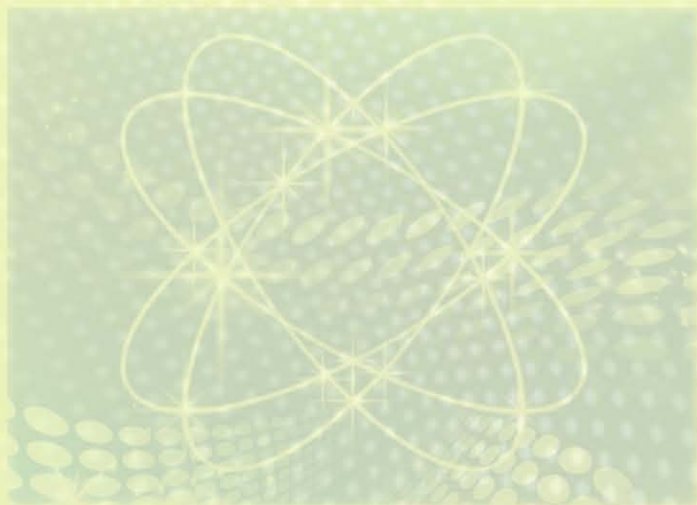


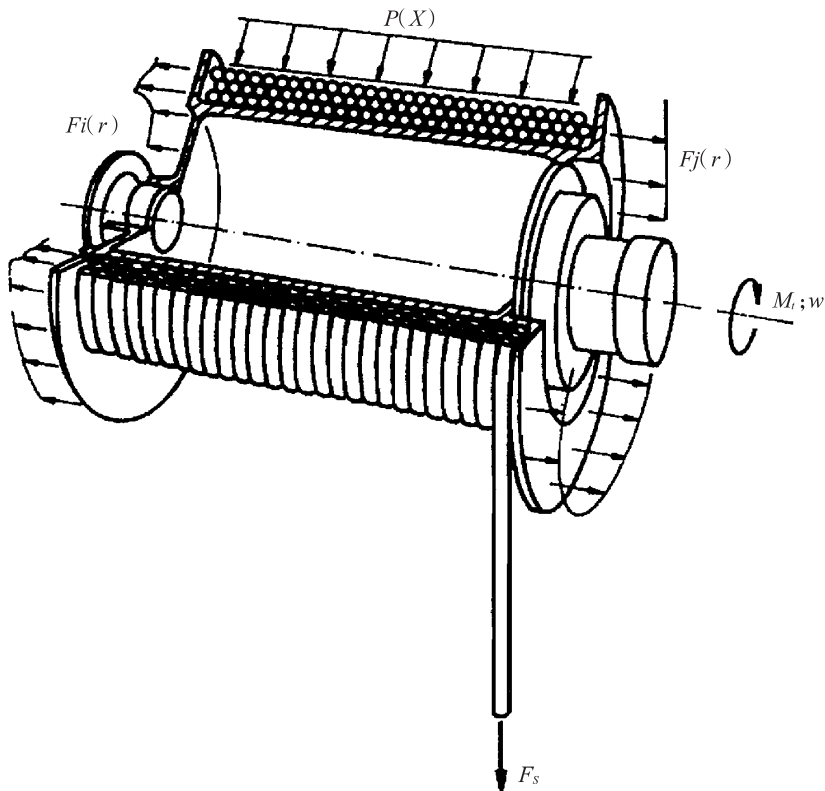
多层缠绕钢丝绳卷筒 筒体一端板受力及变形分析



湖北科学技术出版社

多层缠绕钢丝绳卷筒

筒体一端板受力及变形分析



编 者

特此感谢 LEBUS 公司总裁赛德纳特(Cristor F. Seidenather)先生赠送此书!

本书为德国科劳斯特工业技术大学(TU CLAUSTHA)Ilaka Mupende 先生的博士论文,2001 年出版。

感谢杨真老师(资深德语翻译)细致认真,高质量地专业翻译!

感谢同济大学中德学院张为民教授,博士生导师悉心校对!

此书仅作为 ZPMC 内部资料,供钢丝绳卷筒尤其是多层缠绕卷筒设计时参考使用。
如有错误不妥之处,请指正!

胡 颖

2008 年 3 月

原著:Ilaka Mupende

(德国科劳斯特工业技术大学)

译文:杨 真(上海振华港机公司)

校对:张为民(同济大学中德学院)

编辑:胡 颖(上海振华港机公司)

目 录

| | | |
|----------|-----------------------------|-----------|
| 1 | 研究现状 | 1 |
| 2 | 多层缠绕钢丝绳卷筒受力分析 | 2 |
| 2.1 | 钢丝绳缠绕负荷构成 | 2 |
| 2.1.1 | 多层缠绕钢丝绳对卷筒筒体的压力 | 2 |
| 2.1.2 | 卷筒端板受力 | 6 |
| 2.1.3 | Lebus 绳槽卷筒端板最大载荷 | 8 |
| 2.2 | 实验研究 | 15 |
| 2.2.1 | 钢丝绳卷筒受力测定 | 16 |
| 2.2.2 | 钢丝绳特性测定 | 22 |
| 2.3 | 卷筒筒体和端板受力计算理论验证 | 31 |
| 3 | 钢丝绳卷筒受力分析基础 | 36 |
| 3.1 | 代用模型 | 36 |
| 3.2 | 计算卷筒筒体的板壳理论 | 37 |
| 3.2.1 | 板壳理论 第1规则阶 | 37 |
| 3.2.2 | 板壳理论 第2规则 | 39 |
| 3.2.3 | 两种理论的比较 | 41 |
| 3.2.4 | 边缘条件的影响 | 44 |
| 3.3 | 计算端板的板壳理论 | 48 |
| 3.3.1 | 轴向力作用下的端板 | 48 |
| 3.3.2 | 径向力作用下的端板 | 49 |
| 3.4 | 计算过渡联接区的圆环理论 | 50 |
| 3.5 | 总结 | 51 |
| 4 | 多层缠绕钢丝绳卷筒的弹性和部分塑性特性 | 52 |
| 4.1 | 弹性材质钢丝绳卷筒的特性 | 52 |
| 4.1.1 | 联体状态模型下钢丝绳卷筒的平衡条件 | 52 |
| 4.1.2 | 带支撑板的钢丝绳卷筒 | 57 |
| 4.1.3 | 卷筒组件刚性的相交互影响关系 | 58 |
| 4.2 | 部分塑性材质钢丝绳卷筒特征 | 68 |
| 4.2.1 | 塑性变形理论基础 | 69 |
| 4.2.2 | 外力下无支承空心圆筒体的适用塑性变形理论 | 73 |
| 4.2.3 | 外力下有支撑回转对称筒体的适用塑性理论—应力极限负荷法 | 75 |
| 4.2.4 | 在钢丝绳负荷下卷筒的塑性变形 | 79 |
| 5 | 研究结果在钢丝绳卷筒设计上的应用 | 86 |
| 5.1 | 卷筒参数的最佳选择 | 87 |
| 5.2 | 部分塑性变形的利用 | 89 |
| 6 | 总结 | 91 |
| 7 | 公式符号注释 | 92 |

