高等数学

（建筑与经济类）

第 2 版

主　编　刘之林　鲁韦昌　李元红

北京理工大学出版社

高等职业教育“十二五”规划教材

高等数学

（建筑与经济类）

第2版

主　编　刘之林　鲁韦昌　李元红（重庆房地产职业学院）
副主编　李兴莉　谭启军　杨凤勤（重庆房地产职业学院）
参　编　孙　佳　屠　娟　陈万清（重庆房地产职业学院）
主　审　陈锦连（重庆房地产职业学院）

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

高等数学：建筑与经济类/刘之林，鲁韦昌，李元红主编．—2版．—北京：北京理工大学出版社，2015.1

ISBN 978-7-5640-9852-0

Ⅰ．①高…　Ⅱ．①刘…　②鲁…　③李…　Ⅲ．①高等数学-高等职业教育-教材　Ⅳ．①O13

中国版本图书馆CIP数据核字（2014）第239858号

出版发行／北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址／北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编／100081
电　　话／（010）68914775（总编室）
　　　　　82562903（教材售后服务热线）
　　　　　68948351（其他图书服务热线）
网　　址／http：//www.bitpress.com.cn
经　　销／全国各地新华书店
印　　刷／北京市通州富达印刷厂
开　　本／787毫米×1092毫米　1/16
印　　张／21
字　　数／485千字
版　　次／2015年1月第2版　2015年1月第1次印刷
定　　价／41.80元

责任编辑／张慧峰
文案编辑／张慧峰
责任校对／周瑞红
责任印制／马振武

前言

21 世纪，世界进入了经济全球化和技术激烈竞争的崭新时代，为了适应这一形势，国家制定了《国家中长期教育改革和发展规划纲要（2010—2020 年）》，明确提出大力发展职业教育，并把职业技能和就业创业能力作为提高教育质量的重点，以适应走新型工业化道路和产业化结构优化升级的需要。本教科书本着这个精神，并结合房地产行业发展需要，通过高等数学教学着力发展学生获得知识及知识转向技能的能力，发展学生思维及适应行业技术变革的能力，提升学生的实作水平及职业技术的创新力，把本门课程整合为房地产职业技术系列课程的有机组成部分。通过本课程的学习，应使学生初步掌握函数及分析方法，运用微积分的基本思想与方法，科学地解决房地产行业发展中出现的数量关系问题，以求得实际问题的解决。

本书在编写过程中融入了编者对课程教学经验和相关教研的体会，将房地产行业实际问题的研究，融会贯通于基本理论与方法中，既考虑行业发展和学生学业发展的前瞻性，又考虑知识、文化继承发展的教育公益性，满足了房地产行业对高等数学的基本要求，其特点为：行业特色突出、理论系统、举例翔实、讲解透彻、言简易懂、难度适宜。

编者希望读者能有开卷有益之收获，给出以下建议。

致教师：教科书数学知识脉络清晰，知识点剖析透彻，提纲挈领，采用多种教学手段逐步渗透，方便学生领会及运用。课本中的参考阅读材料是学生打开视野的一个窗口，引导阅读，辅助数学学习以达到事半功倍的效果。本教材基本结构为：第一章、第二章、第三章、第四章、第五章为基本模块，建议教学时数为 64 学时；第六章为应用模块 1，建议教学时数 8 学时；第七章为应用模块 2，建议教学时数 10 学时；第八章、第九章、第十章为应用模块 3，建议教学时数 20 学时，各应用模块基本独立。根据各专业要求及学生实际情况可采取基础模块加应用模块组合教学。

致学生：教科书有丰富有趣的实例，有大量多变的练习，所论知识主线清楚，分析易懂，课堂学习把握关键点，课后温习教材，做到课后练习巩固。若要参加专升本考试，认真研读课本，吃透知识点，也就足矣。若要深入学习房地产专业相关知识与技能，毕业后就业，就要多动脑动手，才有足够的底气应对专业技能中的问题。

