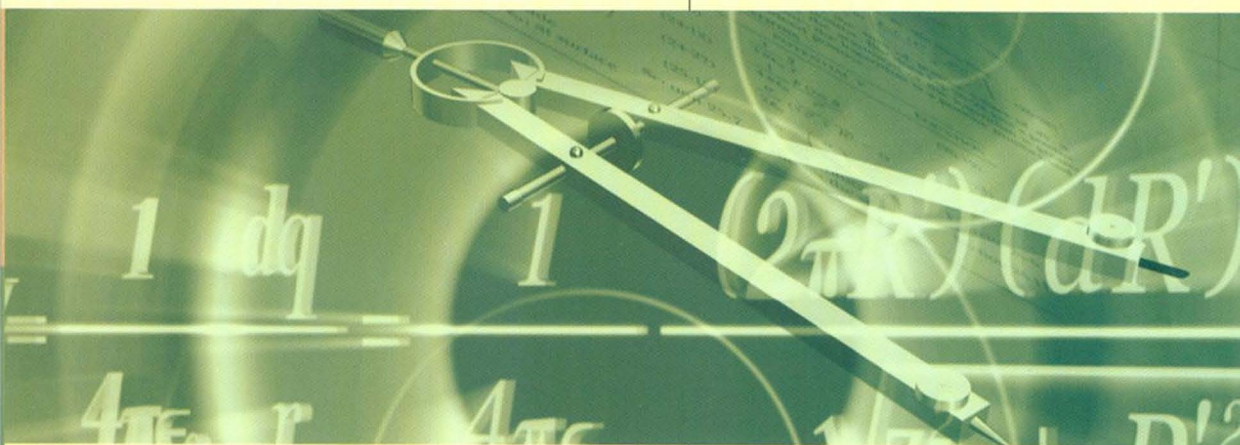


现代职业教育系列规划教材

JICHU
SHUXUE

基础数学

第一册



杨小平 主编

西北大学出版社



西北大学出版社

■ 现代职业教育系列规划教材

JICHU
SHUXUE

基础数学

第一册

主 编 杨小平

副主编 张喜荣 张海妮

西北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

基础数学. 第1册/杨小平主编. —西安: 西北大学出版社, 2015. 3

(现代职业教育系列规划教材)

ISBN 978-7-5604-3627-2

I. ①基… II. ①杨… III. ①高等数学—高等职业教育—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 063201 号

基础数学·第1册

主 编: 杨小平

出版发行: 西北大学出版社

地 址: 西安市太白北路 229 号

邮 编: 710069

电 话: 029-88303313

经 销: 全国新华书店

印 装: 陕西奇彩印务有限责任公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 8.25

字 数: 151 千字

版 次: 2015 年 9 月第 1 版 2015 年 9 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5604-3627-2

定 价: 25.00 元

前言

Q I A N Y A N

数学是一门文化基础课,也是一门工具学科,随着现代科学技术和经济建设的高速发展,数学的思想、内容、方法和语言日益在科学技术、生产和生活实践中得到广泛应用,成为现代科学文化知识不可缺少的组成部分。因此,使学生在学涯中受到必要的数学教育,提高数学素养,对培养高素质高技能应用型人才和初、中级技术人才具有十分重要的意义。

通过数学的学习,对学生的思维能力、空间想象能力、逻辑推理能力、基本的计算能力的培养都具有重要的作用,同时也可以培养学生严谨、求实的学习态度,诚实、理智、朴实的优良品质,勤奋、自强、自律的个人美德和永无止境的探索精神。

对于我院五年制高职各类专业的学生来讲,数学的基础性和工具性尤为突出,数学可以帮助我们解决生活和生产实践中的许多实际问题,如房屋建筑的长、宽、高的比例、体积问题,金字塔的表面积、体积的计算问题,山坡与地面所成二面角的角度问题,测定工件的相邻两个面是否垂直的问题,雷雨天气两条交叉的高压电线如果放电时火花通过的最短距离问题,粉碎机的下料斗制作的下料问题,圆台形粮囤的制作和储粮问题,修建铁路时铺设路基所需碎石的数量问题,等等。由此可以看出,数学的影响不仅仅是对在校期间的后续课程的学习,而且也将影响走出校门后的职业进步和事业成就。

