面向21世纪高职高专规划教材

YINGYONG SHUXUE

YINGYONG SHUXUE YINGYONG SHUXUE YINGYONG SHUXUE

应用数学

主编　钱志良　何　纪

电子科技大学出版社

面向21世纪高职高专规划教材

应用数学

YINGYONG SHUXUE

主　编　钱志良　何　纪

副主编　储一民　蒋　勤　姜建清　戴　娟

编　委　吴　伟　王成全　夏小惠　董仲超

刁菊芬　王玉辉　张夏雨　孔海涛

电子科技大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

应用数学 / 钱志良，何纪主编.—成都：电子科技大学出版社，2009.8

ISBN 978–7–5647–0184–0

I. 应⋯ II. ①钱⋯②何⋯ III. 应用数学 IV.O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 098702 号

内 容 简 介

本书是根据教育部《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》，结合我校实际编写的。本书贯彻“以必须、够用为度”的教学原则，以“掌握概念，强化应用”为出发点，在保证科学性的基础上，注重讲原理，减少论证，加强服务专业，服务生活的作用，着力于对学生基本运算能力和分析问题、解决问题能力的培养。力求做到“由浅入深、循序渐进；力求实用、精简体系；紧扣生活、培养能力；立足数学、服务专业”。

全书共六个模块，分别为：基本模块、微积分应用、线性代数、离散数学、概率论、数学建模与数学文化、数学实验等内容。

应 用 数 学

主 编 钱志良 何 纪

副主编 储一民 蒋 勤 姜建清 戴 娟

出 版：电子科技大学出版社（成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编：610051）
策划编辑：谢晓辉
责任编辑：张蓉莉
主 页：www.uestcp.com.cn
电子邮箱：uestcp@uestcp.com.cn
发 行：新华书店经销
印 刷：南京文博印刷厂
成品尺寸：170mm×230mm 印张 22.5 字数 438 千字
版 次：2009 年 8 月第一版
印 次：2009 年 8 月第一次印刷
书 号：ISBN 978–7–5647–0184–0
定 价：38.00 元

编 者 的 话

本书本书是根据教育部《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》，结合我校实际编写的。本书贯彻“以必须、够用为度”的教学原则，以“掌握概念，强化应用”为出发点，在保证科学性的基础上，注重讲原理，减少论证，加强服务专业，服务生活的作用，着力于对学生基本运算能力和分析问题、解决问题能力的培养。

本书结合高职高专的特点，对高等数学课程的内容进行了优化，对课程体系进行了整合。打破了传统，把教学的重点转移到数学的应用上来，紧扣数学在专业中的应用和数学在生活中的应用来讲授数学知识，把原来的为了学数学而学数学，转变成为了用数学而学数学，同时配合数学软件的使用，激发学生学习数学的热情，让学生感觉数学的魅力。

在教材结构上做优化，针对专业设置教学的内容，做到“分层教学，因材施教”，我们把全书分成六个模块，第一模块和第六模块是公共模块，第一模块主要介绍基本的函数及应用，掌握基本数学应用，为后面进一步学习其他知识做准备。第六模块为数学建模和数学文化，主要介绍应用数学解决问题的一些思路、方法、步骤。让学生掌握分析问题、建立模型、然后解决问题这样一个实践过程。中间四个模块是针对我们学校的几个专业特别设定的，第二模块，主要针对电学专业（电子，机电等专业），主要包括高等数学在电学方面的应用，着力介绍诸如时变电流、电压的计算，储能元件的相关计算，动态电路的分析，等高数在电子方面的应用。第四模块主要针对计算机软件专业设置，主要包括离散数学的相关内容，着力介绍诸如逻辑、关系、图论等在计算机软件方面的应用。第三模块、第五模块主要针对管理等文科专业设置（包括信管、国贸、物流、外语等专业），主要包括线性代数、概率论部分的内容，着力介绍诸如矩阵、线性方程组、概率、数字特征等在经济中应用。

本书由钱志良、何纪任主编，第一模块、第二模块由钱志良、王玉辉、刁菊芬编写，第三模块由戴娟、孔海涛、董仲超编写，第四模块由储一民、吴伟、张夏雨编写，第五模块由姜建清、王成全，夏小惠编写，第六模块由何纪、蒋勤编写。本书在编写的过程中曾走访各二级学院，争取意见和建议，闵敏院长、杨诚处长、孙淑萍主任对本书的编写给与了大力的支持，电子与电气工程学院的秦益林院长、机

