

9  
8  
7  
6  
5  
4  
3  
2  
1  
0

我的第一本奥数书

给力数学  
GHEI MATHEMATICS

# 奥数冠军的 零起步秘笈

5

陆霞 / 编著

5  
4  
3  
2  
1  
0

年级



“韩信点兵”又称为中国剩余定理，相传汉高祖刘邦问大将军韩信统御兵士多少，韩信答说，每3人一排余1人、5人一排余2人、7人一排余4人、13人一排余6人……

华东理工大学出版社  
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

---

我的第一本奥数书



# 奥数冠军的 零起步秘笈

---

**5**  
年级

陆霞 / 编著

---

 华东理工大学出版社  
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

## 图书在版编目 ( CIP ) 数据

奥数冠军的零起步秘笈. 5 年级 / 陆霞编著. —上海: 华东理工大学出版社, 2014.6

(我的第一本奥数书)

ISBN 978-7-5628-3863-0

I. ①奥… II. ①陆… III. ①小学数学课—题解  
IV. ① G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 058933 号

我的第一本奥数书

## 奥数冠军的零起步秘笈 ( 5 年级 )

.....

编 著 / 陆 霞

策划编辑 / 庄晓明

责任编辑 / 赵子艳

责任校对 / 李 晔

封面设计 / 肖祥德

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地 址: 上海市梅陇路 130 号, 200237

电 话: (021) 64250306 (营销部)

(021) 64252718 (编辑室)

传 真: (021) 64252707

网 址: [press.ecust.edu.cn](http://press.ecust.edu.cn)

印 刷 / 上海崇明裕安印刷厂

开 本 / 787mm × 1092mm 1/16

印 张 / 12.25

字 数 / 272 千字

版 次 / 2014 年 6 月第 1 版

印 次 / 2014 年 6 月第 1 次

书 号 / ISBN 978-7-5628-3863-0

定 价 / 29.80 元

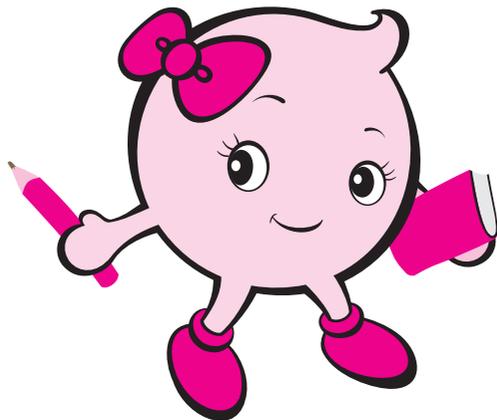
联系我们: 电子邮箱: [press@ecust.edu.cn](mailto:press@ecust.edu.cn)

官方微博: [e.weibo.com/ecustpress](http://e.weibo.com/ecustpress)

淘宝官网: <http://shop61951206.taobao.com>



## “理思”与她的朋友们

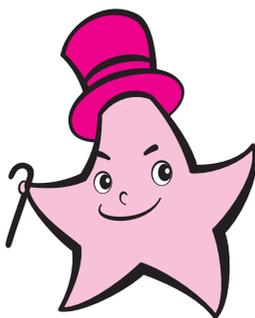


我的好妈妈：  
理思皇后

小朋友，你们好，我叫“理思”。我是一个有理想、乐思考的小女孩，很高兴能跟你交朋友。



我的好伙伴：  
阿笨猫



我的军师：  
智多星

## 前言

数学是一门重要的基础学科，记得20世纪80年代曾经流行过一句非常响亮的口号：“学好数理化，走遍天下都不怕。”数学，显然是数理化的“领头羊”。这句话也从某个侧面告诉我们，数学是其他学科的基础。在科技飞速发展的21世纪，数学的重要性更是毋庸置疑的。

