

数学理

函一
四册

數學理卷五

英國棣麼甘譔

英國 傅蘭雅 口譯
新陽 趙元益 筆述

分數之理

第一百四款 假如有布四十九尺欲分爲五等分所用

之法卽求四十九之五分之一也如將_{四九}以五約之約

得數九餘數四依七十二款之理_{四九}爲五箇九與四箇

一所成合甲乙線代布四十九尺另作丙丁戊己庚五

線各線代布九尺再作線辛代布四尺則因_{四九}爲五箇

九與四則丙丁戊己庚與辛六線之和必等於甲乙線



新法算學

將代布四尺之辛線平分爲五等分
壬子丑寅卯將此各分移至丙丁戊
己庚各線之旁如圖則丙丁戊己庚
壬子丑寅卯十線其等於甲乙線卽
四十九尺但丁與子之和等於丙與
壬之和戊與丑己與寅庚與卯亦然
所以將丙與壬之和五倍之必等於
四十九尺卽丙與壬之和必爲四十
九尺之五分之一

第一百五款

如前圖之丙爲九尺但壬非同類之數此

理前數卷未論及之。非若干尺之整數也。得此數之法。將四尺平分爲五分。取其一分而成之。故壬爲四尺之五分之一。謂尺之分數。其式爲 $\frac{五}{四}$ 。如欲將九尺補足四十九尺之五分之一。則所補之數爲 $\frac{五}{四}$ 。

又依同理。能將麥四十九斗。或地四十九畝。分爲五等分。其麥之五分之一。爲九斗。又四斗之五分之一。其地之五分之一。爲九畝。又四畝之五分之一。

要之四十九之五分之一。爲九與 $\frac{五}{四}$ 。卽 $\frac{五}{四}$ 。尋常不

書加號卽書 $\frac{五}{四}$ 。或用別種記號書之爲

$\frac{五}{四}$ 九

習練之題

求

一三三

之十七分之一若干

答曰

一七三

求

一九七四

一〇〇三二

二三七一〇

六六三八一九

二四二四

二二七七三三九九

答曰

一九七四

五 一六二

二三七一〇

二七 二三六四九

二四二四

九三九四 二三四三

第一百六款

分數之意為任數之若干分即將任數平

分若干分而取其分之一箇或多箇謂之分數即如

五九

五四

俱為分數分數者能包整數於內也如十七為

整數亦為

二七

亦為

三四

亦為

三一

等

凡數為若干一箇所成如五箇

七箇一百箇等謂之整數者欲與分數有別也

凡分數橫線上之數謂之分母橫線下之數謂之分子

此分母分子俱謂之分數之項凡分數分子小於分母則分數必小於一如^七_六爲小於一因將六箇分爲六等分則每分爲一箇如分之爲十七等分每分自然必小於一又依同理分母等於分子則分數必等於一分子大於分母則分數必大於一

第一百七款

^三_三之意爲二之三分之一亦爲一之三

分之一之倍數欲證此理其法如左

命甲乙線代布二尺丙爲線之中丙之左右各有布一尺再將甲丙分爲三等分得丁戊兩點又將丙乙分爲三等分得己庚兩點因甲戊戊己己乙俱相等則甲戊

甲 丁 戊 丙 巳 庚 乙

爲二尺之三分之一卽 $\frac{3}{2}$ 但甲戊爲甲丁之倍而甲丁爲一尺之三分之一卽 $\frac{3}{1}$ 所以 $\frac{3}{2}$ 爲 $\frac{3}{1}$ 之倍卽如欲取布長 $\frac{3}{2}$ 尺有兩法能得之一法將其二尺布分爲三等分而取其一分卽得 $\frac{2}{3}$ 尺又法將布之一尺分爲三等分而取其二分亦得 $\frac{2}{3}$ 尺此兩法俱可用之又依同理欲求 $\frac{8}{5}$ 則可將五分爲八等分而取其一分或可將一分爲八等分而取其五分以下各款可任用此兩法以簡便爲主亦可將以上之理變其說而不變其意如左
凡數欲求其三分之一可將其數之若干一各分爲三

等分而從每箇一之內取其一分則所取諸分之和爲
本數之 $\frac{3}{2}$ 。卽如二爲兩箇一所成取其三分之一之
法從其每箇一內取其三分之一則共得兩箇三分之
一卽三分之二也其式爲 $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

若分子大於分母則

$\frac{3}{2}$

上意不合於理卽如 $\frac{7}{5}$ 之意將一箇分爲七分而取
其十五分而七箇分中安能取出十五分故算者心中
必以爲借得幾箇一箇每一箇亦分爲七分依此法所
得分數足取其十五箇卽如欲得 $\frac{7}{5}$ 必將三箇一箇
各分爲七分而從其各分內取出十五箇分也