电工程学院的赖华清院长、软件学院的眭必霞院长、信息管理系吴凌娇主任等其他老师对本书都提出了非常中肯的建议，在此一并表示感谢。

尽管我们在编写本书时已尽了最大的努力，但由于水平有限，书中仍难免存在这样或那样的问题，敬请广大读者不吝赐教。

编者
2009 年 5 月

目　　录

模块一　基本模块

单元一　回顾与拓展

1.1　资讯　基本初等函数　复合函数　初等函数

所谓函数关系一指: 设 D 是一个给定的数集, 如果对于每一个数 $x\in D$, 变量 y 按一定法则总有一个确定的数值与之相对应, 则称变量 y 是变量 x 的函数, 记作 $y=f(x)$, x 称作自变量, y 也称作因变量, 数集 D 称作函数 $y=f(x)$的定义域.

$y=f(x)$称为函数表达式, 我们不难发现, 函数表达式有的比较简单, 有的比较复杂, 而事实上复杂的表达式是由简单的表达式按照一定的“运算”(四则运算和复合运算)演变而来的, 因此我们把最简单表达式的函数称为基本初等函数.

1.1.1　基本初等函数

我们把幂函数 $y=x^{\alpha}(\alpha\in \mathrm{R})$、指数函数 $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq1)$、对数函数 $y=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq1)$、三角函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$, $y=\sec x$, $y=\csc x$ 和反三角函数 $y=\arcsin x$, $y=\arccos x$, $y=\arctan x$, $y=\text{arccot}\, x$ 统称为基本初等函数，见表 1-1.

表　1-1

函数类型	函数	定义域与值域	特性
幂函数	$y=x$	$x\in(-\infty, +\infty)$, $y\in(-\infty, +\infty)$	奇函数; 单调增加
	$y=x^2$	$x\in(-\infty, +\infty)$, $y\in[0, +\infty]$	偶函数; 在$(-\infty, 0)$内单调减少, 在$(0, +\infty)$内单调增加
	$y=x^3$	$x\in(-\infty, +\infty)$, $y\in(-\infty, +\infty)$	奇函数; 单调增加
	$y=x^{-1}$	$x\in(-\infty, 0)\cup(0, +\infty)$ $y\in(-\infty, 0)\cup(0, +\infty)$	奇函数; 单调减少
	$y=x^{\frac{1}{2}}$	$x\in[0, +\infty]$; $y\in[0, +\infty)$	单调增加
指数函数	$y=a^x,(0<a<1)$	$x\in(-\infty, +\infty)$, $y\in(0, +\infty)$	单调减少
	$y=a^x,(a>1)$	$x\in(-\infty, +\infty)$, $y\in(0, +\infty)$	单调增加

(续表)

函数类型	函数	定义域与值域	特性
对数函数	$y=\log_a x,(0<a<1)$	$x\in(0,+\infty)$, $y\in(-\infty,+\infty)$	单调减少
	$y=\log_a x,(a>1)$	$x\in(0,+\infty)$, $y\in(-\infty,+\infty)$	单调增加
三角函数	$y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$, $y\in[-1,1]$	奇函数，周期 2π，有界，在$(2k\pi-\frac{\pi}{2}, 2k\pi+\frac{\pi}{2})$内单调增加，在$(2k\pi+\frac{\pi}{2}, 2k\pi+\frac{3\pi}{2})$内单调减少$(k\in Z)$
	$y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$, $y\in[-1,1]$	偶函数，周期 2π，有界，在$(2k\pi, 2k\pi+\pi)$内单调减少，在$(2k\pi+\pi, 2k\pi+2\pi)$内单调增加$(k\in Z)$
	$y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$, $y\in(-\infty,+\infty)$	奇函数，周期π，在$(k\pi-\frac{\pi}{2}, k\pi+\frac{\lambda}{2})$内单调增加$(k\in Z)$
	$y=\cot x$	$x\neq k\pi$, $y\in(-\infty,+\infty)$	奇函数，周期π，在$(k\pi, k\pi+\pi)$单调减少$(k\in Z)$
反三角函数	$y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$, $y\in[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$	奇函数，单调增加，有界
	$y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$, $y\in[0,\pi]$	单调减少，有界
	$y=\arctan x$	$x\in(-\infty,+\infty)$, $y\in(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	奇函数，单调增加，有界
	$y=\mathrm{arccot}\, x$	$x\in(-\infty,+\infty)$, $y\in(0,\pi)$	单调减少，有界