1 研究现状

钢丝绳卷筒是物流运输业中的重要机械之一,也是多年来研究的一个重点。因钢丝绳卷筒受力状态复杂(卷筒与钢丝绳缠绕的交互影响和作用),因此需要将分项进行研究。一是计算钢丝绳缠绕作用于卷筒筒体和端板的力,二是分析卷筒受力。在钢丝绳刚性(纵向和横向刚性)小于卷筒刚性的前提下,这种分项研究方式适用于卷筒的小变形情况。

卷筒受力分析包括研究筒体和端板的负荷。对于负荷分析现在有多种理论和方法。

对作用于卷筒筒体的压力和相应的应力,作者 Ernst 在文献/19/中第一次对单层缠绕的刚性带端板卷筒进行了计算。文献/11/作者 Dietz 继续拓展了这个研究,他对多层缠绕卷筒在考虑筒体变形和钢丝绳截面堆挤的情况下的受力进行了观察分析,指出卷筒筒体的负荷不仅取决于外部钢丝绳拉力,同时也与钢丝绳刚性(纵向和横向弹性模量)有关,这里钢丝绳卷取过程中其横向弹性模量不是常数。为简化计算步骤,他暂且把钢丝绳横向弹性模量看作常数。文献/33/作者 Henschel 最近在他的文章里用可变的横向弹性模量—通过代入线性及平方变更函数—描述了卷筒筒体的负荷,并且由此减小了筒体的负荷。这个计算方法对卷筒负荷的描述较合理,对优化卷筒尺寸设计很有帮助。

对于端板负荷的计算,本文文献/74/作者 Waters(圆柱叠摞理论,斜楔效应理论)和/11/作者 Dietz(底层绕卷上爬理论)在他们的文章里构建了重要的理论基础。对于卷筒筒体,端板和钢丝绳绕组之间的相互关系,两种理论都把卷筒筒体和钢丝绳变形作为前提条件。

文献/49/作者 Kraitschy 对端板和卷筒筒体之间的简单薄形过渡联接区(如同焊接结构)进行了实验研究,描述了端板的受力过程。他还给出了端板压力的负荷函数,以及端板与卷筒筒体连接不同的边缘条件。

端板受力计算采用 Kirchoff 的板元理论,筒体应力计算采用弯条旋转对称受力的圆筒壳板理论(见文献/11/,/49/,/57/)。为求解微分方程,两个理论都必须知道描述筒体和端板之间过渡联接刚性的边缘条件。理论边缘条件假设(刚性固定、活动支承)结果与实际的钢丝绳卷筒系统状况不同,在这个闭合完整的结构中,筒体与端板刚性是相互影响的。因而理论边缘条件假设不能反映过渡联接的实际刚性特征。

尽管现在已有钢丝绳卷筒设计采用强化材料,但钢丝绳卷筒尺寸设计至今却仅限于弹性材料范畴。随着这种具有部分塑性的材料的应用,产生了一系列的问题:

- 如何能使部分塑性区卷筒受力?
- 卷筒在这个区域的表现如何?
- 这个区域一次受力时存在什么危险?
- 部分塑性材料卷筒设计应采用什么标准?

为对钢丝绳卷筒受力得出一个通用的,但又特别针对过渡联接区的计算,本文作者在一整体联接的筒体—端板结构上对卷筒受力进行了分析。使用这个完整的筒体—端板系统的优点是在卷筒设计时考虑过渡联接区的弹性特征。本文中详述了钢丝绳卷筒受力—变形特性的分析研究、定量和实验研究的结果。

本文希望对钢丝绳卷筒设计工作有所帮助,希望通过对卷筒基本参数的最佳选择,对部分塑化科学的充分利用以及设计更好的过渡联接和端板结构,实现钢丝绳卷筒的轻量化。

2 多层缠绕钢丝绳卷筒受力分析

2.1 钢丝绳缠绕负荷构成

钢丝绳卷筒由一个筒体和两个端板组成,卷筒与驱动电机联接,传递驱动转矩并转换为钢丝绳拉力,同时在收绳时蓄存钢丝绳。

钢丝绳缠绕对卷筒筒体造成压力,同时也对端板造成轴向力。由于钢丝绳可弯曲性高,端板轴向力发生在多层缠绕钢丝绳卷筒上,钢丝绳各圈以及卷筒与钢丝绳之间还伴随产生轻微的摩擦力。轴向力从其根本上说是钢丝绳拉力的作用,是钢丝绳上爬到上一层并在其下层的绳圈空隙中定位的结果。

2.1.1 多层缠绕钢丝绳对卷筒筒体的压力

求解多层缠绕钢丝绳对卷筒筒体造成的压力 $p(x)$ 是多年来的研究课题。由于多层缠绕钢丝绳与卷筒在负载下的种种内在关联,实际作用在筒体的压力很难确定。本文参考文献/11/,/57/,/49/中提出了各种简化方法,以便能通过计算求解卷筒筒体上的压力 $p(x)$ 。

这里采用下列简化计算设定:

1. 钢丝绳为各向异性(纵向和横向)。
2. 绳槽和其特殊刚度忽略不计。
3. 卷筒筒体视作旋转对称体。
4. 钢丝绳整圈接触端板。
5. 钢丝绳视为完全柔性体(其弯曲刚度忽略不计)。
6. 用一定数量具有预应力(相当于钢丝绳牵引力)的闭环形绳圈代替螺旋形缠绕的钢丝绳。

2.1.1.1 底层压力

底层最大压力可以由公式(2.1)中的平衡状态求得。

设:卷筒筒体长度 L ,绳圈数量 n ,拉力 F_s 和钢丝绳节距 e ,可以从平衡条件确定压力 p_1 。

$$2 \cdot \left(a + \frac{h}{2}\right) \cdot L \cdot p_1 = 2 \cdot F_s \cdot n$$

$$p_1 = \frac{F_s}{\left(a + \frac{h}{2}\right) \cdot e} \quad (2.1)$$

$$\text{mit } L = n \cdot e$$

实际压力略小于求得的 p_1 ,因为公式中未考虑文献/11/和/19/中所述的钢丝绳因相邻绳圈和卷筒筒体变形而卸压的因素。在一般设计范畴内(衰减常数·筒体弯曲刚度: $\chi \cdot K = 0.2 \cdot 10^6 \sim 2 \cdot 10^6$),不考虑卸压因素的计算结果差异约为 6%(见文献/11/)。卸压大小取决于整个卷筒—钢丝绳缠

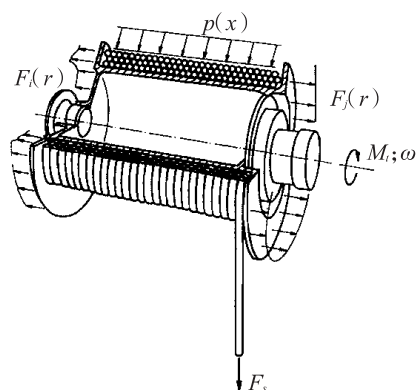


图1 钢丝绳卷筒截面图

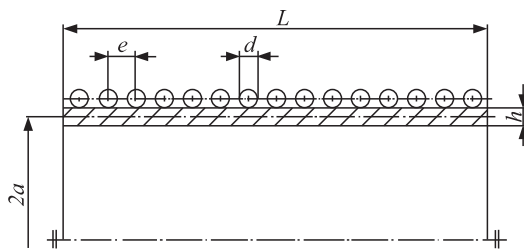


图2 底层绳圈定位

绕系统的刚性。

2.1.1.2 多层缠绕对钢丝绳卷筒的额外压力

当卷筒上缠绕多层钢丝绳时,底层上面的其他各个缠绕层均对卷筒筒体产生额外压力 p_i 。本文许多文献作者通过研究实验和分析后,描述了底层上面其他缠绕层所产生的额外压力 p_i (见本文文献/73/,/16/,/18/,/71/,/11/,/33/)。为解答这个问题,文献作者通过实验校核修正的提出了各种假设条件。文献/18/作者 Egawa、Tanede,/71/作者 Torrance 和/11/作者 Dietz 对额外压力 p_i 的近似计算做出了很有意义的开端,详述如下:

a)Egawa 和 Tanede:

上述两位作者认为,多层钢丝绳缠绕时, i 层的钢丝绳圈由于其上面一层钢丝绳而卸压。 i 层钢丝绳圈上的剩余挤压力 P_{is} 为:

$$P_{is} = P - \sum_{i+1}^n P_{i,j}$$

这里: P —— i 层钢丝绳圈上的原有挤压力

$P_{i,j}$ —— i 层钢丝绳圈由于 j 层钢丝绳缠绕而卸去的压力

作者在计算增压系数 C_j 时,首先采用定量拉力,而后采用变量拉力(考虑钢丝绳自重):

$$C_j = \frac{P_i}{P_1}$$

式中: P_i —— i 层钢丝绳缠绕对卷筒筒体造成的压力

P_1 ——底层钢丝绳缠绕对卷筒筒体造成的压力

$i=2, \dots, n$

下面各例增压系数 C_i 是:

例 1:定量拉力

$$c_n = c_{n-1} + \left\{ 1 - \left(\frac{P_{1,n}}{P} + \frac{P_{2,n}}{P} + \dots + \frac{P_{n-1,n}}{P} \right) \right\} \tag{2.2}$$

$$c_1 = 1$$

$$P_{i,n} = \frac{2E_r \cdot a}{D + \{1 + 2(i-1)\sin\gamma\}d} x \left\{ \begin{aligned} &A_0(P - P_{1,n} - P_{2,n} - \dots - P_{n-1,n}) + A_1(P - P_{2,n} - P_{3,n} - \dots - P_{n-1,n}) + \\ &+ A_2(P - P_{3,n} - P_{4,n} - \dots - P_{n-1,n}) + \\ &x + \dots + \\ &+ A_{i-1}(P - P_{i,n} - P_{i+1,n} - \dots - P_{n-1,n}) + \frac{1}{2}A_i(P - P_{i+1,n} - P_{i+2,n} - \dots - P_{n-1,n}) \end{aligned} \right\}$$

$$(i = 1, 2, \dots, n-1)$$

$$(n = 1, 2, \dots, N)$$

$$A_0 = \frac{D}{2 \cdot E_s \cdot t \cdot e}$$

$$A_1 = \frac{(1 + \sin\gamma)(2 - v_r \cot(\gamma + \delta))}{2E'_r(D + d)}$$

$$A_i = \frac{2\sin\gamma(1 - v_r \cot(\gamma + \delta))}{E'_r(D + (1 + 2(i-1)\sin\gamma)d)} \quad (i \neq 1)$$

例 2:变量拉力

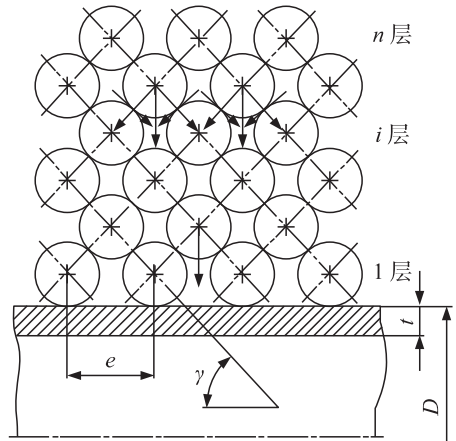


图 3 Egawa-Tanede/18/的钢丝绳多层缠绕压力假设

$$c'_n = c'_{n-1} + \left\{ \left(1 - \frac{(n-1)k}{N} \right) - \left(\frac{P_{1,n}}{P} + \frac{P_{2,n}}{P} + \dots + \frac{P_{n-1,n}}{P} \right) \right\} \quad (2.3)$$

$$c'_1 = 1$$

$$P_{i,n} = \frac{2aE_r}{D + \{1 + 2(i-1)\sin\gamma\}d} x \left[\begin{aligned} & A_0 \left(\left(1 - \frac{(n-1)k}{N} \right) P - P_{1,n} - P_{2,n} - P_{3,n} - \dots - P_{n-1,n} \right) + \\ & A_1 \left(\left(1 - \frac{(n-1)k}{N} \right) P - P_{2,n} - P_{3,n} - \dots - P_{n-1,n} \right) + \\ & A_2 \left(\left(1 - \frac{(n-1)k}{N} \right) P - P_{3,n} - P_{4,n} - \dots - P_{n-1,n} \right) + \\ & \dots + \\ & A_{i-1} \left(\left(1 - \frac{(n-1)k}{N} \right) P - P_{i,n} - P_{i+1,n} - \dots - P_{n-1,n} \right) + \\ & \frac{1}{2} A_i \left(\left(1 - \frac{(n-1)k}{N} \right) P - P_{i+1,n} - P_{i+2,n} - \dots - P_{n-1,n} \right) \end{aligned} \right]$$

$$(i = 1, 2, \dots, n-1)$$

$$(n = 1, 2, \dots, N)$$

式中： E_r ——钢丝绳纵向弹性模量
 E'_r ——钢丝绳横向弹性模量
 a ——钢丝绳金属横截面积
 d ——钢丝绳直径
 D ——卷筒直径
 e ——钢丝绳节距
 P ——负载产生的拉力
 P_r ——钢丝绳自重产生的拉力
 N ——钢丝绳缠绕层数($n = 1, 2, \dots, N$)
 V_r ——钢丝绳横截面横向收缩量(均质横截面)
 $\tan\delta = \mu$ ——钢丝绳之间摩擦系数

