

初中阶段最实用的口袋工具书

幻彩版

GAOXIAOSUJI
CHUZHONGSHUXUE

高效速记

初中数学 必考公式定律 与知识梳理

知识全面 重点突出 便捷查阅
关键提醒 知识拓展 典例精析



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

初中阶段最实用的口袋工具书

幻彩版

GAOXIAOSUJI
CHUZHONGSHUXUE

高效速记

— 初中数学 — 必考公式定律 与知识梳理

本书编写组 / 主编



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

图书在版编目(CIP)数据

高效速记.初中数学必考公式定律与知识梳理 /
本书编写组主编. —2 版. —上海:华东理工大学
出版社,2016.5

ISBN 978-7-5628-4605-5

I. ①高… II. ①本… III. ①数学公式-初中-
教学参考资料 ②数学-定律-初中-教学参考资料
IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 068657 号

项目统筹 / 赵子艳

责任编辑 / 陈月姣

装帧设计 / 裴幼华

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地址:上海市梅陇路 130 号,200237

电话:021-64250306

网址:www.ecustpress.cn

邮箱:zongbianban@ecustpress.cn

印 刷 / 常熟市华顺印刷有限公司

开 本 / 710mm×1000mm 1/32

印 张 / 8

字 数 / 235 千字

版 次 / 2015 年 5 月第 1 版

2016 年 5 月第 2 版

印 次 / 2016 年 5 月第 1 次

定 价 / 19.80 元

版权所有 侵权必究

PREFACE

前言

“工欲善其事，必先利其器。”一本好的工具书是迈向成功的关键。我们特邀教学一线的特高级教师和长期从事思维方法研究并取得一些成果的专家，依据新《课程标准》和最新的《考试说明》，精心策划并编写了这套“高效速记：必考公式定律”系列学考工具书。本套丛书力求使广大中学生对知识的理解更深刻、记忆更快、掌握更牢固全面，本套丛书还针对不同的知识点提供了多种思维方法，以帮助学生迅速提高学习成绩。

本套丛书全面罗列了中学阶段必考知识点所涉及的公式定律，章节编排基本依循中学课本知识脉络，由浅入深，循序渐进。每一章包括知识网络 and 知识要点梳理两大模块。知识网络模块中，以结构图的形式，清晰地揭示了每一章的知识脉络，让学生在学之前对本章知识有一个清晰的认识，胸有成竹。知识要点梳理模块中，以必考知识点为线索，条理清晰地梳理出主要公式定律，言简意赅地诠释了每一知识点的内涵和掌握技巧，并列举少量典型例题帮助学生练习巩固，胜券在握。本套丛书有以下四个特点：

1. 对比学习

准确辨别理解对象，抓住知识点的特征进行对比学习，以帮助学生更深刻地理解知识点。

2. 以图释文，图文结合

利用图形形象地表述知识的内涵，将图形和文字相结合，形象地展现知识点之间的内在联系。

3. 典型例题诠释重难点

对于学习过程中的重难点，通过典型例题来诠释，讲练结合的效果胜过单纯的概念讲解。

4. 推理学习

用逻辑推理的方法进行推理、归纳、总结，寻找最快速有效的记忆规律。

笔者衷心期待本套丛书能成为方便学生及时查阅公式定律的经典手册和一套集理论知识、实际应用于一体的全能宝典，以帮助学生在相关知识的学习中抓住关键，掌握要领，提高学习效率，轻松备考应试。在编写过程中，编者虽反复推敲，但难免有不足之处，欢迎广大读者提出宝贵的建议。

CONTENTS

目录

第1章 有理数

知识网络	/1
知识要点梳理	/2
一、正数和负数	/3
二、有理数	/4
三、有理数的加减法	/7
四、有理数的乘除法	/9
五、有理数的乘方	/12

第2章 整式的加减

知识网络	/15
知识要点梳理	/16
一、整式	/17
二、整式的加减	/19

第3章 一元一次方程

知识网络	/22
知识要点梳理	/23
一、从算式到方程	/24
二、解一元一次方程	/25
三、实际问题与一元一次方程	/26

第4章 几何图形初步

知识网络	/31
知识要点梳理	/32
一、几何图形	/33
二、直线、射线、线段	/34
三、角	/36

第5章 相交线与平行线

知识网络	/41
知识要点梳理	/42
一、相交线	/44
二、平行线及其画法、 公理和推论	/46
三、平行线的性质	/47
四、平行线的判定	/48
五、平移	/49

