt{4x}$

C. $\sqrt{x^2-1}$　　D. $\sqrt{x^2-2x+1}$

2.把$(2-x)\sqrt{\frac{1}{x-2}}$根号外的因式移入根号内,得 ( )

A. $\sqrt{2-x}$ B. $\sqrt{x-2}$

C. $-\sqrt{2-x}$ D. $-\sqrt{x-2}$

3.当$x>0$,$y\leqslant0$时,下列各式总能成立的是 ( )

A. $\sqrt{x^2y}=-x\sqrt{y}$ B. $\sqrt{x^2y}=x\sqrt{y}$

C. $x\sqrt{\frac{-y}{x^2}}=\sqrt{y}$ D. $x\sqrt{\frac{-y}{x^2}}=\sqrt{-y}$

4.观察下列各式:$\sqrt{1+\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$,$\sqrt{2+\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}$,$\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$,……,将你发现的规律用含正整数$n$的等式表示出来:________.

5.比较大小:$-5\sqrt{3}$与$-3\sqrt{5}$.

6.若$ab<0$,化简$\sqrt{a^2b}$.

7.化简:$\sqrt{-a^3}-a\sqrt{-\frac{1}{a}}$.

8.计算:

(1)$2\sqrt{xy^3}\div(-\frac{1}{2}\sqrt{x^3y^3})$;

(2)$\sqrt{ab^3}\div(-3\sqrt{\frac{b}{2a}})\times\sqrt{2a}$.

【答案】 1.C

2.D

3.D

4.$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=(n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$

5.$-5\sqrt{3}<-3\sqrt{5}$

6.$-a\sqrt{b}$($\because ab<0$,$a^2b\geqslant0$,$\therefore a<0$,$b>0$)

7.$-a\sqrt{-a}+\sqrt{-a}=(1-a)\sqrt{-a}$

8.(1)$-\frac{4}{x}$ (2)$-\frac{2}{3}ab\sqrt{a}$

教学反思

二次根式的化简实际上是二次根式性质的再运用,所以本节的教学要紧紧扣住新旧知识的衔接处,教会学生观察、表达、类比、概括的方法,从而达到发展学生数学思维的深刻性、灵活性,培养其创新意识.

知识链接

趣味的数学小短文——蝴蝶效应

气象学家Lorenz曾发表一篇论文,名叫《一只蝴蝶拍一下翅膀会不会在Taxas州引起龙卷风》论述某系统如果初期条件差一点,结果会很不稳定,他把这种现象戏称做“蝴蝶效应”.就像我们投掷骰子两次,无论我们如何刻意去投掷,两次的物理现象和投出的点数也不一定是相同的.Lorenz为何要写这篇论文呢?

这个故事发生在1961年的某个冬天,他如往常一样在办公室操作气象电脑.平时,他只需要将温度、湿度、压力等气象数据输入,电脑就会依据三个内建的微分方程式计算出下一刻可能的气象数据,因此模拟出气象变化图.

这一天,Lorenz想更进一步了解某段纪录的后续变化,他把某时刻的气象数据重新输入电脑,让电脑计算出更多的后续结果.当时,电脑处理数据资料的速度比较慢,在结果出来之前,足够他喝杯咖啡并和友人闲聊一阵.在一个小时后,结果出来了,不过令他目瞪口呆.结果和原资讯相比较,初期数据还差不多,越到后期,数据差异就越大,就像是不同的两笔资讯.而问题并不是出在电脑,问题是他输入的数据差了0.000127,而这些细微的差异却造成了天壤之别.所以长期准确的预测天气是不可能的.