职业教育的发展日新月异,为了适应高职院校培养高质量高技能应用型人才的需要,同时也为了适应高职院校发展的需要,更好地将数学课和实际教学相结合,我们研究了学院的专业特点,充分考虑五年制学生基础知识的接受现状和未来职业能力需求,借鉴职业院校同类教材的编写经验,依据我院为五年制学生制定的数学课程标准,我们汇集自己多年来的教学经验和专业研究教学成果,务实创新、博采众长地编写出了这本数学教材,以供学生学习使用。

本教材具有以下特点:

1. 以“概念、定理适度掌握,强化实用,培养技能”为重点,充分体现了以应用为目标、够用为度的高职院校的教学基本原则;

2. 强调数学概念与实际问题的联系,通过大量的、新颖的数学应用例题,使学生能体会到数学应用的可能性,从而更加明确学习数学的目的;

3. 充分考虑五年制高职学生的数学基础,理论描述精确简练,具体讲解明晰易懂,较好地处理了初中数学与中高职数学之间的过渡和衔接;

4. 注重数形结合,加强几何直观性,力求简单、明了,不过分追求严格的理论证明和

知识系统的完整性,力求做到教师好教、好用,学生易学、好学;

5. 降低起点,减小坡度,分散难点,提升兴趣。课后配备的习题量均分为 A,B 两个层次,A 层次选题为基础题、B 层次选题为能力提高题,每章后配备一定的复习题,供学生学习时选用;

6. 本教材的编写过程中我们有意识地融入了一些数学文化、数学素养的元素,让读者感到数学还是一门充满人文精神的科学。

本书由杨小平提出编写思路、拟定编写体例和大纲,然后全体编者共同讨论和修改,在达成共识之后进行编写。全体主编和副主编参与了书稿的校对,最后由主编完成了全书的统稿工作。本书具体编写分工如下:

编 者	编写内容
张喜荣	第一章 预备知识
杨小平	第二章 直线和平面
张海妮	第三章 多面体和旋转体
刘妍妮	参与了部分章节的编写和图片处理
刘 颖	参与了部分章节的编写和图片处理

本书在编写过程中,得到了陕西交通职业技术学院领导的大力支持,得到了基础学科部陈军川、师炜两位主任的良好建议和积极指导,得到了数学教研室谢克斌、张博、王子燕、马晓翊老师的热情指导和支持,在此表达编者诚挚的谢意。

由于时间仓促,书中缺点和错误在所难免,诚恳希望有关专家、学者不吝赐教,广大读者批评指正。

编 者
2015 年 5 月

第 1 章 预备知识	(1)
§ 1.1 平面内点线、线线关系	(1)
§ 1.2 三角形	(6)
§ 1.3 三角形的全等	(12)
§ 1.4 常用图形的性质	(18)
本章小结	(23)
复习题一	(24)
 第 2 章 直线和平面	 (27)
§ 2.1 平面与平面的性质	(27)
§ 2.2 直线与直线的位置关系	(31)
§ 2.3 两条异面直线所成的角	(36)
§ 2.4 直线和平面位置关系	(40)
§ 2.5 直线与平面的垂直	(46)
§ 2.6 直线与平面斜交	(50)
§ 2.7 三垂线定理	(55)
§ 2.8 两个平面的平行	(59)
§ 2.9 二面角	(65)
§ 2.10 两个平面垂直的判定和性质	(70)
本章小结	(75)
复习题二	(77)
 第 3 章 多面体和旋转体	 (81)
§ 3.1 棱柱	(81)
§ 3.2 棱锥	(84)
§ 3.3 棱台	(87)

§ 3.4 圆柱、圆锥、圆台	(91)
§ 3.5 球	(95)
§ 3.6 棱柱、圆柱的体积	(97)
§ 3.7 棱锥、圆锥的体积	(100)
§ 3.8 圆台、球的体积	(102)
本章小结	(104)
复习题三	(106)
附 录	(109)
答 案	(118)
参考文献	(125)