这里： $\gamma = a \cos \frac{e}{2d}, k = \frac{P_r}{P}$

b) Torrance

作者把钢丝绳缠绕层理解为一个贴压在卷筒上的细圆柱叠组。

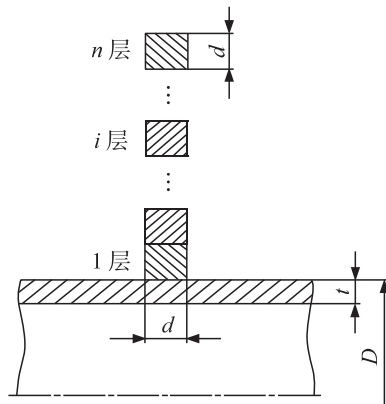


图4 Torrance的钢丝绳多层缠绕代用模型

由此产生的压力为：

$$P_n = \frac{2}{D \cdot d} \left(T_1 + q \left(T_2 + \frac{T_3}{(2-q)} + \dots + \frac{T_n}{((n-1) - (n-2)q)} \right) \right) \quad (2.4)$$

$$q = \frac{1}{1 + \left(\frac{d \cdot E_s}{t \cdot E_T} \right)}$$

式中： D ——卷筒直径

d ——钢丝绳直径

T_i ——作用于 i 层钢丝绳圈的拉力

E_s ——钢丝绳纵向弹性模量

E_T ——卷筒弹性模量

t ——卷筒筒体壁厚

C)Dietz

作者在计算钢丝绳缠绕作用于卷筒筒体的压力时,考虑了筒体变形和钢丝绳的纵横向变形。

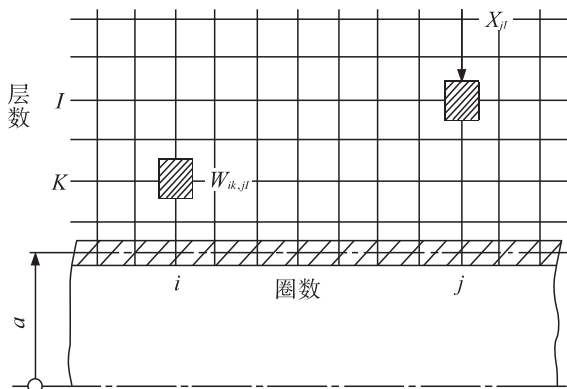


图 5 Dietz/11/钢丝绳多层缠绕模型

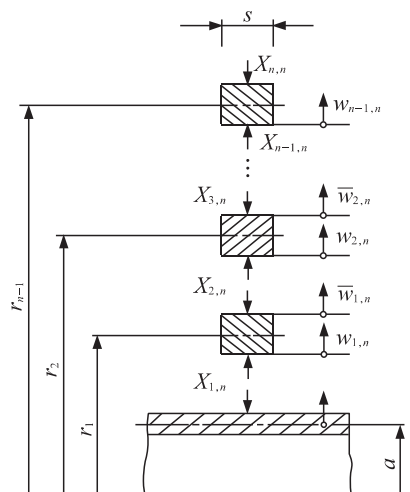


图 6 Dietz/11/钢丝绳组受力机理

作用于卷筒筒体的压力为：

$$P_{Tn} = \sum_{i=1}^n X_{1i} \quad (2.5)$$

压力分量 X_{1i} 是线性方程组的解。

$$S \equiv \begin{bmatrix} \alpha_1 & \delta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta_1 & \alpha_2 & \delta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & \alpha_3 & \delta_3 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \delta_k & \alpha_{k+1} & \delta_{k+1} & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{n-2} & \alpha_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \\ X_{3n} \\ \cdot \\ X_{kn} \\ \cdot \\ X_{n-1,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ \cdot \\ -\delta_{n-1} \cdot X_{n,n} \end{bmatrix}$$

mit:

$$\alpha_1 = [\delta_T - (1 + f_1)\delta_1] \quad i > 1$$

$$\alpha_i = -[(1 + f_{i-1})\delta_{i-1} + (1 + f_i)\delta_i] \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\begin{aligned}\delta_i &= -\frac{r_i^2}{E_{si} \cdot s} \\ f_i &= \frac{s^2}{2r_i^2} \left(\frac{E_s}{E_{sQ}} \right) i \\ r_i &= a + \frac{h}{2} + \left(i + \frac{1}{2} \right) s \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad s = \frac{d}{2} \sqrt{\pi}\end{aligned}\quad (2.6)$$

δ_T ——绳圈压力 $p = 1$ 时钢丝绳卷筒的下陷

δ_i ——平均半径 r_i 绳圈的下陷

f_i ——绳圈 i 减压

E_{si} 和 E_{sQi} ——缠绕层 i 的纵横向弹性模量

s ——代用矩形截面边长

a ——卷筒筒体平均半径

h ——卷筒筒体壁厚

n ——钢丝绳缠绕层数

2.1.2 卷筒端板受力

钢丝绳多层缠绕时,卷筒端板阻止绳圈从卷筒上滑脱。钢丝绳的拉力、钢丝绳变形以及在其下方的绳圈空隙中定位,均会使卷筒端板轴向受力。文献作者 Waters, Dietz 和 Kraitschy 对这个课题进行了研究,得出卷筒端板各种受力的关系如下:

a) 理论 1: 圆柱叠组(见文献/11/)

n 层钢丝绳缠绕的 k 层的线性力计算公式(2.7):

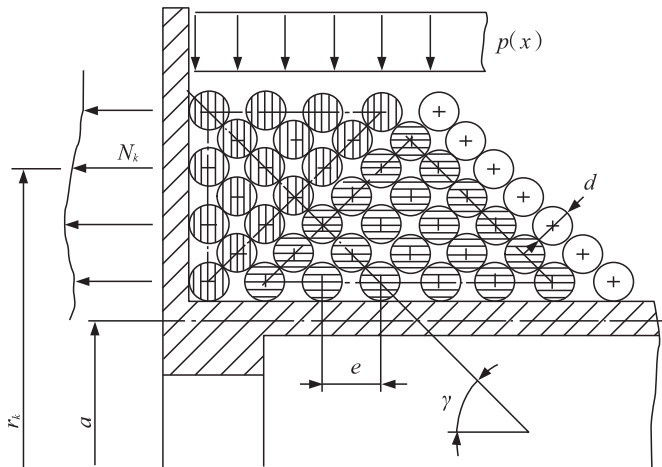


图 7 作用于卷筒端板的力图示

$$N_k = s(\cot\gamma - \mu_s) \sum_{m=1}^n (x_{k,m} + x_{k-1,m}) \quad k = 1, 3, 5, \dots, n-1 \text{ oder } n \quad (2.7)$$

式中: $x_{k,m}$ ——压力分量

s ——代用矩形截面边长

μ_s ——钢丝绳之间的摩擦系数

n ——钢丝绳缠绕层数

b) 理论 2: 斜楔效应

Waters/74/:

作用于多层缠绕开槽卷筒端板的总轴向力可以用公式(2.8)计算:

$$N_n = \frac{(m_n - \mu^2 - 1) \cos \gamma - \mu \cdot m_n \cdot \sin \gamma}{(1 - \mu^2) m_n \cdot \sin \gamma + \mu (2m_n - \mu^2 - 1) \cos \gamma} 2\pi \sum_{k=1}^n \left(\sum_{i=k}^{n-1} (F_s - F'_{ski}) m_k \right) \quad (2.8)$$

$$h_{uk} = 0.02 \frac{A \cdot E}{E_{SQ} \cdot r_{ak}^2} (\gamma - (90 - \gamma) v_{SQ}) \text{ und } \frac{F'_{ski}}{F_s} = f(k, i, h_{uk})$$

式中: F_s ——钢丝绳拉力

F'_{sk} ——钢丝绳变形摩擦引起的钢丝绳拉力衰减

γ ——钢丝绳缠绕引起的楔角设定

n ——钢丝绳缠绕总层数

m_n ——三角楔形区的最后一层钢丝绳圈数

m_k ——三角楔形区的 k 层钢丝绳圈数

μ ——绳圈之间以及钢丝绳与卷筒之间的摩擦系数

A ——钢丝绳金属截面

E_s ——钢丝绳纵向弹性模量

E_{SQ} ——钢丝绳横向弹性模量

r_a —— r_1 与 r_k 之间的平均半径

v_{SQ} ——钢丝绳横向收缩量

Dietz/11/:

Dietz/11/对作用于卷筒端板轴向力的计算公式如下:

$$N = \frac{\mu + \left(\frac{n+1}{2} - 1\right) \phi}{1 - \mu^2 + \left(\frac{n+1}{2} - 1\right) \phi} \left(\sum_{m=1}^n \left(\sum_{k=1}^{\leq m} x_{k,m} + \sum_{i=2}^{\leq m} \frac{m}{2} x_{m,m} \right) s \right) \quad (2.9a)$$

$$k = 1, 3, 5, \dots, m, (m-1) \quad i = 2, 4, 6, \dots, m, (m-1) \quad m = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\phi = \frac{(\mu_s - \mu) \cos \gamma - (\mu_s \mu - 1) \sin \gamma}{\mu_s \sin \gamma + \cos \gamma} \quad (2.9b)$$

c) 理论 3: 底层绕卷上爬—Dietz/11/

Dietz/11/认为, 钢丝绳从 $m-1$ 层爬到 m 层时, 由于摩擦和于端板与最后一圈钢丝绳之间定位, 造成轴向力 N_m 。

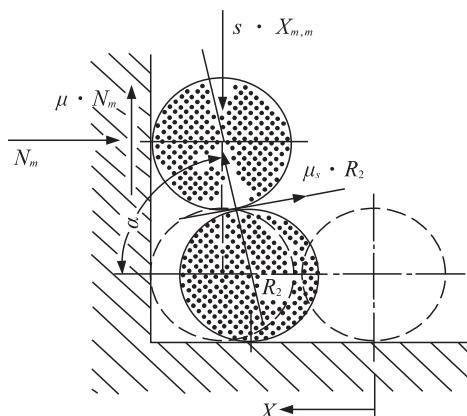


图 8 Lebus 绳槽卷筒上的底层钢丝绳上爬/11/

此时相应的轴向力为:

$$N_m = s \cdot x_{m,m} \frac{(1 - \bar{x}) - \mu_s \sqrt{2\bar{x} - \bar{x}^2}}{(1 - \mu\mu_s) \sqrt{2\bar{x} - \bar{x}^2} + (\mu + \mu_s)(1 - \bar{x})} \quad (2.10)$$

$$\bar{x} = \frac{\varphi}{2\pi} \quad \varphi = \text{缠绕角度}$$

式中： μ_s ——绳圈之间摩擦系数($\mu_s \approx 0.18$)，见文件 /73/

μ ——钢丝绳与卷筒之间摩擦系数($\mu \approx 0.18$)，见文件 /73/

Dietz 在文献/11/中指出，钢丝绳折线上爬区位于卷筒 60° 到 120° 的转角范围内。在 Lebus 绳槽卷筒上，钢丝绳折线上爬区实际上位于 55° 到 100° 的转角范围内。

在许多多层缠绕卷筒设计中，为使钢丝绳能上爬到第二层，在卷筒上设置了上爬楔形挡块（见图 9）。这个楔块保证了钢丝绳能较好地斜行，并有一个较好的缠绕轨迹。但这个楔块阻碍末圈钢丝绳与端板之间的相对运动，从而影响底层缠绕的轴向力。与公式(2.10)相比，楔形挡块设计改变了平衡条件。这种情况下，只有在钢丝绳压平时才会产生轴向力。

2.1.3 Lebus 绳槽卷筒端板最大载荷

2.1.3.1 绳槽轨迹

Lebus 卷筒绳槽设计通常不是螺旋形，而是有两个区段组成：折线区段和平行区段（见图 9）。卷筒上共有两个折线区和两个平行区。每个折线区中，钢丝绳被轴向前推 $1/2$ 绳圈距。这种推进方式的优点是能保证钢丝绳有较好的缠绕轨迹，同时又减小了两个相邻缠绕层的交叉区。

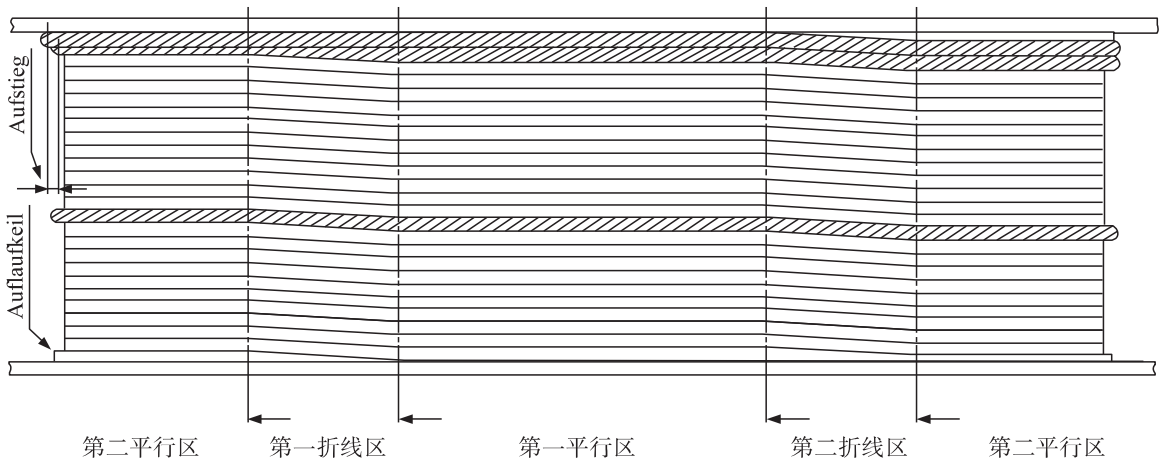


图 9 Lebus 绳槽卷筒的折线区和平行区

折线区角度根据各个设计的不同而有区别，它取决于卷筒的使用场合、卷筒尺寸、钢丝绳直径以及钢丝绳弯曲刚度。

表 1 卷筒区段分布举例

| | 设计 1 | 设计 2 | 设计 3 |
|-----------------|------|------|------|
| 折线区($^\circ$) | 54 | 55 | 94 |
| 平行区($^\circ$) | 126 | 125 | 86 |
| 钢丝绳直径(mm) | 14 | 23 | 23 |
| 使用场合 | 卷扬机 | 起重机 | 起重机 |

钢丝绳经多个阶段爬至上一层：

1. 钢丝绳末圈到达卷筒的第一个折线区上爬时，钢丝绳仅仅在此区域内向上爬高。
2. 在下面紧接的平行段中，爬上来的绳圈进入下层钢丝绳末圈与端板之间的空隙并在这里定位，直到到达下一个折线区段。

3. 在第二个折线区中,绳圈被沿折线斜角轴向前推,脱离与端板的接触,但此时下层钢丝绳末圈开始接触端板。

4. 在接下来的第二平行区中,爬上来的绳圈继续在下层钢丝绳圈的空隙间前行;绳圈不接触端板,相反下层钢丝绳末圈此时继续与端板接触。

综上所述可见,端板与钢丝绳的接触区角度最大可以达到 180° (即一个折线上爬区段和一个平行区段)。这里两个相邻层的接触区成 180° 交错。如此产生端板的不对称承受力。图 10 和 11 描述了这种状况。比如,第一个缠绕层在第二个平行区中不接触端板(图 10),那么它就必然在第一个平行区中接触端板(图 11)。图 13 中的卷筒端板(绳扣侧)照片证实了上述观察结论:直线缠绕层和折线斜绕层的接触区轨迹相互交错约 180° 。