1.1.2 复合函数

定义 如果 y 是 u 的函数 $y=f(u)$，而 u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$，且$\varphi(x)$的值域与 $y=f(u)$的定义域的交非空，那么，y 通过中间变量 u 的联系成为 x 的函数，我们把这个函数称为是由函数 $y=f(u)$与 $u=\varphi(x)$复合而成的复合函数，记作：$y=f[\varphi(x)]$.

注意: 函数复合是有条件的，对于任意的 $y=f(u)$，$u=\varphi(x)$，并不一定能构成复合函数 $y=f[\varphi(x)]$.

例如 $y=\ln u$, $u=\sin x-2$ 就不能构成复合函数 $y=\ln(\sin x-2)$.

学习复合函数有两方面要求：一方面，会把几个作为中间变量的函数复合成一个函数，这个复合过程实际上是把中间变量依次代入的过程；另一方面，会把一个复合函数分解为几个较简单的函数，这些较简单的函数往往是基本初等函数或是基

本初等函数与常数的四则运算所得到的函数.

例 1　已知 $y=\ln u, u=x^2$, 试把 y 表示为 x 的函数.

解　$y=\ln u=\ln x^2, x\in(-\infty, 0)\cup(0, +\infty)$.

复合函数的中间变量可以不限于一个.

例 2　函数 $y=\mathrm{e}^{\sin x}$ 是由哪些简单函数复合而成的?

解　令 $u=\sin x$, 则 $y=\mathrm{e}^u$, 故 $y=\mathrm{e}^{\sin x}$ 是由 $y=\mathrm{e}^u, u=\sin x$ 复合而成的.

例 3　函数 $y=\tan^3(2\ln x+1)$是由哪些初等函数复合而成的?

解　令 $u=\tan(2\ln x+1)$, 则 $y=u^3$; 再令 $v=2\ln x+1$, 则 $u=\tan v$.

故 $y=\tan^3(2\ln x+1)$是由 $y=u^3, u=\tan v, v=2\ln x+1$ 复合而成的.

注意: 复合函数的复合过程是由内层到外层, 而分解过程是由外层到内层.

例如 $y=\mathrm{e}^{\operatorname{arctg}\sqrt{x^2+1}} \longleftrightarrow \mathrm{e}^w, w=\operatorname{arctg}u, u=\sqrt{v}, v=x^2+1$

(由左到右为分解过程, 由右到左为复合过程)

1.1.3　初等函数

(1) 定义

定义　由常数和基本初等函数, 经过有限次四则运算和有限次复合而成的, 并且能用一个式子表示的函数, 称为初等函数.

(2) 分段函数

有些函数, 对于其定义域内自变量 x 的不同的值, 不能用一个统一的数学表达式表示, 而要用两个或两个以上的式子表示, 这类函数称为“分段函数”.

例如　$y=f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2} & |x|<1\\ x^2-1 & 1<|x|\leqslant 2\end{cases}$

注意: 分段函数是用几个公式合起来表示一个函数, 而不是表示几个函数.

初等函数是用一个表达式表示的函数, 分段函数一般都不是初等函数.

例如:

$$y=\frac{\sin x}{x^2+1},\quad y=\log_a(x+\sqrt{1+x^2}),\quad y=\frac{a^x+a^{-x}}{2}$$

等都是初等函数.

(3) 函数定义域

所谓定义域就是使得函数有意义的自变量的取值范围.

例如: 确定函数 $y=\dfrac{1}{\lg(3x-2)}$ 的定义域.

解: 要使函数有意义, 必须 $3x-2>0$ 且 $\lg(3x-2)\neq0$, 即 $x>\dfrac{2}{3}$ 且 $x\neq1$. 因此函数的定

义域为 $D=(\frac{2}{3},\ 1)\cup(1,\ +\infty)$.