第 1 章 预备知识

§ 1.1 平面内点线、线线关系

一、两直线的平行

我们知道,在同一个平面内,不相交的两条直线叫作平行线。如图 1-1,直线 AB 与直线 CD 平行,记作 $AB \parallel CD$,如果用 l,m 表示这两条直线,那么直线 l 与直线 m 平行,记作 $l \parallel m$ 。

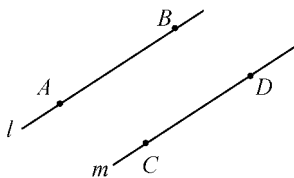


图 1-1

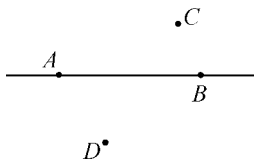


图 1-2

【想一想】

- 如图 1-2,经过点 C 能画出几条直线与直线 AB 平行?
- 过点 D 画一条直线与直线 AB 平行,它与(1)中所画的直线平行吗?
- 通过画图,你发现了什么?

经过直线外一点,有且只有一条直线与这条直线平行。

如果两条直线都与第三条直线平行,那么这两条直线互相平行。

如图:若直线 $a \parallel b, b \parallel c$,则直线 $a \parallel c$ 。

【动手实践】

你如何利用三角板作出图 1-2 中直线 AB 外点 C 和点 D 的 AB 的平行线?

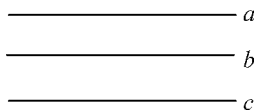


图 1-3



二、两直线的垂直

如果两条直线相交成直角,那么这两条直线互相垂直。

如图1-4,直线 AB 与直线 CD 垂直,记作 $AB \perp CD$,如果用 l 与 m 表示这两条直线,那么直线 l 与 m 垂直,记作 $l \perp m$ 。互相垂直的两条直线的交点叫作垂足。

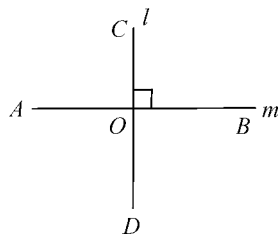


图1-4

【想一想】

(1) 在图1-5中过点 A 作 l 的垂线,你能作多少条?

(2) 你知道在体育课上老师是怎样测量跳远成绩的吗?

你能说说其中的道理吗?

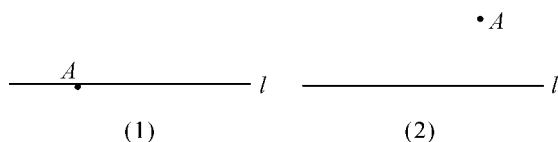


图1-5

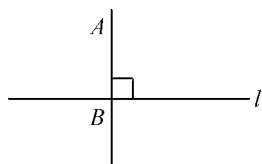


图1-6

平面内,过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。

直线外一点与直线上各点连接的所有线段中,垂线段最短。

如图1-6,过点 A 作 l 的垂线,垂足为 B ,线段 AB 的长度叫作点 A 到直线 l 的距离。

【动手实践】

借助三角板作出图1-5中过 A 点直线 l 的垂线。

三、平行线的判定与性质

(一) 平行线的判定

公理 两条直线被第三条直线所截,如果同位角相等,那么这两条直线平行。

这一定理可以简单说成:同位角相等,两直线平行。

定理 两条直线被第三条直线所截,如果内错角相等,那么这两条直线平行。

这一定理可以简单说成:内错角相等,两直线平行。

定理 两条直线被第三条直线所截,如果同旁内角互补,那么这两条直线平行。

这一定理可以简单说成:同旁内角互补,两直线平行。

【想一想】

1. 如图1-7,各角分别满足下列条件时,你能指出哪两条直线平行吗?

(1) $\angle 1 = \angle 4$ (2) $\angle 2 = \angle 4$ (3) $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$

2. 如图1-8,如果 $\angle B$ 与 $\angle C$ 互补,那么哪两条线段平行? $\angle A$ 与哪个角互补,可以

保证 $AD \parallel BC$?