第6章 实数

知识网络	/50
知识要点梳理	/51
一、平方根	/52

二、立方根 /53

三、实数 /55

第7章 平面直角坐标系 /58

知识网络 /59

知识要点梳理 /60

一、平面直角坐标系 /60

二、坐标方法的简单应用 /63

第8章 二元一次方程组 /65

知识网络 /66

知识要点梳理 /67

一、二元一次方程组 /67

二、消元法——二元一次

方程组的解法 /68

三、实际问题与二元

一次方程组 /69

四、三元一次方程组的

解法 /70

第9章 不等式与不等式组 /72

知识网络 /73

知识要点梳理 /74

一、不等式 /74

二、一元一次不等式的解法 /75

三、实际问题与一元

一次不等式 /76

四、一元一次不等式组 /77

第10章 数据的收集、 整理与描述 /79

知识网络 /80

知识要点梳理 /81

一、统计调查 /81

二、统计图 /83

第11章 三角形 /87

知识网络 /88

知识要点梳理 /89

一、与三角形有关的线段 /89

二、与三角形有关的角 /91

三、多边形及其内角和、

外角和 /93

第12章 全等三角形 /95

知识网络 /96

知识要点梳理 /97

一、全等三角形 /97

二、三角形全等的判定 /98

三、角平分线的性质及其应用 /99

第13章 轴对称 /101

知识网络 /102

知识要点梳理 /103

一、轴对称 /103

二、画轴对称图形 /105

三、等腰三角形 /106

四、等边三角形 /107

五、含 30° 角的直角三角形 /108

第 14 章 整式的乘法与因式分解	/110	一、勾股定理	/136
知识网络	/111	二、勾股定理的逆定理	/137
知识要点梳理	/112	第 18 章 平行四边形	/138
一、整式的乘法	/112	知识网络	/139
二、乘法公式	/114	知识要点梳理	/140
三、因式分解	/115	一、平行四边形	/140
第 15 章 分式、整数指数幂、分式方程	/119	二、特殊的平行四边形	/142
知识网络	/120	第 19 章 一次函数	/148
知识要点梳理	/121	知识网络	/149
一、分式及其基本性质	/121	知识要点梳理	/150
二、分式的运算	/122	一、函数	/150
三、整数指数幂	/124	二、一次函数	/152
四、分式方程	/124	三、运用一次函数解决 方案选择问题	/160
第 16 章 二次根式	/127	第 20 章 数据的分析	/162
知识网络	/128	知识网络	/163
知识要点梳理	/129	知识要点梳理	/164
一、二次根式	/129	一、数据的集中趋势	/164
二、二次根式的乘除	/130	二、数据的波动程度	/166
三、二次根式的加减	/131	第 21 章 一元二次方程	/170
四、二次根式的混合运算	/132	知识网络	/171
五、二次根式大小的比较	/132	知识要点梳理	/172
六、因式的外移和内移	/133	一、一元二次方程	/172
第 17 章 勾股定理	/134	二、降次——解一元二次 方程	/173
知识网络	/135	三、实际问题与一元二次 方程	/176
知识要点梳理	/136		