(4) 函数的性质

① 奇偶性

② 周期性

③ 单调性

④ 有界性

常见的有界函数有：$\sin x$ 、$\cos x$ 、$\arcsin x$ 、$\arccos x$ 、$\arctan x$ 、$\mathrm{arccot}x$

1.2 案例：根据实际问题建立函数关系

1.2.1 根据实际问题中变量的内在关系建立函数表达式

前面我们已经了解了函数的概念及性质，现在可以利用它们来解决实际问题.从例题中可以发现，解决实际问题的过程其实就是将问题转化为数学问题，建立数学模型，具体步骤如下：

① 分析问题中哪些是变量，哪些是常量，分别用字母表示.

② 分析所给条件，运用数学、物理或其他知识，确定等量关系.

③ 具体写出函数关系：$y=f(x)$，并指明定义域.

我们看下面几个具体的案例：

案例 1：银行存款利息研究

我们小区的老张去年年底挣了 50 000 的积蓄，这正赶上金融危机，工作难找钱不好挣，打算找个银行去存起来，如果他想连续存 5 年，请你帮他参谋下，应该存哪家银行比较划算（利率见表 1-2）.

表 1-2

银行	结算方式	年利率	结算周期
A 银行	单利	10%	1 年
B 银行	复利	9%	1 个月
C 银行	连续复利	8%	0

分析可知，要解决上面的问题需要弄清楚，什么是单利结算，什么是复利结算，怎么计算两种情况下的利息.为了弄清这些问题，我们咨询了下银行工作的小王，他帮我们找到了这些资料.

知识：

(1) 单利率：你存款到期后，利息=本金×年利率×年数

(2) 复利率：也称利上加利，是指一笔存款或者投资获得回报之后，再连本带利

进行新一轮投资的方法. 在利率相同时, 复利率计算得到的利息比单利率计算得到的利息要多.

复利计算的特点是: 把上期末的本利和作为下一期的本金, 在计算时每一期本金的数额是不同的.复利的计算公式是: $S=P(1+i)^n$.

例如: 本金为 100 元, 年利率或者年投资回报率为 3%, 投资年限为 30 年, 那么, 30 年后所获得的本息收入, 按复利计算公式来计算就是: $100\times(1+3\%)^{30}$.

复利现值: 是指在计算复利的情况下, 要达到未来某一特定的资金金额, 现在必须投入的本金.

例如: 30 年之后要筹措到 300 万元的养老金, 假定平均的年回报率是 3%, 那么, 现在必须投入的本金是 $3\,000\,000\times1/(1+3\%)^{30}$.

某顾客向银行存入本金100元, 20年后他在银行的存款额是本金及利息之和, 设银行规定年复利率为 5%, 根据下面不同的结算方式, 顾客 20 年后最终存款也有所不同.

(1) 采用单利计算利息.

(2) 采用复利计算利息, 每年结算一次.

(3) 每月结算一次, 每月的利率为 $r/12$.

解:

(1) $p_{20}=100+100\times5\%\times20=200$.

(2) 每年结算一次时, 第一年后顾客存款额为: p_1=100+100*10%=100* (1+10%) =110,

第二年后顾客存款额为: p_2=110+110*10%=100*$(1+10\%)^2$=121.

根据这种递推关系可知, 第 20 年后顾客的存款额变为:

$$p_{20}=100\times(1+10\%)^{20}.$$

(3) 每月结算一次, 每月的复利率为$10\%/12$, 共结算12×20 次, 故 20 年后顾客的存款额为:

$$p_{20}=100\times\left(1+\frac{10\%}{12}\right)^{12\times20}$$

每月结算一次相当于一年结算 12 次, 如果结算 24 次有什么样的情况发生呢? 36 次呢……

表　1-3

年结算次数	1 次	12 次	24 次	36 次	48 次	……	∞ 次
p_{20}	672.75	732.81	735.84	736.86	737.37	……	738.91

爱因斯坦说：复利是世界第八大奇迹. 世界上最伟大的力量不是原子弹，而是复利！复利的计算是对本金及其产生的利息一并计算，用通俗的话说就是利滚利.

总结模型:

一般的我们用 p 表示存入金额，r 表示年利率，m 表示结算周期，n 表示储存年限，p_n 表示 n 年的本息总额，则得到:

单利率计算: $p_n = p + p \times r \times n$.

复利率计算: $p_n = p\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mn}$ 特别地: 当 $m=1$ 时，$p_n = p(1+r)^n$.