致参阅者：教科书详尽的微积分及应用知识、线性代数方法、概率统计理论及方法是学习了解这些方面的好教材，也是在生活工作中遇到问题备查的好资料，同时也可以了解有关房地产专业中所遇到问题的数学解决办法，当然也有数学与建筑的有趣话题。

本书由重庆房地产职业学院教师刘之林、鲁韦昌、李元红、谭启军、杨凤勤、李兴莉、

屠娟、孙佳、陈万清编写。具体分工：

第一、二章由重庆房地产职业学院的李元红执笔；

第三、四章由重庆房地产职业学院的刘之林执笔；

第五、六章由重庆房地产职业学院的鲁韦昌执笔；

第七章由重庆房地产职业学院的杨凤勤、刘之林执笔；

第八、九、十章由重庆房地产职业学院的谭启军、刘之林执笔；

数学实验由重庆房地产职业学院的刘之林、李兴莉执笔；

阅读材料由刘之林、鲁韦昌、谭启军、屠娟、孙佳、陈万清执笔。

最后由谭启军、杨凤勤、李兴莉校对，刘之林对各章初稿统稿，刘之林、鲁韦昌审稿，陈锦连主审。

本书在编写过程中，得到了重庆房地产职业学院何培斌院长的亲切关怀，也得到了何大同书记的大力支持，同时感谢钱燕助理的具体指导，以及房地产研发设计系、房地产建设工程系、房地产成本控制系、房地产设备工程系、房地产营销系、房地产金融系、房地产管理系等部门的热心帮助，特此表示诚挚的谢意！

由于时间仓促及编者水平所限，书中难免有一些错误与不足之处，恳请同行专家和广大读者给予批评指正，我们将不胜感谢。

编　者

目录

第一章

函　数

初等数学的研究对象基本上是常量及其运算，而高等数学的研究对象主要是变量及变量之间的依赖关系．这种依赖关系的主要表现形式就是函数．函数是近代数学的基本概念之一．本章将介绍函数的概念、初等函数及其性质．

第一节　函数概述

一、集合　区间　邻域

1．集合

集合是现代数学中一个重要的基本概念．所谓**集合**，就是指具有某种共同属性的事物的全体．构成集合的每一个事物称为该集合的**元素**．

例如：

（1）某工厂生产的全部产品；

（2）某班级的全体同学；

（3）某小区的全体楼盘；

（4）全体偶数；

（5）方程 $x^2-4x+3=0$ 的根．

习惯上，用大写字母 A，B，C，…表示集合，而用小写字母 a，b，c，…表示集合中的元素．若 x 是集合 A 中的元素，那么记作 $x\in A$，读作“x 属于 A”或“x 在 A 中”；若 x 不是集合 A 中的元素，记作 $x\notin A$，读作“x 不属于 A”或“x 不在 A 中”．

由有限个元素组成的集合称为**有限集**．有限集可用列举法表示，即列举出它的全体元素，并用大括号括起来．例如：由 1，3，5，7 组成的集合 A，可表示为 $A=\{1, 3, 5, 7\}$．

用列举法表示集合时，应当注意：

（1）集合中的元素必须是确定的．

（2）相同元素只能算做一个元素，例如，集合 $\{1, 2, 3, 1\}=\{1, 2, 3\}$．

（3）集合中的元素与顺序无关，例如，集合 $\{1, 3, 5\}=\{5, 1, 3\}$．对于两个集合，只要它们的元素相同，就是相同的集合．

由无穷多个元素组成的集合称为**无限集**．无限集可用描述法表示，一般形式为：

$$A=\{x \mid x \text{ 所具有的共同属性}\}$$

例如，$M=\{x \mid x^2-4x+3\geqslant 0\}$ 表示由满足不等式 $x^2-4x+3\geqslant 0$ 的全体实数所组成的集合，其元素所具有的属性是满足不等式 $x^2-4x+3\geqslant 0$.

以后用到的集合主要是数集，即元素都是数的集合．如果没有特别声明，以后提到的数都是实数.

全体自然数的集合记作 $\mathbf{N}$；正整数集记作 $\mathbf{N}^+$；整数集记作 $\mathbf{Z}$；有理数集记作 $\mathbf{Q}$；实数集记作 $\mathbf{R}$；不含任何元素的集合称为空集，记作 $\varnothing$.