第22章 二次函数 /181

知识网络 /182

知识要点梳理 /183

一、二次函数的图像和性质 /183

二、二次函数与一元二次

方程 /188

三、实际问题与二次函数 /190

第23章 旋转 /193

知识网络 /194

知识要点梳理 /195

一、图形的旋转 /195

二、中心对称 /197

第24章 圆 /199

知识网络 /200

知识要点梳理 /201

一、圆的有关性质 /201

二、点和圆、直线和圆、

圆和圆的位置关系 /204

三、正多边形和圆 /210

四、弧长和扇形面积 /211

五、有关圆锥的计算 /212

第25章 概率初步 /213

知识网络 /214

知识要点梳理 /215

一、随机事件与概率 /215

二、概率的求法 /216

三、用频率估计概率 /218

第26章 反比例函数 /219

知识网络 /220

知识要点梳理 /221

一、反比例函数的定义 /221

二、反比例函数的图像 /221

三、反比例函数的性质 /222

四、反比例函数的实际应用 /223

第27章 相似 /225

知识网络 /226

知识要点梳理 /227

一、图形的相似 /227

二、比例线段 /227

三、相似多边形 /227

四、相似三角形和相似

多边形 /228

五、位似 /232

第28章 锐角三角函数 /234

知识网络 /235

知识要点梳理 /236

一、锐角三角函数 /236

二、解直角三角形及其应用 /238

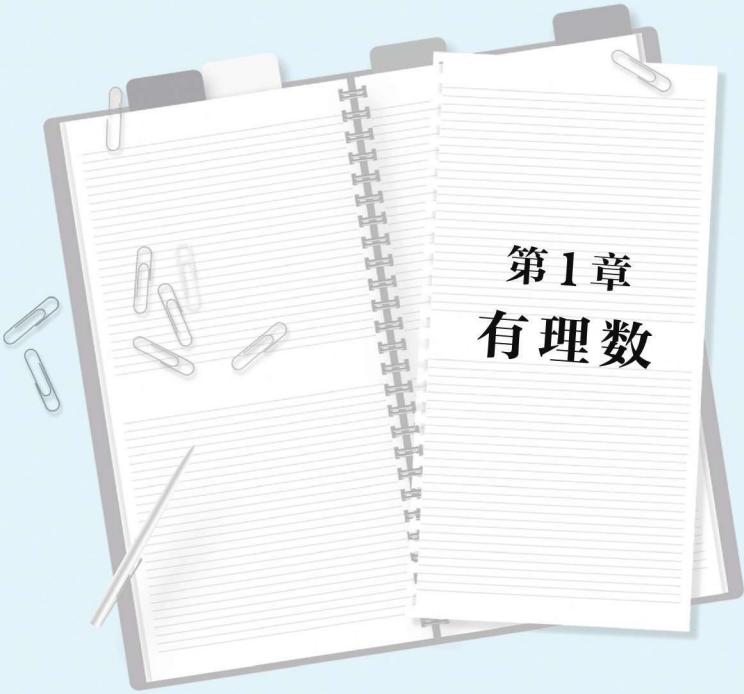
第29章 投影与视图 /241

知识网络 /242

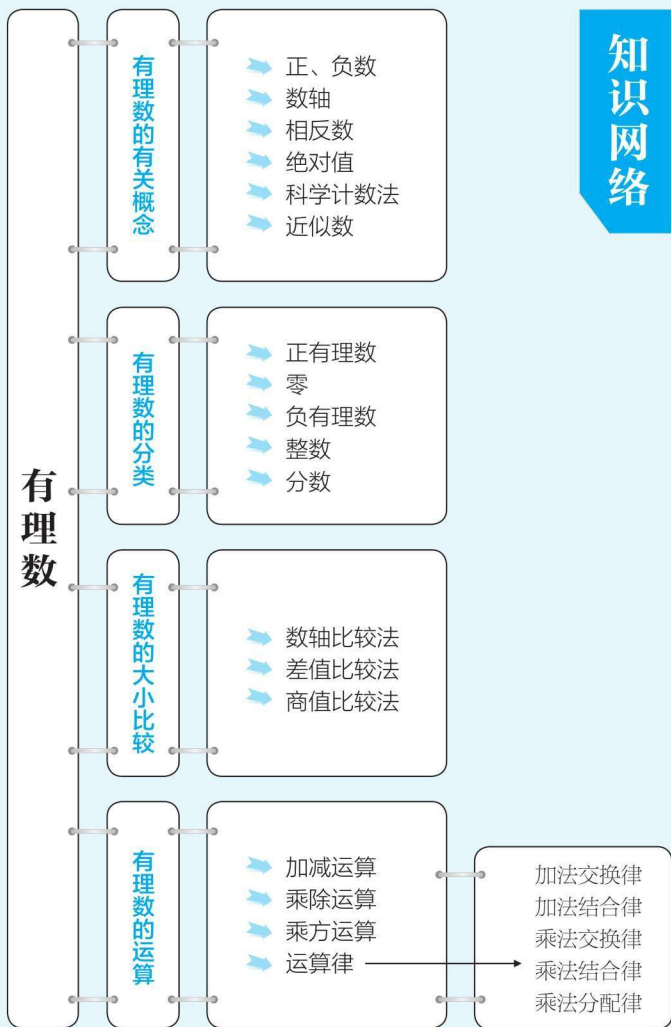
知识要点梳理 /243

一、投影 /243

二、三视图 /244



第1章 有理数



知识 要点梳理

一 正数和负数

1. 正数和负数

(1)正数:像2,5,1.7%这样大于0的数叫作正数.

(2)负数:像-5,-2,-3.6%这样在正数前面加上“-”的数叫作负数.

2. 0既不是正数,也不是负数.