第一百八款 凡分數將其分母分子各以同數乘之則

所得之分數其大與本分數同即如 $\frac{四}{三}$ 其分母分子

各以五乘之即為 $\frac{二〇}{一五}$ 同於 $\frac{四}{三}$ 即十五尺布之二十

分之一同於三尺布之四分之一又以前法論之將布

一尺分為二十分而取其十五分即同於將布一尺分

為四分而取其三分如欲證之如圖令甲乙線

代布一尺平分之得甲丙丙丁丁戊戊乙四分

再將各分平分之得五等分則甲戊為 $\frac{四}{三}$ 但

第二次分其線其得二十等分而甲戊為二十

等分之十五分故為 $\frac{二〇}{一五}$ 所以 $\frac{二〇}{一五}$ 與 $\frac{四}{三}$ 相同



又因將 $\frac{20}{15}$ 之分母分子各以五約之，即得 $\frac{4}{3}$ ，可見凡分數之分母分子以同數約之，則分數之大小不變。此理在數學中最爲要緊，其理即尋常所言分爲二十一分而取其十四分，同於分爲三分而取其二分。

第一百九款

此兩分數

$\frac{4}{3}$

與

$\frac{20}{15}$

既相等，可以任意

代換。然第一式比第二式更便，不第因三尺之四分之

一，比十五尺之二十分之一，心中易明。又因第一式之數目小，行乘約法更便，所以凡設一分數而欲用之於各事，應先揣其分母分子，有否公度數。如九十八款之法，揣出任兩數之最大公度數，又指出其兩數以最大

公度數約之則約得之數除一之外無他公度數故必將分數之兩項求其最大公度數而約之則約得之分數爲本分數而變成最小之項其大小若干心中易於明之。

習練之題

分數變爲最小之項其式如

$$\frac{2921}{2794} = \frac{23 \times 27}{22 \times 27} = \frac{23}{22}$$

$$\frac{4920}{2788} = \frac{30 \times 64}{17 \times 64} = \frac{30}{17}$$

$$\frac{13786}{93208} = \frac{113 \times 122}{764 \times 122} = \frac{113}{764}$$

$$\frac{40359600}{888800} = \frac{999 \times 40400}{22 \times 40400} = \frac{999}{22}$$

$$\frac{359784}{95469} = \frac{456 \times 789}{121 \times 789} = \frac{456}{121}$$

第一百十款 如分數之兩項已分爲各乘數凡數之乘數能度盡

之而無餘數卽如四六八俱爲二十四之乘數

凡數之乘
數能度盡

將二十四化爲乘數得

六×四
八×三

八十三

$$=x-x-x=$$

俱可。則分子

之任一箇乘數可用以約之然其分母亦必將其內之一箇同乘數約之惟因分數母子俱以同數約之依八十八款與一百八款之理其分數之大小不變凡有

他數約之之數以ノ號別之如式

$$\frac{\begin{array}{c} \times \times \times \times \\ \times \times \times \times \end{array}}{\begin{array}{c} \times \times \times \times \\ \times \times \times \times \end{array}} = \frac{\begin{array}{c} \times \times \times \times \\ \times \times \times \times \end{array}}{\begin{array}{c} \times \times \times \times \\ \times \times \times \times \end{array}} = \frac{\begin{array}{c} \times \times \times \times \\ \times \times \times \times \end{array}}{\begin{array}{c} \times \times \times \times \\ \times \times \times \times \end{array}}$$

—五五.

$$\frac{\begin{smallmatrix} \text{二} & \text{五} & \text{四} & \text{五} & \text{二} \\ \text{一} & \text{八} & \text{一} & \text{五} & \text{一} & \text{三} \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} \text{二} & \text{五} & \text{四} & \text{五} & \text{二} \\ \text{一} & \text{八} & \text{一} & \text{五} & \text{一} & \text{三} \end{smallmatrix}} = \frac{\begin{smallmatrix} \text{西} & \text{三} & \text{三} & \text{西} \\ \text{二} & \text{三} & \text{三} & \text{二} \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} \text{二} & \text{三} & \text{三} & \text{二} \\ \text{二} & \text{三} & \text{三} & \text{二} \end{smallmatrix}} = \frac{\begin{smallmatrix} \text{三} & \text{三} & \text{三} & \text{西} \\ \text{二} & \text{三} & \text{三} & \text{二} \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} \text{二} & \text{三} & \text{三} & \text{二} \\ \text{二} & \text{三} & \text{三} & \text{二} \end{smallmatrix}}$$

二六

$$\frac{\cancel{九} \times \cancel{七} \circ}{\cancel{二} \times \cancel{七} \times \cancel{八}} = \frac{\cancel{六} \times \cancel{一} \circ}{\cancel{三} \times \cancel{四}} = \frac{\cancel{六} \times \cancel{五}}{\cancel{三} \times \cancel{二}} = \frac{\text{五}}{\text{六}}$$