数学，是锻炼思维的体操。思维的锻炼，要从小开始抓起。通过科学、严格、系统的训练，为今后进一步深造打下坚实的基础。

这套奥数教程有三大特点：

**第一，遵循孩子学习的特点设置栏目。**笔者长期从事数学竞赛的培训工作，深知孩子的特点是喜欢听故事，因此本书每讲的切入点是“故事堡”，用一个个有趣的小故事把孩子们吸引到数学学习中来，孩子们不知不觉地就会喜欢上数学。

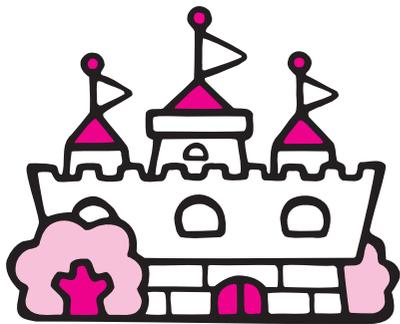
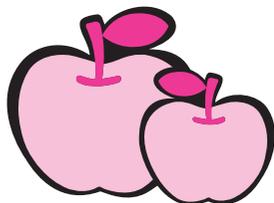
**第二，把发展孩子对数学的兴趣放在首位，不搞难题、偏题、怪题，不搞题海战术。**过难过偏过怪的题目，只会挫伤孩子们对数学的兴趣；题海战术只会加重孩子课外学习的负担，让孩子们宝贵时间浪费在不必要的、枯燥无味的重复之中。这套教程让孩子的奥数学习之路从零起步，循序渐进，一步步迈向神秘的数学殿堂。

**第三，本套教程从每个细节之处都强调方法比知识更重要。**不仅仅“授之以鱼”，更“授之以渔”，教会他们解题的方法。思维的训练，关键在于方法，方法掌握了，事半功倍，本套教程中所设置的“知识点”让每一章的重点难点一目了然，而“分析与解答”“思维导图”等栏目让数学思维方法更醒目、更直观。本书的每道例题、练习题都有详细的解答过程和步骤，既可作为学校第二课堂的兴趣教材，也适合孩子们在家自学。

小学阶段是每个孩子人生之中求学的起步阶段，我们希望这些理念能够得到家长和老师们的认同。编一套奥数书并不难，难就难在要编出一套能让孩子们真正喜欢的奥数辅导书，如果本套书能够在孩子们的成长道路上给予他们哪怕一丁点的帮助，我们也就心满意足了。

# 目 录

- 第一讲 速算与巧算 / 001
- 第二讲 进位制 / 007
- 第三讲 质数与合数 / 012
- 第四讲 分解质因数 / 018
- 第五讲 约数和最大公约数 / 023
- 第六讲 倍数和最小公倍数 / 028
- 第七讲 定义新运算 / 033
- 第八讲 简单的统筹规划 / 038
- 第九讲 环形跑道问题 / 045
- 第十讲 体育比赛中的数学问题 / 052
- 第十一讲 排列问题 / 059
- 第十二讲 组合问题 / 065
- 第十三讲 抽屉原理 / 071



- 第十四讲 “牛吃草”问题 / 077
- 第十五讲 时钟问题 / 083
- 第十六讲 完全平方数 / 088
- 第十七讲 染色与覆盖 / 093
- 第十八讲 变化与操作 / 100
- 第十九讲 格点型面积 / 107
- 第二十讲 平移、旋转与割补 / 115
- 第二十一讲 立体图形的表面积 / 121
- 第二十二讲 同余问题 / 127
- 第二十三讲 不定方程和不定方程组 / 133
- 第二十四讲 列不定方程解应用题 / 139
- 答案详解——开心果 / 144

## 第一讲 速算与巧算



### 知识点

初步理解整数乘法的运算律对小数乘法同样适用。在运用乘法运算律进行小数简便运算的过程中，仔细观察算式的特点，观察算式中的数与数之间的关系，确定正确的简便运算方法，简捷、巧妙地计算式的得数。



### 故事堡

今天，理思特别高兴，数学老师在课堂上表扬了她。她不仅正确计算出答案，在回答问题的时候声音也格外洪亮。回到家，她立刻把这个好消息告诉了妈妈。“理思，妈妈出道题试试你的能力，怎么样，有信心做出来吗？”“小菜一碟，放马过来吧！”理思爽快地回答。只见妈妈在理思的数学本上写出下面一个算式： $9.6+99.6+999.6+9999.6+99999.6=$ \_\_\_\_\_。