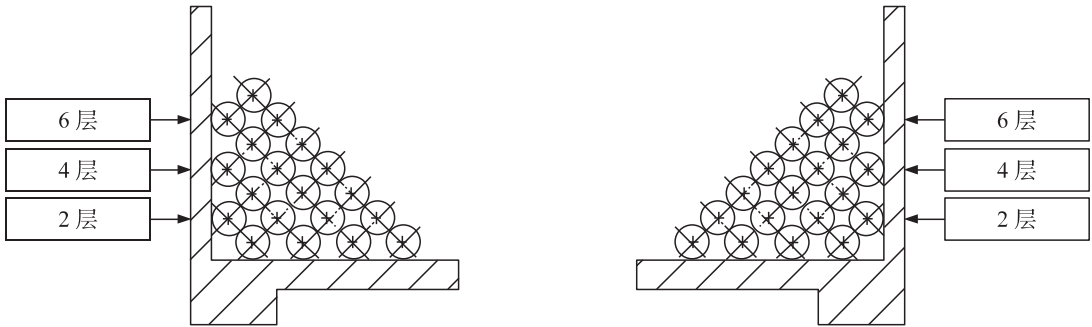


图 10 第一折线区和第二平行区中的钢丝绳圈位置

图 10 中可见第 2,4 和 6 缠绕层同时接触两侧端板。

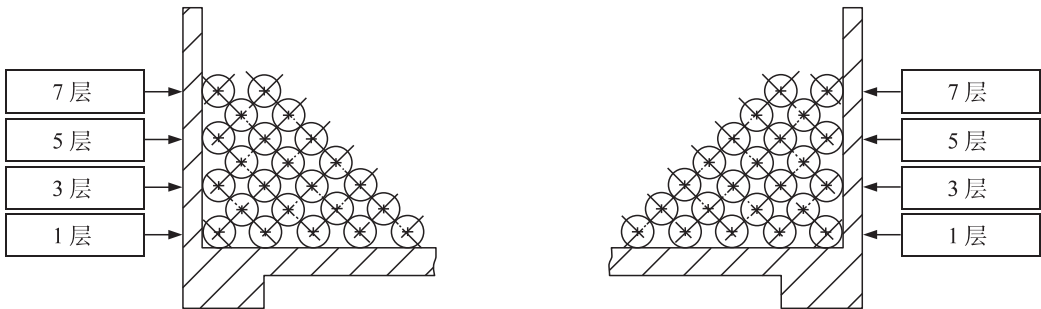


图 11 第二折线区和第一平行区中的钢丝绳圈位置

图 11 中可见第 1,3,5 和 7 缠绕层接触两侧端板。

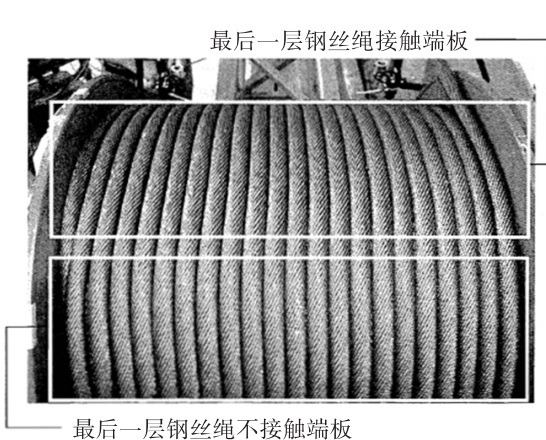


图 12 钢丝绳缠绕层的缠绕轨迹/与端板的接触区

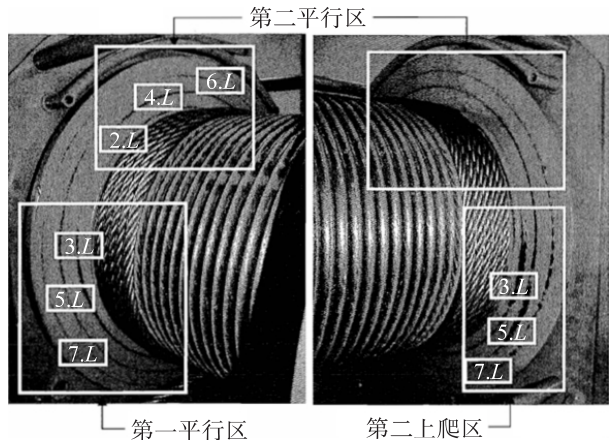


图 13 钢丝绳缠绕层在绳扣侧卷筒端板(前后视图)的接触痕迹

2.1.3.2 钢丝绳折线区的轴向力

在第一折线区段中,钢丝绳从 $k-1$ 层上爬到 k 层。钢丝绳与端板的接触线是一条角度等于上爬角 φ 的螺旋线。螺旋线初始半径同其下面缠绕层 r_{k-1} 的半径,而螺旋线的尾端半径同其上面缠绕层 r_k 的半径。

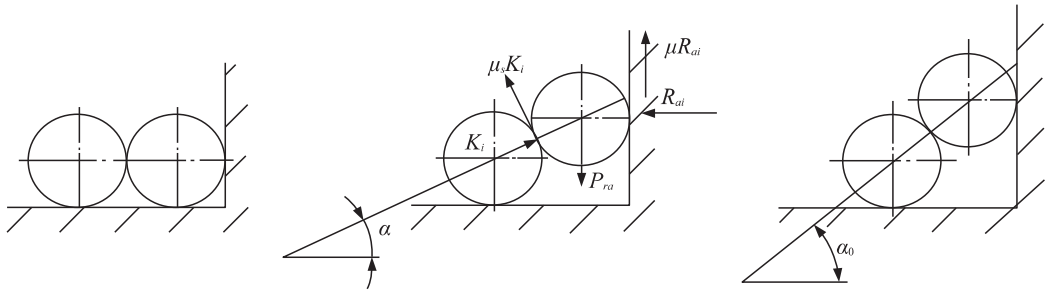


图 14 钢丝绳上爬过程和楔角变化

钢丝绳上爬过程中作用在端板上的轴向力 R_{ai} 为:

$$R_{ai} = \frac{\cot\alpha - \mu_s}{1 - \mu_s\mu + (\mu_s + \mu)\cot\alpha} p_{ra} \quad (2.11)$$