案例 2: 我国工薪人员应纳多少税

根据中华人民共和国个人所得税法规定: 个人工资，薪金所得应纳个人所得税法. 应纳税所得额的计算为: 工资、薪金所得，以每月收入额减除费用 2000 元后的余额，为应纳税所得额. 最后列出下面的税率表(见表 1-4):

表 1-4

级数	全月应纳税所得额	税率(%)
1	不超过 500 元的	5
2	超过 500 元到 2 000 元的部分	10
3	超过 2 000 元到 5 000 元的部分	15
4	超过 5 000 元到 20 000 元的部分	20
5	超过 20 000 元到 40 000 元的部分	25
6	超过 40 000 元到 60 000 元的部分	30
7	超过 60 000 元到 80 000 元的部分	35
8	超过 80 000 元到 100 000 元的部分	40
9	超过 100 000 元的部分	45

要想知道某人应缴税金额，则需列出他应缴纳的税款与其工资、薪金所得之间的关系. 设其月工资，薪金所得为 x 元，应缴纳的税款为 y 元，即列出 y 与 x 之间的关系.

解: 按税法规定当 $x \leqslant 2000$ 元时，不必纳税，所以 $y=0$.

当 $2000 < x \leqslant 2500$ 元时，纳税部分是 $x-2000$ ，税率为 5%，所以，$y=(x-2000)\cdot\frac{5}{100}$;

当 $2500 < x \leqslant 4000$ 元时，其中 2000 元不纳税，500 元应纳 5%的税，即

$500\times\dfrac{5}{100}$=25(元). 再多的部分，即 $x-2500$ 按 10%纳税，所以，他应纳税款为 $y=25+(x-2500)\cdot\dfrac{10}{100}$(元); 依次可列出下面的函数关系:

$$
\begin{cases}
0 & 0\leqslant x\leqslant 2000\\
(x-2000)\cdot\dfrac{5}{100} & 2000<x\leqslant 2500\\
25+(x-2500)\cdot\dfrac{10}{100} & 2500<x\leqslant 4000\\
25+150+(x-4000)\cdot\dfrac{15}{100} & 4000<x\leqslant 7000\\
175+450+(x-7000)\cdot\dfrac{20}{100} & 7000<x\leqslant 22000\\
625+3000+(x-22\ 000)\cdot\dfrac{25}{100} & 22000<x\leqslant 42\ 000\\
3625+5000+(x-42\ 000)\cdot\dfrac{30}{100} & 42000<x\leqslant 62\ 000\\
8625+6000+(x-62\ 000)\cdot\dfrac{35}{100} & 62000<x\leqslant 82\ 000\\
14625+7000+(x-82\ 000)\cdot\dfrac{40}{100} & 82000<x\leqslant 102\ 000\\
21625+8000+(x-102\ 000)\cdot\dfrac{45}{100} & x>102\ 000
\end{cases}
$$

案例 3: 成本函数、收益函数、利润函数

某产品的总成本是指生产一定数量的产品所需的全部经济资源投入的价格或费用总额. 它由固定成本与可变成本组成.

设 C 为总成本, C_1 为固定成本, C_2 为可变成本, C 为平均成本, Q 为产量. 则有

总成本函数: $C=C(Q)=C_1+C_2(Q)$;

总收益是出售一定数量的产品所得到的全部收入. 总利润是生产一定数量的产品的总收益与总成本之差.

设 P 为商品价格, Q 为商品量, R 为总收益, $C(Q)$为总成本, 则有

总收益函数: $R=R(Q)=Q\cdot P(Q)$;

总利润函数: $L(Q)=R(Q)-C(Q)$.

例如: 生产某种产品 q 个单位时的费用为 $C(q)=5q+200$, 收入函数为 $R(q)=10q-0.01q^2$.

则利润函数为 $L(q)=R(q)-C(q)=10q-0.01q^2-(5q+200)=-0.01(q-250)^2+425$.