理思一看就傻眼了，她不知道该如何下手。“理思，妈妈给你提醒一下，这道题要用简便运算才简单，小数的简便运算有几个很重要的技巧就是凑整、拆数、变式、改变运算顺序，每一种方法又都可以灵活运用。仔细想想，你一定会做出来的。”

理思听完妈妈的话，又仔细观察了一下这些小数的特点，她终于做出了正确答案。同学们，你们知道理思运用的是什么方法吗？



其实很简单，可以用凑整的方法：

$$\begin{aligned} & 9.6+99.6+999.6+9999.6+99999.6 \\ & =10+100+1000+10000+100000-0.4-0.4-0.4-0.4-0.4 \\ & =111110-0.4 \times 5 \\ & =111108 \end{aligned}$$



## 聪明屋

### 例 1

巧算下面各题。

$$(1) 2.37+1.71+3.63-1.52-2.48$$

$$(2) 999+99.9+9.99+0.999$$

### 分析与解答

(1) 由于 2.37 和 3.63 相加能凑成整数，故可运用加法交换律和结合律，将这两个数先相加；而 1.52 和 2.48 相加也可凑成整数，故可运用减法的性质，凑在一起相加。

(2) 这个算式中的加数有两个特点：① 都是由 999 乘以一个数得到，如  $999=999 \times 1$ ， $99.9=999 \times 0.1$ ，……② 都非常接近整数，可以按凑整的思路，看作一个整数减去某些数，使计算简便。根据这两个特点，可以有两种不同的巧算方法。

$$\begin{aligned}(1) & 2.37+1.71+3.63-1.52-2.48 \\ & = (2.37+3.63)+1.71-(1.52+2.48) \\ & = 6+1.71-4 \\ & = 7.71-4 \\ & = 3.71\end{aligned}$$

(2) 方法 1:

$$\begin{aligned}& 999+99.9+9.99+0.999 \\ & = 999 \times 1+999 \times 0.1+999 \times 0.01+999 \times 0.001 \\ & = 999 \times (1+0.1+0.01+0.001) \\ & = 999 \times 1.111 \\ & = 1109.889\end{aligned}$$

方法 2:

$$\begin{aligned}& 999+99.9+9.99+0.999 \\ & = (1000-1)+(100-0.1)+(10-0.01)+(1-0.001) \\ & = (1000+100+10+1)-(1+0.1+0.01+0.001) \\ & = 1111-1.111 \\ & = 1109.889\end{aligned}$$

加、减法的运算定律和运算性质，也可以运用在小数的计算中啊！



### 思维导图

#### 小数的速算和巧算

(1) 在小数的加减法中，只要小数点对齐就能保证数位对齐。

(2) 整数加减法的巧算技巧也能沿用到小数的运算中。

(3) 凑整是加减乘除巧算中最主要的思想。

(4) 减法中，首先考虑“减相同”，其次是连减变连加。

### 顺藤摸瓜

1. 用简便方法计算：

$$(1) 13.4+2.56+31.44-24.75-10.4-2.25$$

$$(2) 242.78-35.48-102.78-82.52$$

$$2. 31.2+24.58+16.42+41.4+12.4$$

### 例2

用简便方法计算： $1.02+1.07+1.12+\cdots+2.37+2.42$

### 分析与解答

后一个加数比前一个加数大 0.05，这是一个公差为 0.05 的等差数列。先求出项数是几，再利用等差数列求和公式，求得答案。

$$\text{项数} = (2.42-1.02) \div 0.05 + 1 = 1.4 \div 0.05 + 1 = 29$$

$$\begin{aligned} & 1.02+1.07+1.12+\cdots+2.37+2.42 \\ &= (1.02+2.42) \times 29 \div 2 \\ &= 49.88 \end{aligned}$$