角 α 是可变的,其最大值相当于楔角 α_0 。

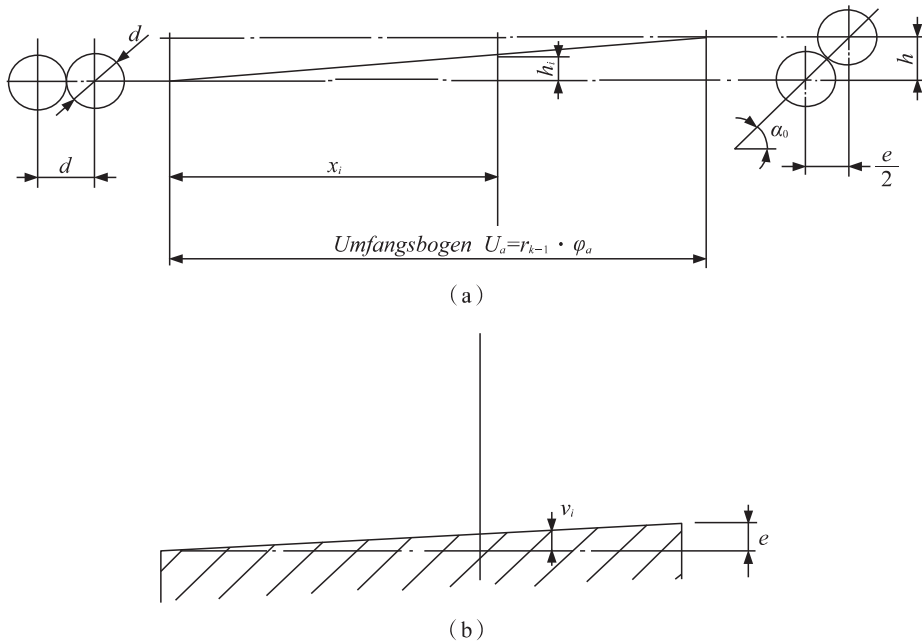


图 15

(a) 钢丝绳在第一折线区上爬行程 h_i (b) 钢丝绳在第二折线区前移行程 v_i

径向力 P_{ra} 可以根据与钢丝绳拉力的关系如下计算:

$$\begin{aligned} dF_r &= F_{sk} d\varphi \\ P_{ra} &= \frac{dF_r}{ds_a} \\ P_{ra} &= \frac{F_{sk} d\varphi}{ds_a} \end{aligned} \quad (2.12)$$

ds_a 是上爬螺旋线的曲弧。

$$ds_a = \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} d\varphi$$

这里: $r = r_{k-1} + h_i$

$$r = r_{k-1} + \frac{\varphi}{2\varphi_a} e \tan\alpha_0$$

$$\text{得出: } ds_a = \sqrt{r_{k-1} \left(r_{k-1} + \frac{\varphi}{\varphi_a} e \tan\alpha_0 \right) + (1 + \varphi^2) \left(\frac{e \tan\alpha_0}{2\varphi_a} \right)^2} d\varphi$$

$$P_{ra} = \frac{F_{sk}}{\sqrt{r_{k-1} \left(r_{k-1} + \frac{\varphi}{\varphi_a} e \tan\alpha_0 \right) + (1 + \varphi^2) \left(\frac{e \tan\alpha_0}{2\varphi_a} \right)^2}}$$

将式(2.12)代入式(2.11), 得到钢丝绳上爬时作用在端板上的最大线性轴向力:

$$R_a = \frac{(\cot\alpha - \mu_s) F_{sk}}{(1 - \mu_s \mu + (\mu_s + \mu) \cot\alpha) \sqrt{r_{k-1} \left(r_{k-1} + \frac{\varphi}{\varphi_a} e \tan\alpha_0 \right) + (1 + \varphi^2) \left(\frac{e \tan\alpha_0}{2\varphi_a} \right)^2}} F_{sk} \quad (2.13)$$

2.1.3.3 钢丝绳平行区的轴向力

通过第一折线区后, 钢丝绳在整个第二平行区保持与端板接触, 造成额外轴向力。

$$P_{rp} = \frac{F_{sk}}{r_k}$$

这里:

$$r_k = r_{k-1} + \frac{e \tan\alpha_0}{2}$$

$$R_p = \frac{\cot\alpha_0 - \mu_s}{(1 - \mu \mu_s + (\mu_s + \mu) \cot\alpha_0) \left(r_{k-1} + \frac{e \tan\alpha_0}{2} \right)} F_{sk} \quad (2.14)$$

缠绕层 k 对端板造成的总平均线性轴向力 R_k 为:

$$R_k = \frac{2}{2\pi r_k} \left[\int_0^{\varphi_a} R_a ds_a + \int_0^{\varphi_p} R_p ds_p \right] \quad (2.15)$$

这里采用公式(2.13), (2.14), (2.12)的 R_a, R_p, ds_a, ds_p

以及

$$\cot\alpha = \frac{2\varphi_a d - (2d - e)\varphi}{\varphi e \tan\alpha_0}$$

$$\tan\alpha_0 = \sqrt{4\left(\frac{d}{e}\right)^2 - 1}$$

得出:

$$R_k = \frac{1}{2\pi r_k} \left[\int_0^{\varphi_a} \frac{(\cot\alpha - \mu_s) F_{sk}}{(1 - \mu_s \mu + (\mu_s + \mu) \cot\alpha)} d\varphi + \int_0^{\varphi_p} \frac{(\cot\alpha_0 - \mu_s) F_{sk}}{(1 - \mu_s \mu + (\mu_s + \mu) \cot\alpha_0)} d\varphi \right]$$

$$R_k = \frac{F_{sk}}{2\pi r_k} \left[\int_0^{\varphi_a} \frac{(\cot\alpha - \mu_s)}{(1 - \mu_s \mu + (\mu_s + \mu) \cot\alpha)} d\varphi + \varphi_p \frac{(\cot\alpha_0 - \mu_s)}{(1 - \mu_s \mu + (\mu_s + \mu) \cot\alpha_0)} \right]$$

式中: r_{k-1} —— $k-1$ 缠绕层半径

r_k —— k 缠绕层半径

μ —— 卷筒与钢丝绳之间摩擦系数

μ_s —— 钢丝绳圈之间摩擦系数

φ_a ——折线角

φ_p ——平行区角度

α_0 ——钢丝绳楔角

F_{sk} —— k 缠绕层钢丝绳拉力

d ——钢丝绳直径

e ——钢丝绳节距

在多层缠绕的钢丝绳卷筒上,端板在 k 缠绕层处受到 $k+1$ 层直至 n 层的额外轴向力。 $k+1$ 层绳圈仅在平行区由 k 层绳圈支承并在折线区交错。

总轴向力为:

$$R_k = \frac{1}{2\pi} \frac{F_{sk}}{r_k} \int_0^{\varphi_a} \frac{(\cot\alpha - \mu_s)}{(1 - \mu_s\mu + (\mu_s + \mu)\cot\alpha)} d\varphi + \frac{\varphi_p}{2\pi} \frac{(\cot\alpha_0 - \mu_s)}{(1 - \mu_s\mu + (\mu_s + \mu)\cot\alpha_0)} \sum_{i=k}^n \frac{F_{si}}{r_i} \quad (2.16)$$

n = 缠绕层数

2.1.3.4 卸荷影响估算

公式(2.16)中的轴向力没有考虑卸荷因素。

作为第一个近似值, k 缠绕层绳圈中因其上缠绕层 $k+1$ 直至 n 层引起的拉力衰减可以如下表述:

$$\begin{aligned} \sigma_{sk} &= \frac{F_{sk}}{A_s} \quad \text{und} \quad \epsilon_{sk} = \frac{\sigma_{sk}}{E_{sk}} \Rightarrow \frac{\Delta L_{sk}}{L_{sk}} = \frac{\sigma_{sk}}{E_{sk}} \\ L_{sk0} &= \pi(2r_k - \sum_{i=1}^{k-1} \epsilon_{Qi0} \cdot d) \quad \text{und} \quad L_{sk1} = \pi(2r_k - 2w_{rk} - \sum_{i=1}^{k-1} \epsilon_{Qi1} \cdot d) \\ \epsilon_{sk} &= \frac{L_{sk1} - L_{sk0}}{L_{sk0}} = \frac{-2w_{rk} + \sum_{i=1}^{k-1} (\epsilon_{Qi0} - \epsilon_{Qi1})d}{(2r_k - \sum_{i=1}^{k-1} \epsilon_{Qi0} \cdot d)} \end{aligned}$$