2. 区间

区间是用得较多的一类数集的表示法．下面介绍一些常用的区间记号.

开区间：　　$(a,\ b)=\{x \mid a<x<b\}$；

闭区间：　　$[a,\ b]=\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$；

半开半闭区间：　　$(a,\ b]=\{x \mid a<x\leqslant b\}$，$[a,\ b)=\{x \mid a\leqslant x<b\}$；

无穷区间：　　$(a,\ +\infty)=\{x \mid x>a\}$，$(-\infty,\ b)=\{x \mid x<b\}$，

$[a,\ +\infty)=\{x \mid x\geqslant a\}$，$(-\infty,\ b]=\{x \mid x\leqslant b\}$，

$(-\infty,\ +\infty)=\{x \mid -\infty<x<+\infty\}$.

注意“∞”（读作无穷大）不是数，它是一个符号.

由于实数与数轴上的点一一对应，所以，有限区间可用数轴上从点 a 到点 b 的有限线段来表示，无穷区间可用射线或整个数轴来表示．其中 a，b 称为区间的端点（a 称为左端点，b 称为右端点），端点依照区间类型，有时包含在线段内，有时不包含在线段内．在区间内而不是端点的点称为区间的内点．如图 1-1（a）、图 1-1（b）分别表示开区间（a，b）及闭区间 $[a,\ b]$，图 1-1（c）、图 1-1（d）分别表示 $[a,\ +\infty)$ 和 $(-\infty,\ b)$.

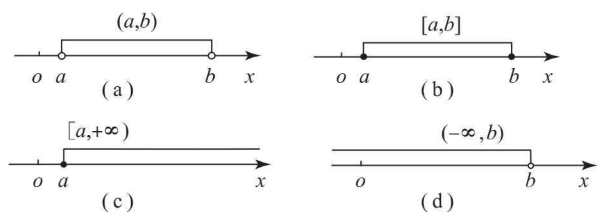

图 1-1

3. 邻域

邻域是开区间的又一种记法．我们知道区间是由两个端点确定的．除此之外，我们还可以把区间记为对称的两部分，这时，确定区间的两个因素是中心和半径.

例如：区间（2，9），它的中心是 $\dfrac{2+9}{2}=\dfrac{11}{2}$，半径是 $\dfrac{9-2}{2}=\dfrac{7}{2}$．所以

$$(2,\ 9)=\left\{x \,\middle|\, \left|x-\frac{11}{2}\right|<\frac{7}{2}\right\}=\left(\frac{11}{2}-\frac{7}{2},\quad \frac{11}{2}+\frac{7}{2}\right)$$

一般地，设 a，δ 为二实数，且 $\delta>0$，称数集 $\{x \mid |x-a|<\delta\}$ 为**点 a 的 δ 邻域**，记为 $U(a,\ \delta)$，点 a 称为**邻域的中心**，δ 为**半径**，这样，$U(a,\ \delta)$ 就表示一个以 a 为中心，长度为 2δ 的区间 $(a-\delta,\ a+\delta)$（图 1-2（a）），即

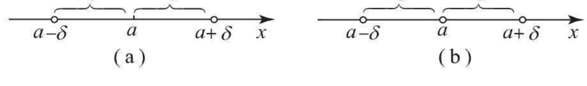

图 1-2

$$U(a, \delta)=(a-\delta, a+\delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\}$$

不包含中心的邻域，称为**去心邻域**（图 1-2 (b)），记为 $U(\hat{a}, \delta)$，即

$$U(\hat{a}, \delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}$$

这里 $0<|x-a|$ 就表示 $x\neq a$，这时，

$$U(\hat{a},\delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}=(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta)$$

一般地，开区间 $(a-\delta, a)$ 称为 a 的**左邻域**，开区间 $(a, a+\delta)$ 称为 a 的**右邻域**.