## 思维导图

等差数列

$$\text{求和} = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$$

$$\text{项数} = (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差} + 1$$

## 顺藤摸瓜

3.  $0.01+0.02+0.03+\cdots+0.98+0.99$

4. 用简便方法计算：

$$1.1+3.3+5.5+7.7+9.9+11.11+13.13+15.15+17.17+19.19$$

## 例3

用简便方法计算：

(1)  $3.24 \times 0.16 + 0.0324 \times 84$

(2)  $6.4 \times 13.2 \div 0.16 \div 11$

## 分析与解答

第(1)小题两个乘法算式的两个因数中分别有3.24和0.0324，将其中一个数扩大或缩小，使它和另一个数相同，就能利用乘法分配律使运算变得简便。

$$\begin{aligned} (1) & 3.24 \times 0.16 + 0.0324 \times 84 \\ &= 3.24 \times 0.16 + 3.24 \times 0.01 \times 84 \\ &= 3.24 \times 0.16 + 3.24 \times 0.84 \\ &= 3.24 \times (0.16 + 0.84) \\ &= 3.24 \times 1 \\ &= 3.24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & 6.4 \times 13.2 \div 0.16 \div 11 \\ &= (6.4 \div 0.16) \times (13.2 \div 11) \\ &= 40 \times 1.2 \\ &= 48 \end{aligned}$$

也可以将3.24转化成0.0324来算，试试看！



## 思维导图

积不变性质

在乘法中，其中一个因数扩大一定的倍数，同时另一个因数缩小相同的倍数，积不变。

在小数乘法中，其中一个因数的小数点向右移动几位，另一个因数的小数点向左移动相同的位数，积不变。

## 顺藤摸瓜

5. 用简便方法计算：

(1)  $199.9 \times 19.98 - 199.8 \times 19.97$

(2)  $8.88 \times 0.15 + 265 \times 0.0888 + 5.2 \times 8.88 + 0.888 \times 20$

6.  $(4.5 \times 7.2 \times 9.1) \div (1.5 \times 1.3 \times 2.4)$

## 例 4

$$(2.5+3.7+1) \times (2.5+3.7+0.6) - (1+2.5+3.7+0.6) \times (2.5+3.7)$$

## 分析与解答

这个算式是由四个不同的数组成的：2.5，3.7，1 和 0.6，并且前后的乘法算式中都有重复出现的式子： $(2.5+3.7)$  和  $(2.5+3.7+0.6)$ 。如果将这两个式子看作一个整体，用一个字母代替，经过运算后，可能会互相抵消，使计算变得简便。

设  $2.5+3.7=A$ ， $2.5+3.7+0.6=B$

$$\begin{aligned} & (2.5+3.7+1) \times (2.5+3.7+0.6) - (1+2.5+3.7+0.6) \times (2.5+3.7) \\ &= (A+1) \times B - (1+B) \times A \\ &= A \times B + B - A - A \times B \\ &= B - A \\ &= (2.5+3.7+0.6) - (2.5+3.7) \\ &= 0.6 \end{aligned}$$

## 思维导图

### 消元法

(1) 当算式中出现一个或几个式子时，可把这些式子分别看作一个整体，用字母来代替。

(2) 经过运算后，随着字母的互相抵消，达到巧算的目的。

## 顺藤摸瓜

7.  $(10.1-1.009-2) \times 0.49+0.51 \times (10.1-1.009+1)$

8.  $(3.14+2.8+1) \times (3.14+2.8+0.2) - (1+3.14+2.8+0.2) \times (3.14+2.8)$

## 例5

计算： $2006 \times 20052006-2005 \times 20062005$

## 分析与解答

观察发现乘号后面的数字与周期性数字都相差1，因此可以先转化成周期性数字。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 2006 \times (20052005+1) - 2005 \times (20062006-1) \\ &= 2006 \times (2005 \times 10001+1) - 2005 \times (2006 \times 10001-1) \\ &= 2006 \times 2005 \times 10001+2006-2005 \times 2006 \times 10001+2005 \\ &= 4011 \end{aligned}$$