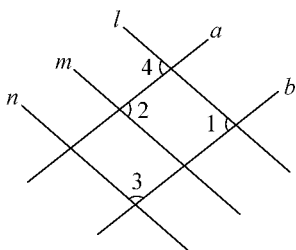


图 1-7

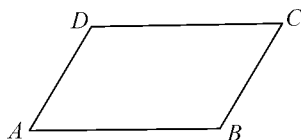


图 1-8

3. 在下面的图 1-9 中, 直线 a 与直线 b 平行吗? 试说明你的理由。

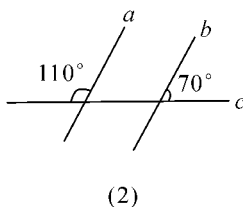
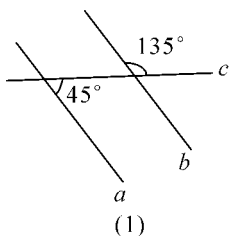


图 1-9

例 1 如图 1-10, $\angle 1 = 82^\circ$, $\angle 2 = 98^\circ$, $\angle 3 = 80^\circ$, 则 $\angle 4$ 等于多少度?

解: $\because \angle 5 = \angle 2 = 98^\circ$, 又 $\angle 1 = 82^\circ$

$$\therefore \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$$

$$\therefore a \parallel b$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 3 = 80^\circ$$

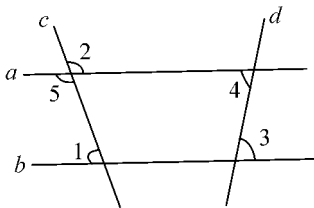


图 1-10

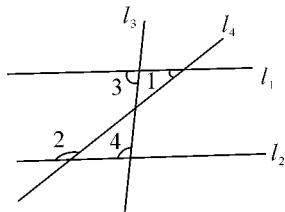


图 1-11

例 2 直线 l_1 与 l_2 分别和 l_3 与 l_4 相交, $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互余, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 的余角互补, $\angle 4 = 110^\circ$, 则 $\angle 3$ 等于多少度?

解: $\because \angle 1$ 与 $\angle 3$ 互余

$$\therefore \angle 1 = 90^\circ - \angle 3$$

$\because \angle 2$ 与 $\angle 3$ 的余角互补

$$\therefore \angle 2 + \angle 1 = 180^\circ$$



$$\therefore l_1 \parallel l_2$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 4$$

$$\text{又} \because \angle 4 = 110^\circ$$

$$\therefore \angle 3 = 70^\circ$$

(二) 平行线的性质

两条平行直线被第三条直线所截,同位角相等,内错角相等,同旁内角互补。

简记为:两直线平行,同位角相等。

两直线平行,内错角相等。

两直线平行,同旁内角互补。

【想一想】

1. 如图 1-12, $AB \parallel CD$, $AC \parallel BD$, 分别找出与 $\angle 1$ 相等或互补的角。

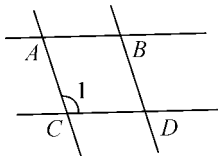
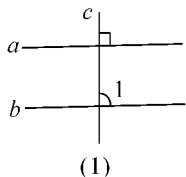
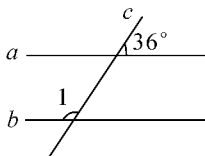


图 1-12

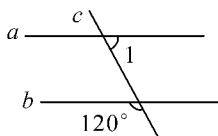
2. 在下列图中, $a \parallel b$, 分别计算 $\angle 1$ 的度数。



(1)



(2)



(3)

图 1-13

例 3 如图 1-14, $AB \parallel EF \parallel DC$, $EG \parallel BD$, 则图中与 $\angle 1$ 相等的角共有多少个, 分别写出来。

解: $\because EG \parallel BD$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 1 = \angle 3, \angle 2 = \angle FHB$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle FHB$$