二、函数的概念

在自然界或工程技术中，存在着各种各样的量. 有些量在研究的过程中可以相对地保持一定的数值而不发生变化，这种保持一定数值而不变的量，数学上称为**常量**. 习惯上用字母 a，b，c，…来表示常量. 但是，在自然界和工程技术中还大量存在着另一类量——**变量**，它们是在所研究的过程中要发生变化，可以取得不同数值的量. 常用字母 x，y，z，…表示变量.

然而，在事物的运动过程中，发生变化的量往往不止一个，并且这些变量的变化也不是孤立的，而是相互影响的，常常存在着某种确定的依赖关系. 正如恩格斯所说："在自然界里，同样的辩证法的运动规律在无数错综复杂的变化中发生作用."（恩格斯：《反杜林论》）. 变量与变量之间的依赖关系正是高等数学研究的主要问题. 现在我们就两个变量的情形考察几个例子.

例 1 记圆的面积为 A，半径为 r，则 r 与 A 之间的依赖关系可由公式 $A=\pi r^2$ 给定. 若 r 发生变化，则 A 也相应地发生变化. 一般地，当半径 r 在区间 $(0, +\infty)$ 内任意取定一个数值时，由上式就可以确定圆面积 A 的相应数值.

例 2 某气象台用自动温度记录仪把一天的气温变化情况自动描绘在记录纸上，得到如图 1-3 所示的曲线. 由这条曲线可以看出，对于一天 $[0, 24)$ 时内的每一时刻 t，都有唯一确定的气温 T 与之对应.

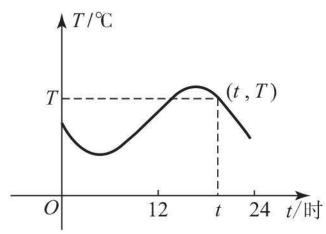

图 1-3

例 3 根据住建部公开的信息监测数据，某房地产集团从 2008—2013 年完成全国保障房工程开工量数据如表 1-1 所示.

表 1-1

年份 t	2008	2009	2010	2011	2012	2013
开工量 Q/万套	230	480	590	1000	700	600

由该表可看出，在开工量 Q 与年份 t 之间存在明确的对应关系，当年份 t 在 $[2008, 2013]$ 内每取一个整数值时，由上表即可得到开工量 Q 的唯一一个对应值.

以上三例的实际意义虽不相同，但却具有共同之处：在所描述的变化过程中都有两个变量，当其中的一个变量在**一定的变化范围**内取定一个数值时，按照**某个确定的法则**，另一个变量有**唯一确定**的数值与之对应. 变量之间的这种**对应关系**就是函数概念的实质.

1. 函数的定义

定义 1.1 设 x，y 是两个变量，D 是一个给定的数集. 若对于任意的 $x\in D$，变量 y 按

照一定的法则 f 总有唯一确定的数值与之对应，则称变量 y 是变量 x 的**函数**，记作

$$y=f(x),\ x\in D$$

其中 x 称为**自变量**，y 称为**因变量**. 自变量 x 的变化范围——集合 D 称为函数的**定义域**.

当 x 取数值 $x_0\in D$ 时，与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的**函数值**，记作 $f(x_0)$ 或 y_0，也可记作 $y|_{x=x_0}$，此时称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处有定义. 当 x 遍取 D 中的每一个数值时，对应的函数值的全体组成的数集 $W=\{y|y=f(x),\ x\in D\}$ 称为函数 $y=f(x)$ 的**值域**.

在函数的定义中，表示对应法则的记号是可以任意选取的，除了常用的 f 外，还可用其他的字母，如 F，φ，g 等.

在函数的定义中，函数的定义域和对应法则是**函数的两要素**. 之所以把它们称为两要素，是因为，一方面函数由其定义域和对应法则完全确定；另一方面，如果两个函数的定义域和对应法则都分别相同，那么这两个函数就是相同的函数，否则就是不同的函数.

例 4 设有函数 $f(x)=x-1$ 和 $g(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$，二者是否为同一函数?

解 当 $x\neq-1$ 时，函数值 $f(x)=g(x)$，但 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,\ +\infty)$，而 $g(x)$ 的定义域为 $(-\infty,\ -1)\cup(-1,\ +\infty)$. 由于二者的定义域不同，所以它们不是同一函数.