第一百十一款 依一百八款之理能將任分數之母子

各以同數乘之而其分數不變又依同理能將兩箇分

數化爲兩箇相等分數而兩箇分母相等卽如 $\frac{3}{2}$ 與

$\frac{7}{4}$ 兩分數將其 $\frac{3}{2}$ 之兩項俱以七乘之又將 $\frac{7}{4}$

之兩項俱以三乘之則得 $\frac{21}{4}$ 爲 $\frac{21}{4}$ 卽 $\frac{21}{4}$ 又 $\frac{7}{4}$ 爲

$\frac{21}{4}$ 卽 $\frac{21}{4}$ 所以得兩分數 $\frac{21}{4}$ 與 $\frac{21}{4}$ 等於 $\frac{21}{4}$ 與 $\frac{7}{4}$ 而

其公分母爲二故 $\frac{3}{2}$ 與 $\frac{7}{4}$ 已化之而得公分母

如有三箇分數如 $\frac{1}{2}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{9}{7}$ 求化之而得公分母法

將第一箇分數之兩項以六與九相乘之積數乘之第

二箇分數之兩項以一與九相乘之積數乘之第三箇

分數之兩項以^{一〇}與六相乘之積數乘之則依一百八

款之理得^二爲

$$\frac{2 \times 6 \times 9}{3 \times 4 \times 5}$$

卽

$$\frac{540}{540}$$

三爲

$$\frac{6 \times 9 \times 9}{5 \times 1 \times 9}$$

卽

$$\frac{540}{540}$$

九爲

$$\frac{9 \times 3 \times 6}{4 \times 1 \times 3}$$

卽

$$\frac{540}{540}$$

觀所得三箇分數其各分子與其公分母皆能以六度

之又依一百八款之理以任數約之所約得之分數必

與本分數相等所以將

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

以六約之則約得之分數爲

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

數亦有公分母而等於原所設之^{一〇}一^{六五}九^七故約

得之三箇分數

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

$$\frac{90}{90}$$

箇分數其式更簡可見其

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

$$\frac{540}{540}$$

卽然但

九〇

爲一。與六與九之最小公倍數

見前一款故可

知前法非最簡之法也。欲將

一〇

一

六五

九七

三箇分數

化爲有公分母之三箇相等分數。則先依一百三款之

法求得。與六與九之最小公倍數

九〇

又可見

九〇

容一

爲九次。容六爲

一五

次。容九爲

一〇

次。故可將第一箇分數

之兩項以九乘之。第二箇分數之兩項以

一五

乘之。第三

箇分數之兩項以

一〇

九

九〇

九〇與前法所得者同

九七

若其數目內有一箇爲整數。則依一百六款之法。化爲

有分母之數。與他數之公分母同。

習練之題

所設之分數

$$\frac{3}{2} \quad \frac{5}{1} \quad \frac{6}{1}$$

$$\frac{3}{1} \quad \frac{7}{2} \quad \frac{14}{3} \quad \frac{21}{12} \quad \frac{4}{3}$$

$$\frac{10}{3} \quad \frac{100}{5} \quad \frac{1000}{6}$$

$$\frac{379}{33} \quad \frac{677}{281}$$

化成公分母

$$\frac{30}{20} \quad \frac{30}{6} \quad \frac{30}{5}$$

$$\frac{84}{28} \quad \frac{84}{24} \quad \frac{84}{18} \quad \frac{84}{48} \quad \frac{84}{63}$$

$$\frac{1000}{3070} \quad \frac{1000}{400} \quad \frac{1000}{50} \quad \frac{1000}{6}$$

$$\frac{256583}{22341} \quad \frac{256583}{106499}$$

第一百十二款 若將兩箇分數化成公分母則兩分數
 易於相比而知其孰大孰小卽如 $\frac{3}{5}$ 與 $\frac{1}{7}$ 兩箇分數
 欲求其孰大孰小則先化之而得公分母卽 $\frac{3}{5}$ 與 $\frac{1}{7}$
 觀此兩箇分數卽知第一箇分數爲大因依一百七款
 之理第一箇分爲 $\frac{3}{5}$ 等分而取其 $\frac{1}{5}$ 分第二箇取其 $\frac{1}{7}$
 分則其大小之故自明矣

由此可見凡兩箇分數有公分母其分子大者爲分數
 之大者其分子小者爲分數之小者又可見凡兩箇分
 數有公分子則其分母小者爲分數之大者其分母大
 者爲分數之小者卽如 $\frac{7}{8}$ 大於 $\frac{9}{8}$ 因第一箇分數爲