拓展延伸

(1)对于正数和负数的概念,不能简单理解成带“+”的数是正数,带“-”的数是负数,如 $-a$,当 $a=0$ 时, $-a=0$;当 $a<0$ 时, $-a$ 是正数;当 $a>0$ 时, $-a$ 是负数.

(2)正数前面的“+”,可省略不写,有时为了强调,也写上;而负数前面的“-”一定要写上,不能省略.

(3)0是正数与负数的分界.0的意义已不仅仅表示“没有”.如 0°C 是一个确定的温度,海拔为0表示海平面的平均高度.

(4)用正、负数表示相反意义的量时,要先规定一个量为正(或负),那么另一个与它意义相反的量就被规定为负(或正).

例 1.1 如果水位升高3m时水位变化记作+3m,那么水位下降3m时水位变化记作().

A. -3m

B. 3m

C. 6m

D. -6m

解析 因为上升记为+,所以下降记为-,所以水位下降3m时水位变化记作-3m.

答案 A

二 有理数

1. 有理数的意义

整数和分数统称为有理数.

2. 有理数的分类

有理数分为整数和分数. 整数分为正整数、负整数和 0. 分数分为正分数和负分数. 有理数按正负的情况分为正有理数、0 和负有理数. 正有理数包括正整数和正分数, 负有理数包括负整数和负分数.

拓展延伸

(1) 零和负数习惯上称为非正数; 零和正数习惯上称为非负数.

(2) 整数可以看成分母为 1 的分数. 无限循环小数可以化成分数的形式, 所以是有理数.

(3) 把具有共同属性的一类数放在一起就构成了这类数的集合, 比如把所有整数放在一起称为整数集合. 类似地, 还有分数集合、正整数集合、正分数集合等.

例 1.2 把下列各数填入相应的大括号内:

$$7, -3, 101, -1.5, 0, \frac{2}{3}, 3.14, -1\frac{1}{2}, 0.6, -2$$

整数集合: { }

分数集合: { }

正数集合: { }

负数集合: { }

非负数集合: { }

有理数集合: { }.

解析 解答本题的关键是弄清楚整数、分数、正有理数、负有理数、非负数等概念.

解 整数集合: $\{7, -3, 101, 0, -2\}$;

分数集合： $\left\{-1.5, \frac{2}{3}, 3.14, -1\frac{1}{2}, 0.6\right\}$ ；

正数集合： $\left\{7, 101, \frac{2}{3}, 3.14, 0.6\right\}$ ；

负数集合： $\left\{-3, -1.5, -1\frac{1}{2}, -2\right\}$ ；

非负数集合： $\left\{7, 101, 0, \frac{2}{3}, 3.14, 0.6\right\}$ ；

有理数集合： $\left\{7, -3, 101, -1.5, 0, \frac{2}{3}, 3.14, -1\frac{1}{2}, 0.6, -2\right\}$ 。

3. 数轴

(1)数轴的意义：一般地，在数学中，通常用一条直线上的点表示数，这条直线叫作数轴。

(2)数轴的三要素：原点、正方向和单位长度，三者缺一不可。

(3)数轴上的点与有理数的关系：有理数都可以用数轴上的点表示，但数轴上的点并不都表示有理数。

例 1.3 如图 1-1 所示，在数轴上点 A 表示的数可能是()。



图 1-1

A. 1.5

B. -1.5

C. -2.6

D. 2.6

解析 将选项中的四个数表示在数轴上，如图 1-2 所示。

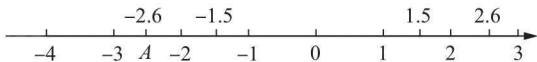


图 1-2

从数轴上看 A 点表示的数是 -2.6。

答案 C

4. 相反数

像 3 和 -3 , $\frac{1}{2}$ 与 $-\frac{1}{2}$ 这样, 只有符号不同的两个数才能叫作互为相反数. 一般地, a 与 $-a$ 互为相反数, a 的相反数是 $-a$; 0 的相反数仍是 0.

关键提醒

(1) 数轴上表示相反数的两个点分布在原点两旁且到原点的距离相等, 这两个点关于原点对称.

(2) 在任意一个数前面添上“ $-$ ”, 新的数就是原数的相反数.

(3) 如果 a 、 b 互为相反数, 那么 $a+b=0$ 或 $a=-b$ 或 $b=-a$; 反之, 若 $a+b=0$, 那么 a 、 b 互为相反数.