$\because DC \parallel EF \parallel AB$

$$\therefore \angle 3 = \angle DHE, \angle 3 = \angle BDC$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle FHB = \angle DHE$$

$$= \angle BDC$$

即与 $\angle 1$ 相等的角(除 $\angle 1$ 外)共有 5 个。

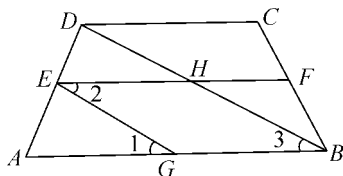


图 1-14

..... 习题 1.1

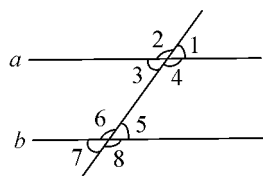
习题 A

1. 如图,要把水渠中的水引到 C 点,在渠岸 AB 的什么地方开沟,才能使沟最短,说明理由。

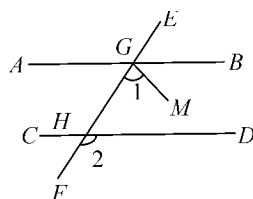
• C

A ————— B

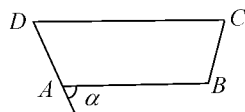
2. 如图,直线 a, b 被直线 c 所截,现给出下列四个条件:① $\angle 1 = \angle 5$, ② $\angle 1 = \angle 7$, ③ $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, ④ $\angle 4 = \angle 7$, 其中能判定 $a \parallel b$ 的序号是哪些?



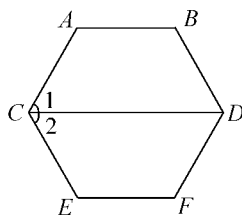
3. 如图,已知 $AB \parallel CD$, EF 分别交 AB, CD 于 G, H , GM 平分 $\angle FGB$, 且 $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于多少度?



4. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle \alpha = 45^\circ$, $\angle D = \angle C$, 依次求出 $\angle D, \angle C, \angle B$ 的度数。

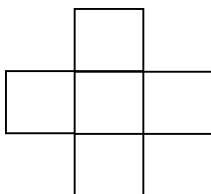


5. 如图, $AB \parallel CD, CD \parallel EF$, $\angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$, $\angle A$ 和 $\angle E$ 各多少度? 它们相等吗?

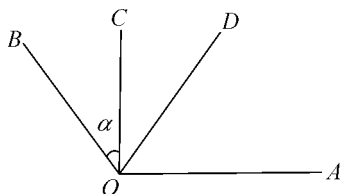


习题 B

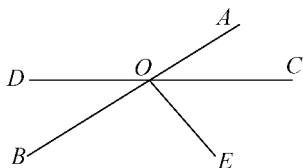
1. 你能剪两刀再拼一拼,把图中的十字变成正方形吗?试一试。



2. 如图,已知 $\angle AOC = 90^\circ$, $\angle COB = \alpha$, OD 平分 $\angle AOB$, 则 $\angle COD$ 等于多少度?



3. 如果一个角等于它的余角的 2 倍,则这个角是它的补角的几分之一?
4. 如图,直线 AB, CD 相交于点 O , $OE \perp AB$ 于 O , $\angle COE = 55^\circ$, 则 $\angle BOD$ 为多少度?



§ 1.2 三角形

一、三角形

(一) 三角形的边角关系

定理 三角形任意两边的和大于第三边。

推论 三角形任意两边的差小于第三边。

三角形内角和定理 三角形三个内角的和等于 180° 。

推论 三角形一个外角等于和它不相邻的两个内角的和,大于其中任何一个内角。

【想一想】

1. 有两根长度为 5cm 和 8cm 的木棒,用长度为 2cm 的木棒与它们能摆成三角形吗?为什么?长度为 13cm 的木棒呢?
2. 已知三角形三个内角的度数之比为 $1:3:5$,你能知道这三个内角的度数吗?

(二) 三角形中的三线

1. 三角形的角平分线

在三角形中,一个内角的角平分线与它的对边相交,这个角的顶点与交点之间的线段叫作**三角形的角平分线**。如图 1-15, AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线。三角形的三条角平分线交于一点。