例 5 设有函数 $f(x)=1$ 和 $g(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$，二者是否为同一函数?

解 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域都为 $(-\infty,\ +\infty)$，且对每一个 $x\in(-\infty,\ +\infty)$，它们都有函数值 1 与之对应，因此它们的对应法则也相同. 所以，$f(x)$ 与 $g(x)$ 是相同的函数.

例 6 函数 $y=\sqrt{x}$ 和函数 $u=\sqrt{v}$ 是否为同一函数?

解 函数 y 和 u 的定义域相同，都是 $[0,\ +\infty)$；对于自变量的每一个取值，它们对应的函数值都是自变量的算术平方根，因此，它们的对应法则也相同. 所以，它们是相同的函数.

由以上各例可以清楚地看到，函数由它的定义域和对应法则完全确定，而与它的自变量和因变量用什么符号表示没有关系，因此，在必要时可对函数的变量名称进行更换.

2. 函数的定义域

关于函数的定义域，通常按以下两种方式确定：一种是有实际背景的函数，应根据实际背景中变量的实际意义来确定. 另一种是抽象地用代数式表达的函数，通常约定这种函数的定义域是使得代数式有意义的一切自变量的取值组成的集合. 这种定义域称为函数的**自然定义域**. 定义域可以用集合表示，也可以用区间表示.

确定函数的定义域一般应满足以下基本原则：

(1) 分式的分母不能为 0；

(2) 负数不能开偶次方；

(3) 对数的底数要大于 0 且不等于 1，真数要大于 0；

(4) 三角函数以及反三角函数要满足各自的定义域.

例 7 求函数 $y=\sqrt{16-x^2}+\lg x$ 的定义域.

解 要使函数有意义，必须使

$$\begin{cases}16-x^2\geqslant 0\\ x>0\end{cases}$$

成立，解此不等式组得

$$\begin{cases}-4\leqslant x\leqslant 4\\ x>0\end{cases}$$

即
$$0<x\leqslant 4$$

从而，函数的定义域为$\{x\mid 0<x\leqslant 4\}$.

例 8　求函数 $y=\arcsin\dfrac{x}{7}+\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-4}}$的定义域.

解　要使函数有意义，必须使

$$\begin{cases}-1\leqslant\dfrac{x}{7}\leqslant 1\\ x^2-4>0\end{cases}$$

成立，解此不等式组得

$$\begin{cases}-7\leqslant x\leqslant 7\\ x>2 \quad 或 \quad x<-2\end{cases}$$

即
$$-7\leqslant x<-2 \quad 或 \quad 2<x\leqslant 7$$

从而，函数的定义域为$\{x\mid -7\leqslant x<-2,\ 2<x\leqslant 7\}$.

在实际问题中，有时会遇到一个函数在定义域的不同范围内用不同的解析式表示的情形，这样的函数称为**分段函数**.

如符号函数

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x=0\\ -1 & x<0\end{cases}$$

它的定义域 $D=(-\infty,\ +\infty)$，值域 $W=\{-1,\ 0,\ 1\}$（如图 1-4 所示），但是它的定义域被分成三部分，在每一部分有不同的对应法则.

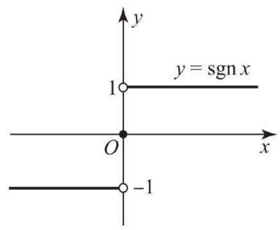

图 1-4

又如绝对值函数

$$y=|x|=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -x & x<0\end{cases}$$

它的定义域 $D=(-\infty,\ +\infty)$，值域 $W=[0,\ +\infty)$（如图 1-5 所示）.

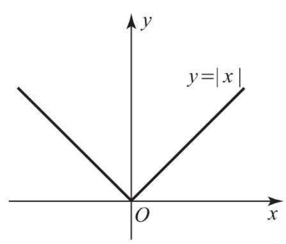

图 1-5

注意

（1）分段函数在整个定义域上是一个函数而不是几个函数；

（2）求分段函数的定义域时只需将后面的分段区间合并起来即可.