例 1.4 $-\frac{1}{7}$ 的相反数是().

A. $\frac{1}{7}$

B. $-\frac{1}{7}$

C. 7

D. -7

解析 根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得 $-\frac{1}{7}$ 的相反数是 $\frac{1}{7}$.

答案 A

5. 绝对值

(1) 几何定义: 一般地, 数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫作数 a 的绝对值, 记作 $|a|$.

(2) 代数定义: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0. 用符号语言表示如下:

$$\text{即 } |a| = \begin{cases} a (a > 0) \\ 0 (a = 0) \\ -a (a < 0) \end{cases} \quad \text{或 } |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a \leq 0) \end{cases}$$

关键提醒

一个数的绝对值在数轴上表示这个数的点与原点的距离, 因为距离总是非负数, 所以一个数的绝对值总是非负数.

例 1.5 已知 $|a|=3$, $|b|=2$, $ab < 0$, 则 $a+b$ 的值等于_____.

解析 因为 $|a|=3$, 所以 $a=\pm 3$. 因为 $|b|=2$, 所以 $b=\pm 2$.

因为 $ab<0$, 所以 a, b 异号.

所以当 $a=3$ 时, $b=-2$, 此时 $a+b=1$; 当 $a=-3$ 时, $b=2$, 此时 $a+b=-1$.

所以 $a+b$ 的值等于 ± 1 .

答案 ± 1

6. 有理数的大小比较

在数轴上表示的有理数, 右边的数总比左边的数大. 正数大于 0, 0 大于负数, 正数大于一切负数. 两个负数, 绝对值大的反而小.

知识拓展

比较有理数的大小除上述的基本方法外, 还要注意以下两种方法:

(1) 差值比较法: 设 a, b 是两个任意数, 则 $a-b>0 \Leftrightarrow a>b$; $a-b=0 \Leftrightarrow a=b$; $a-b<0 \Leftrightarrow a<b$.

(2) 商值比较法: 设 a, b 是两个正数, 则 $\frac{b}{a}>1 \Leftrightarrow a<b$; $\frac{b}{a}=1 \Leftrightarrow a=b$;
 $\frac{b}{a}<1 \Leftrightarrow a>b$.

三 有理数的加减法

1. 有理数的加法

(1) 有理数加法法则: 同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加, 绝对值不相等的异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并且较大的绝对值减去较小的绝对值. 互为相反数的两个数相加得 0. 一个数同 0 相加, 仍得这个数.

(2) 有理数加法的运算律:

① 有理数加法交换律: 有理数的加法中, 两个数相加, 交换加数的位置, 和不变, 即 $a+b=b+a$.

② 有理数加法结合律: 有理数加法中, 三个数相加, 先把前两个数相

加,或者先把后两个数相加,和不变,即 $(a+b)+c=a+(b+c)$.

关键提醒

运用运算律时要注意以下几点:互为相反数的两个数相结合;符号相同的数相结合;分母相同的数相结合;相加后能得到整数的几个数相结合.另外,在运算时要善于观察题目的特点,以便采用简便的运算方法.

2. 有理数的减法

有理数减法法则:减去一个数等于加上这个数的相反数.即 $a-b=a+(-b)$.

例 1.6 计算: $0-\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{5}{6}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)$.

解 原式 $=\left[0+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]+\left[\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)\right]$
 $=-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\right)=-\frac{7}{6}+\frac{7}{6}=0$.

3. 有理数的加减混合运算

由于减法可以转化为加法,所以有理数的加减混合运算可以统一为加法运算,即 $a-b+c-d=a+(-b)+c+(-d)$.

关键提醒

有理数的减法是有理数加法的逆运算,做减法实际上是运用转化的数学思想将减法转化为加法进行计算.运用运算律进行简化计算时,要注意在交换加数位置时,要连同前面的符号一起交换.

例 1.7 计算:(1) $15-\left(+5\frac{5}{6}\right)-\left(+3\frac{3}{7}\right)+\left(-2\frac{1}{6}\right)-\left(+6\frac{4}{7}\right)$;

(2) $(-1.5)+\left(+3\frac{1}{4}\right)+(+3.75)+(-4\frac{1}{2})$.

解 (1)原式 $=15+\left(-5\frac{5}{6}-2\frac{1}{6}\right)+\left(-3\frac{3}{7}-6\frac{4}{7}\right)=15-8-10$
 $=-3$.

(2)原式 $=(-1.5-4.5)+(3.25+3.75)=-6+7=1$.