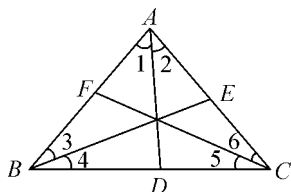


图 1-15

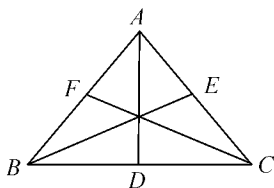


图 1-16

2. 三角形的中线

三角形中,连接一个顶点和它对边中点的线段,叫作**三角形的中线**。如图 1-16, AD 是 BC 边上的中线。三角形的三条中线交于一点。

3. 三角形的高线

三角形的一个顶点向它的对边所在直线作垂线,顶点和垂足之间的线段叫作**三角形的高线**。如图 1-17, 线段 AD 是 BC 边上的高。

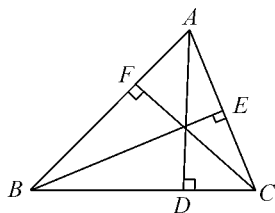


图 1-17

三角形的三条高所在的直线交于一点。

【想一想】

1. 图 1-15 中, $\angle 1 = \underline{\hspace{1cm}}$, $\angle 3 = \frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}}$, $\angle 6 = \underline{\hspace{1cm}}$.

图 1-16 中, $AB = 2 \underline{\hspace{1cm}}$, $BD = \underline{\hspace{1cm}}$, $AE = \frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}}$.

2. 分别指出图 1-18 中 $\triangle ABC$ 的三条高,你有什么结论?

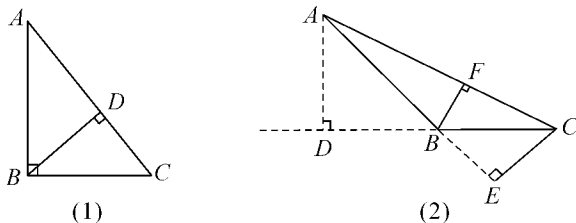


图 1-18

【做一做】

在图 1-19 中,分别画出 $\triangle ABC$ 中 AC 边上的高。

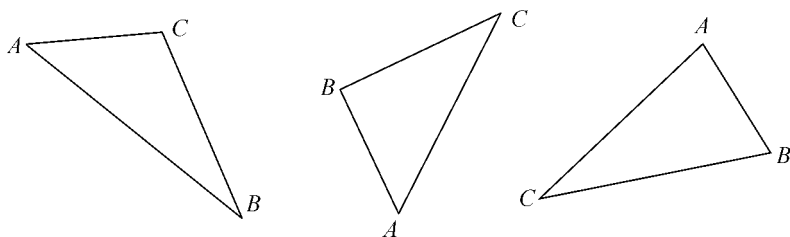


图 1-19

等腰三角形和直角三角形都是特殊的三角形,除具有一般三角形的性质外,还有一些重要性质。

等腰三角形的性质定理 等腰三角形的两个底角相等。(简写成“等边对等角”)

推论 等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合。(三线合一)

直角三角形的一个锐角等于 30° ,那么它所对的直角边等于斜边的一半。

例 1 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\angle ABC = 66^\circ$, $\angle ACB = 54^\circ$, BE 是 AC 上的高 CF 是 AB 上的高, H 是 BE 和 CF 的交点,求 $\angle ABE$ 、 $\angle ACF$ 和 $\angle BHC$ 的度数。(如图 1-20)

解: $\because \angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 180^\circ - 66^\circ - 54^\circ$
 $= 60^\circ$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\angle ABE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中, $\angle ACF = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

又 $\because \angle BHC$ 是 $\triangle BFH$ 的外角

$\therefore \angle BHC = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$

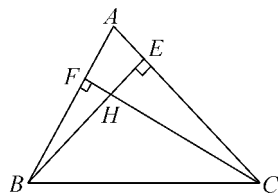


图 1-20

例 2 已知:在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在 AC 上,且 $BD = BC = AD$, 求 $\triangle ABC$ 各角的度数。(如图 1-21)

解: $\because AB = AC, BD = BC = AD$

$\therefore \angle ABC = \angle C = \angle BDC, \angle A = \angle ABD$

设 $\angle A = x$, 则 $\angle BDC = \angle A + \angle ABD = 2x$

又 $\because \angle ABC = \angle C = \angle BDC = 2x$

$\therefore x + 2x + 2x = 180^\circ$, 解得 $x = 36^\circ$

$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 36^\circ, \angle ABC = \angle C = 72^\circ$

例 3 已知:如图 1-22, 点 D, E 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, $AB = AC, AD = AE$, 求证: $BD = CE$.