这里:

$$\begin{aligned} \epsilon_{Qi0} &= \frac{F_{si0}}{r_i \cdot d \cdot E_{SQi}} \quad \text{und} \quad \epsilon_{Qi1} = \frac{F_{si1}}{r_i \cdot d \cdot E_{SQi}} \\ \epsilon_{sk} &= \frac{-2w_{rk} + \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{F_{si0} - F_{si1}}{r_i \cdot E_{SQi}} \right)}{\left(2r_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{F_{si0}}{r_i \cdot E_{SQi}} \right)} \Rightarrow \epsilon_{sk} = \frac{-2w_{rk} - \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{\Delta F_{si,k}}{r_i \cdot E_{SQi}} \right)}{\left(2r_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{F_{si0}}{r_i \cdot E_{SQi}} \right)} \end{aligned}$$

这里:

$$F_{sm0} = F_{sm} + \Delta F_{sm,m+1} \quad \text{und} \quad m = 1, 2, \dots, j-1$$

得出:

$$\begin{aligned} \epsilon_{sk} &= \frac{-2w_{rk} - \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{\Delta F_{si,k}}{r_i \cdot E_{SQi}} \right)}{\left(2r_k - \frac{F_{sk-1}}{r_{k-1} \cdot E_{SQk-1}} - \sum_{m=1}^{k-2} \frac{F_{sm0}}{r_m \cdot E_{SQm}} \right)} \\ \epsilon_{sk} &= \frac{-2w_{rk} - \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{\Delta F_{si,k}}{r_i \cdot E_{SQi}} \right)}{\left(2r_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{F_{si}}{r_i \cdot E_{SQi}} - \sum_{m=1}^{k-2} \frac{\Delta F_{sm,m+1}}{r_m \cdot E_{SQm}} \right)} \end{aligned}$$

这里:

$$W_{rk} = \frac{a^2}{E \cdot h} p_k(x) \quad \text{und} \quad p_k(x) = \frac{2}{(2a+h)e} \left(\sum_{i=k}^{n-1} \Delta F_{si,i+1} + \sum_{j=k}^n F_{sj} \right)$$

得到：

$$\epsilon_{sk} = \frac{-\frac{4a^2}{E \cdot h(2a+h)}e \left(\sum_{i=k}^{n-1} \Delta F_{si,i+1} + \sum_{j=k}^n F_{sj} \right) - \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{\Delta F_{si,k}}{r_i \cdot E_{SQi}} \right)}{\left(2r_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{F_{si}}{r_i \cdot E_{SQi}} - \sum_{m=1}^{k-2} \frac{\Delta F_{sm,m+1}}{r_m \cdot E_{SQm}} \right)}$$

这里：

$$\epsilon_{sk} = \frac{\Delta \sigma_{LK}}{E_{sk}} = \frac{\Delta F_{sk}}{A_s \cdot E_{sk}}$$

得到：

$$\Delta F_{sk} = - \left[\frac{\frac{4a^2}{E \cdot h(2a+h)}e \left(\sum_{i=k}^{n-1} \Delta F_{si,i+1} + \sum_{j=k}^n F_{sj} \right) + \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{\Delta F_{si,k}}{r_i \cdot E_{SQi}} \right)}{\left(2r_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{F_{si}}{r_i \cdot E_{SQi}} - \sum_{m=1}^{k-2} \frac{\Delta F_{sm,m+1}}{r_m \cdot E_{SQi}} \right)} \right] A_s \cdot E_{sk} \quad (2.17)$$

式中：

$$r_k = a + \frac{1}{2} [h + d + (k-1) \sqrt{4d^2 - e^2}]$$

拉力卸荷后为：

$$\overline{F}_k = F_k + \Delta F_k \quad k = 1, 2, 3, \dots, n-1$$

式中： n ——缠绕层数

E ——卷筒弹性模量

E_{sk} —— k 缠绕层钢丝绳纵向弹性模量

E_{SQi} —— i 缠绕层钢丝绳横向弹性模量

F_{si} —— i 缠绕层拉力

$\Delta F_{s,k}$ ——因 k 缠绕层引起的 i 缠绕层拉力衰减

A_s ——钢丝绳总金属截面

从上述公式中看到，钢丝绳拉力衰减取决于钢丝绳特性(纵向和横向弹性模量)、卷筒几何尺寸以及筒体刚度。在不做简化的情况下，准确计算卷筒受力的设定分析是很困难的。出于这个原因，有必要继续通过实验研究来检验这个卸荷估计值。

2.1.3.5 卷筒筒体上的非对称负荷

对于计算模型，其前提是作用在卷筒筒体上的压力均匀分布。但实测结果说明卷筒筒体上不同

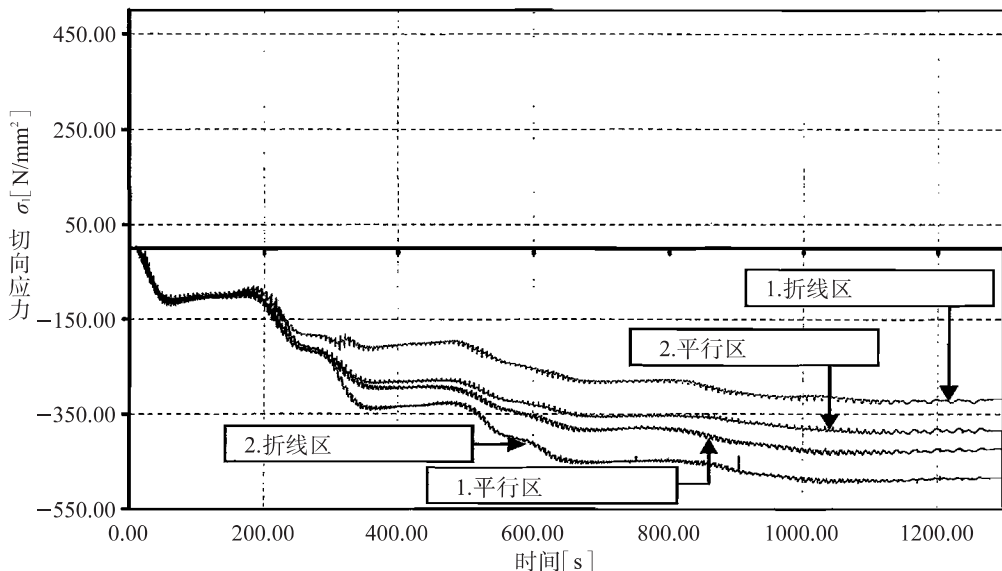


图 16 在 $(h/a) \leq 0.11, F_s = 150\text{kN}$ 卷筒筒体上的测量实例