## 顺藤摸瓜

9. 计算： $333 \times 332332333-332 \times 333333332$

10. 计算： $2004 \times 20032002-2002 \times 20032004$



### 智慧泉

计算： $3+33+333+\cdots+\underbrace{33\cdots3}_{2007 \text{ 个 } 3}$

## 第二讲 进位制



### 知识点

进位制是一种计数方式，用有限的数字在不同的位置表示不同的数值。我们常用的是十进制，在计算过程中满十就往前进一位。当然在现实生活中，还有其他计数方法。常见的进位制：二进制广泛应用于计算机中；三进制用于军队编制；十二进制用于月份；六十进制用于时间中的秒、分。本讲我们研究各进位制与十进制之间的相互转化、在其他进位制下的基本运算以及进位制的灵活运用。



### 故事堡

小叮叮和每个男孩一样，很喜欢机器人。每当电视里出现关于机器人的报道，他总是目不转睛地盯着屏幕。有一天晚上，小叮叮做了一个奇怪的梦。他梦见自己和一个机器人做了好朋友，他们两个人在一块儿学习、一块儿玩游戏。正好小叮叮所在的年级进行了数学测验，他心里一点儿底都没有，很想知道自己考得怎么样。于是，他就托机器人去帮他查查考了多名。结果查出来了，可是小叮叮一点儿也不高兴，为什么啊？原来机器人告诉他考了第 101 名，这么差的成绩小叮叮怎么高兴得起来。

小叮叮很伤心，哭了起来。爸爸听见了，就问小叮叮发生了什么事，小叮叮把所有的事都告诉了爸爸。谁知道爸爸不仅没有批评他，反而还夸奖了他。爸爸告诉他：“那只是一场误会，你考得挺好的，是第 5 名啊！”小叮叮觉得很奇怪，不是 101 名吗？怎么变成了第 5 名了呢？

同学们，你知道是怎么回事吗？





## 聪明屋

### 例 1

十进制转化成  $n$  进制。

(1) 将  $(1234)_{10}$  转化成三进制数

(2) 将  $(11567)_{10}$  转化成十六进制数

### 分析与解答

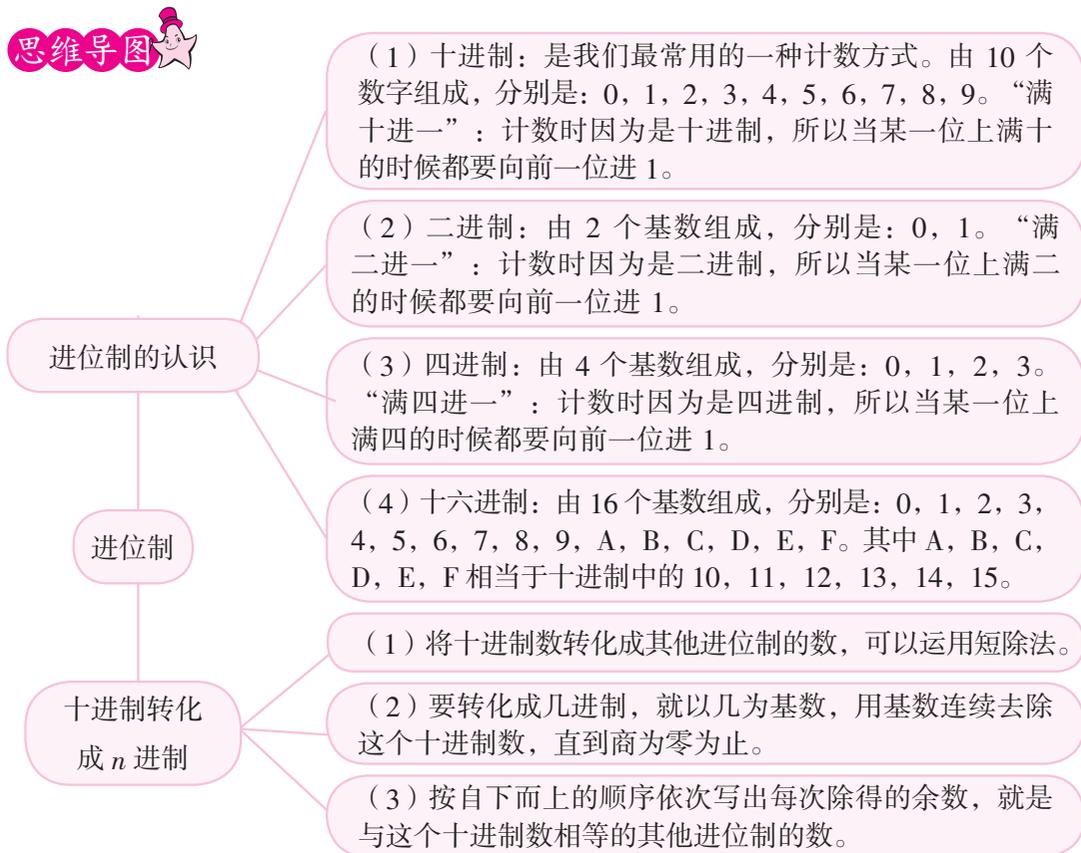
$$\begin{array}{r}
 (1) \quad 3 \overline{) 1234} \\
 \underline{3 \quad 411} \quad \dots\dots \text{余} 1 \\
 \quad 3 \overline{) 137} \quad \dots\dots \text{余} 0 \\
 \quad \quad \underline{3 \quad 45} \quad \dots\dots \text{余} 2 \\
 \quad \quad \quad 3 \overline{) 15} \quad \dots\dots \text{余} 0 \\
 \quad \quad \quad \quad 3 \overline{) 5} \quad \dots\dots \text{余} 0 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 3 \overline{) 1} \quad \dots\dots \text{余} 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad \dots\dots \text{余} 1
 \end{array}$$