证明: 作 $AF \perp BC$, 垂足为 F

$\because AB = AC, AD = AE, AF \perp BC, AF \perp DE$

$\therefore BF = CF, DF = EF$ (三线合一)

$\therefore BD = CE$

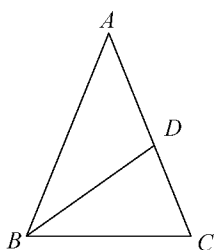


图 1-21

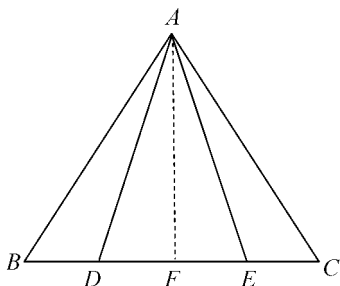


图 1-22

二、解直角三角形

我们知道,如图 1-23,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角,边角之间有如下关系。

1. 三边之间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$ (勾股定理)

2. 锐角之间的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$

3. 边角之间的关系: $\sin A = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}, \tan A = \frac{a}{b}, \cot A = \frac{b}{a}$

利用这些关系,知道其中的 2 个元素(至少一个是边),就可以求出其余的 3 个未知元素。

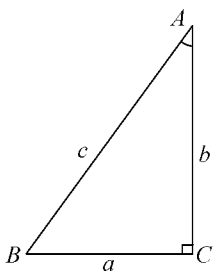


图 1-23

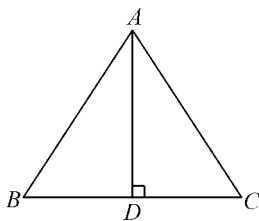


图 1-24

例 1 已知:等边 $\triangle ABC$ 的边长是 6cm,求高 AD 及 $\triangle ABC$ 的面积。(如图 1-24)

解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形, AD 是高

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 3 \quad (\text{三线合一})$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

$$\therefore AD = \sqrt{6^2 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}\text{cm}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

例 2 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, \angle A = 30^\circ$,直角边 $AC = 3$,解这个直角三角形。(如图 1-25)



解:在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\tan 30^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{BC}{3}$

$$\therefore BC = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\therefore AB = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{3}$$

【想一想】

你还可以用其他方法解吗?

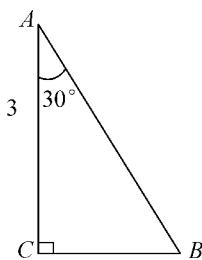


图 1-25

例 3 如图 1-26, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{2}{5}$, D 为 AC 上一点, $\angle BDC = 45^\circ$, $DC = 6$, 求 AB 的长。

解:在 $\triangle BCD$ 中, $\angle C = 90^\circ$

$$\because \angle BDC = 45^\circ \quad \therefore \angle DBC = \angle BDC = 45^\circ$$

$$\therefore DC = CB$$

$$\because DC = 6 \quad \therefore CB = 6$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \sin A = \frac{2}{5} = \frac{CB}{AB}$

$$\therefore AB = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

$\therefore AB$ 的长为 15.

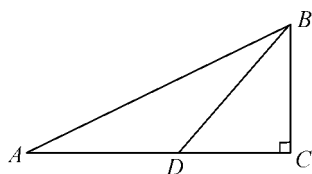


图 1-26

..... 习题 1.2

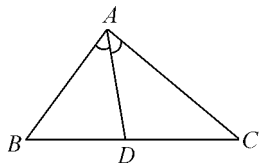
习题 A

1. 填空题:

(1) 等腰三解形一底角为 30° , 底边上的高为 9cm, 则这个等腰三角形的腰长是 _____ cm, 顶角是 _____.

(2) 等腰三角形一条直角边长 1cm, 那么它斜边上的高是 _____ cm.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 AD 是角平分线, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, 求 $\angle ADB$ 和 $\angle ADC$ 的度数。



3. 已知: 房屋的顶角 $\angle BAC = 100^\circ$, 过屋顶 A 的立柱 $AD \perp BC$, 屋椽 $AB = AC$, 求