1.2.2　**根据图形或数据拟合函数**

案例 4　函数的拟合

(一) 引入

一边播放一段录像，一边解说)一支登山队在山底时，一个队员说："现在的海拔高度为 5000m，大气压强是 5680Pa." 在中途这个队员又说："现在的海拔高度为 7500m，大气压强已经很低是 4260Pa，空气很稀薄，我们呼吸都感到有点困难．" 在快要登顶时，这个队员又说："我不行了，现在海拔高度为 8800m，大气压强实在太低，仅为 3670Pa，我几乎不能呼吸．"

从这位登山队员话中看出大气压强与海拔高度有一定的关系，一个海拔高度就有某个大气压强值与之对应，即知道此地的海拔高度就能知道大气压强值．说明大气压强值是海拔高度的一个函数．这个函数到底是什么呢？

(二) 问题的提出

大气压强值是海拔高度的一个函数．这个函数到底是什么呢？

下面(见表 1-5)是某次某地的一组测量数据:

表　1-5

海拔高度/km	0	1	1.5	2	2.5	3	4
气压/10^5Pa	1.01	0.90	0.850	0.802	0.758	0.720	0.630
海拔高度/km	5	6	7	7.5	8	8.5	8.8
气压/10^5Pa	0.561	0.510	0.454	0.428	0.404	0.376	0.361

问：气压值 y (10^5Pa)是海拔高度 x (km)的什么函数？(先研究)

(三) 分析问题，建立函数关系

从上表我们还是不能知道这个函数是什么，但根据上表的数据描点画出如图 1-1 所示的图像，观察这个图像．

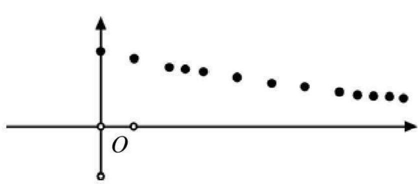

图　1-1

猜想气压值 $y\,(10^5\text{Pa})$是海拔高度 $x\,(\text{km})$的什么函数?(一次函数、二次函数等)

猜想 1: 其图像近似是一条直线上的点, 猜想这个函数是一次函数: $y=ax+b$.

猜想 2: 其图像近似是一条抛物上的点, 猜想这个函数是二次函数: $y=ax^2+bx+c$.

猜想 3: 这个函数是指数型函数: $y=c\mathrm{e}^{kx}$ (或学生猜想: $y=ca^x$, 因为科学技术上常用 e 作底数, 记 $\mathrm{e}^k=a$, 则 $y=c\mathrm{e}^{kx}$)

猜想 1、猜想 2、猜想 3 哪个更合理呢?

若这个函数是一次函数, 则设该函数为 $y=ax+b$ (要确定参数 a, b, 只要有二组数据即可, 通过计算机模拟, 由学生确定那二组数据, 如第一, 第二组数据)

把 $x=0, y=1.01, x=1, y=0.90$ 代入, 即一次函数过第一、二点, 得:

$$\begin{cases}1.01=b\\0.9=a+b\end{cases}\qquad 解得\begin{cases}a=-0.11\\b=1.01\end{cases}$$

即函数为: $y=-0.11x+1.01\ (10^5\,Pa)$

若这个函数是二次函数则设该函数为 $y=ax^2+bx+c$ (要确定参数 a, b, c, 只要有三组数据即可, 通过计算机模拟, 由学生确定那三组数据, 如第一、二、三组数据)

把 $x=0, y=1.01, x=1, y=0.90$, $x=1.5, y=0.850$ 代入, 即二次函数过第一、二、三个点, 得:

$$\begin{cases}1.01=c\\0.9=a+b+c\\0.850=2.25a+1.5b+c\end{cases}\qquad 解得\begin{cases}a=0.00667\\b=-0.11667\\c=1.01\end{cases}$$

即函数为: $y=0.00667x^2-0.11667x+1.01\ (10^5\,Pa)$.

若这个函数是指数型函数: $y=ce^{kx}$.

把 $x=0, y=1.01, x=1, y=0.90$ 代入得

$$\begin{cases}1.01=c\\0.9=c\mathrm{e}^k\end{cases}\qquad 解得\begin{cases}k=\ln\dfrac{0.9}{1.01}=-0.115\\c=1.01\end{cases}$$

即函数为: $y=1.01\cdot\mathrm{e}^{-0.115x}\,(10^5\,\text{Pa})$.

这三个函数哪个更合理? 看表 1-6 分析.

表　1-6

海拔高度/km	0	1	1.5	2	2.5	3	4
气压/10^5Pa	1.01	0.90	0.850	0.802	0.758	0.720	0.630
$y=ax+b$	1.01	0.90	0.845	0.790	0.735	0.68	0.57