所以  $(1234)_{10} = (1200201)_3$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad 16 \overline{) 11567} \\
 \underline{16 \quad 722} \quad \dots\dots \text{余} 15(\text{F}) \\
 \quad 16 \overline{) 45} \quad \dots\dots \text{余} 2 \\
 \quad \quad 16 \overline{) 2} \quad \dots\dots \text{余} 13(\text{D}) \\
 \quad \quad \quad 0 \quad \dots\dots \text{余} 2
 \end{array}$$

$(11567)_{10} = (2\text{D}2\text{F})_{16}$

### 思维导图



## 顺藤摸瓜

1. 将十进制数转化成其他进位制的数。

$$(37)_{10} = ( \quad )_2 \qquad (242)_{10} = ( \quad )_3$$

2. 将十进制数转化成其他进位制的数。

$$(156)_{10} = ( \quad )_5 \qquad (888)_{10} = ( \quad )_8$$

## 例2

$n$  进制转化成十进制。

$$(1) (574)_8 = ( \quad )_{10} \qquad (2) (100110)_2 = ( \quad )_{10}$$

## 分析与解答

(1) 在  $(574)_8$  中，“个”位上的 4 在八进制中表示的是 4 个 1（此处的 1 为八进制中的单位数字）。“十”位上的 7 在八进制中表示的是 7 个 8（因为从个位往十位进 1 位表示进了一个 8，进了 7 位就是 7 个 8），记为  $7 \times 8$ ；“百”位上的 5 在八进制中表示 5 个  $8 \times 8$ （因为从个位往十位进 1 位表示进了一个 8，当十位进到 7 个 8 的时候十位满 8 再进一，所以百位上的“100”在八进制中表示的是 1 个  $8 \times 8$ ）记为  $5 \times 8^2$ 。

由位置原理： $5 \times 8^2 + 7 \times 8 + 4 \times 8^0 = 380$ ； $(574)_8 = (380)_{10}$

$$(2) 2^5 + 2^2 + 2 = 38; (100110)_2 = (38)_{10}$$

## 思维导图

$n$  进制转化成  
十进制

$n$  进制转化成十进制，让  $n$  进制数的每一位依次乘以  $n$  的若干次方再相加求和。

“转几除以几，转十乘次方”。

“除”是除  $n$  取余；“乘”是乘以  $n$  的若干次方。

## 顺藤摸瓜

3. 将  $n$  进制数转化成十进制数。

$$(1020)_3 = ( \quad )_{10} \qquad (5AE)_{16} = ( \quad )_{10}$$

4. 按要求转化。

$$(394)_{10} = ( \quad )_8 \qquad (245)_6 = ( \quad )_{10}$$

$$(1393)_{12} = (\quad)_{10}$$

$$(8762)_{10} = (\quad)_{16}$$

### 例3

计算:

$$(1) (332)_4 + (201)_4 = (\quad)_4$$

$$(2) (545)_6 + (441)_6 = (\quad)_6$$

### 分析与解答

$$(1) (332)_4 = 3 \times 4^2 + 3 \times 4 + 2 = (62)_{10};$$

$$(201)_4 = 2 \times 4^2 + 0 \times 4 + 1 = (33)_{10};$$

$$(332)_4 + (201)_4 = (62)_{10} + (33)_{10} = (95)_{10} = (1133)_4$$

按十进制计算,但计算出的结果要转化成  $n$  进制,即取余数。

$$(2) (545)_6 + (441)_6 = (1430)_6$$

$$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 5 \\ + 4 \ 4 \ 1 \\ \hline 1 \ 4 \ 3 \ 0 \end{array}$$

个位:  $5+1=6$ , 六进制中满 6 进 1, 所以下面写 0, 同时往十位进 1 位。十位:  $4+4=8$ , 再加上个位进的 1 位最后得 9, 六进制中 9 为  $(13)_6$ , 所以下面写 3, 同时往百位进 1 位。百位:  $5+4=9$ , 再加上十位进的 1 位最后得 10, 在六进制中 10 为  $(14)_6$ , 所以下面写 4, 同时再往前进 1 位, 最后得到的结果是  $(1430)_6$ 。

### 顺藤摸瓜

5. 计算下列各题。

$$(1) (5021)_6 - (543)_6 = (\quad)_6$$

$$(2) (11000111)_2 - (10101)_2 \div (11)_2 = (\quad)_2$$

6. 计算:

$$(63121)_8 - (1247)_8 - (16034)_8 - (26531)_8 - (1744)_8 = (\quad)_8$$

### 例4

在几进制中有  $4 \times 13 = 100$  ?

### 分析与解答

利用尾数分析来解决这个问题。由于  $(4)_{10} \times (3)_{10} = (12)_{10}$ , 而结果为 100, 尾

数为0,也就是说已经将12全部进到上一位。所以说进位制 $n$ 为12的约数,也就是12,6,4,3,2中的一个。但是式子中出现了4,所以 $n$ 要比4大,不可能是4,3,2进制。另外,由于 $(4)_{10} \times (13)_{10} = (52)_{10}$ ,因为 $52 < 100$ ,也就是说不到10就已经进位,才能是100,所以 $n < 10$ ,那么 $n$ 不能是12。所以, $n$ 只能是6。

### 顺藤摸瓜

7. 在几进制中有  $125 \times 125 = 16324$  ?
8. 算式  $1534 \times 25 = 43214$  是几进制数的乘法?

### 例5

计算: 在七进制中有三位数  $abc$ , 化为九进制为  $cba$ , 这个三位数在十进制中是多少?

### 分析与解答

用位置原理列出方程  $(abc)_7 = (cba)_9$ ; 得到  $24a = 40c + b$ 。从中我们会发现,  $24a$  是8的倍数,  $40c$  也是8的倍数, 所以  $b$  必为8的倍数, 所以  $b$  为0或8, 但七进制中不能有8, 所以  $b = 0$ 。  $24a = 40c$  即  $3a = 5c$ , 不难推出  $a = 5, c = 3$ , 最后化成十进制为248。

### 顺藤摸瓜

9.  $(54)_N$  表示  $N$  进制数, 若  $(54)_N = (64)_{10}$ , 求  $N$ 。
10. 若  $(62)_N$  是  $(14)_N$  的4倍, 那么  $(35)_N$  在十进制中表示的数是多少?



### 智慧泉

一个人的年龄用十进制数和三进制数表示, 若在十进制数末尾添个“0”就是三进制数, 求此人的年龄。