3. 函数值

关于函数值的计算，我们应将函数表达式中自变量的位置理解为一个空位. 例如，函数

$f(x)=x^2-5x-9$，可理解为 $f(\quad)=(\quad)^2-5(\quad)-9$，这三个空位应填入相同的对象，它可以是一个数，也可以是一个代数式，甚至可以是一个抽象的函数符号.

例 9 设 $f(x)=\sqrt{4+x^2}$，求下列函数值：$f(0)$，$f(1)$，$f(-1)$，$f\left(\dfrac{1}{a}\right)$，$f(x_0)$，$f(x_0+h)$，$f[f(x)]$.

解 $f(0)=\sqrt{4+0^2}=2$；

$f(1)=\sqrt{4+1^2}=\sqrt{5}$；

$f(-1)=\sqrt{4+(-1)^2}=\sqrt{5}$；

$f\left(\dfrac{1}{a}\right)=\sqrt{4+\left(\dfrac{1}{a}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{4a^2+1}}{|a|}$；

$f(x_0)=\sqrt{4+x_0^2}$；

$f(x_0+h)=\sqrt{4+(x_0+h)^2}$；

$f[f(x)]=\sqrt{4+[f(x)]^2}=\sqrt{4+\left(\sqrt{4+x^2}\right)^2}=\sqrt{8+x^2}$.

例 10 设 $\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x| & |x|<\dfrac{\pi}{3}\\ 0 & |x|\geqslant\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$，求 $\varphi\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$，$\varphi\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$，$\varphi(-2)$.

解 $\varphi\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\left|\sin\dfrac{\pi}{6}\right|=\dfrac{1}{2}$；

$\varphi\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=\left|\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right|=\left|-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；

$\varphi(-2)=0$.

4. 函数的主要表示方法

函数的主要表示方法有三种：表格法、图像法、解析法.

表格法就是将函数的自变量和它对应的函数值用表格的形式表示出来. 其优点是可以直接由表格得出自变量所对应的函数值，缺点是函数的变化趋势不直观，而且表格法有时不能穷尽一切函数值.

图像法就是将函数在平面上用图形表示出来. 所谓函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 的图形，即坐标平面上的点集

$$\{(x,\ y)\,|\,y=f(x),\ x\in D\}$$

如图 1-6 所示. 其优点是函数的变化趋势直观形象，缺点是不能穷尽一切函数值，而且不能由图形得到精确的函数值.

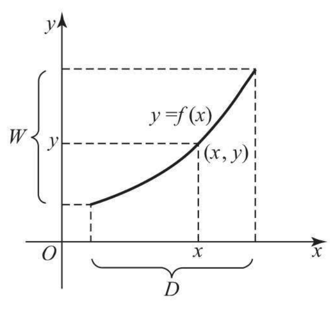

图 1-6

解析法就是将函数用数学表达式表示出来，它的好处是对于任意一个自变量的取值，可以通过计算得到精确的函数值. 通过函数的计算，可以由一个或几个函数构成新的函数，同时还可以预测新函数的性质. 例如，海王星和冥王星的发现就不是首先被天文学家看到的，而是先被科学家计算出来，

然后“按图索骥”，在茫茫星海中大海捞针一般搜索出来的. 函数计算的优点可见一斑. 解析法的缺点是不直观，有些函数的计算很复杂，而且不是所有的函数关系都能用解析式来表达.

三、函数的几何特性

1. 有界性

定义 1.2　设函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义，如果存在正数 M，使得对于任意 $x\in I$，都有

$$|f(x)|\leqslant M$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上**有界**；如果这样的 M 不存在，就称函数 $f(x)$ 在 I 上**无界**.

例如，$y=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内都有 $|\sin x|\leqslant 1$，所以函数 $y=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是有界的.

又如，函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上有界，这是因为，当 $x\in[1, +\infty)$ 时，$\left|\dfrac{1}{x}\right|\leqslant 1$，但它在 $(0, 1)$ 内是无界的.

2. 单调性

从直观上看，对于单调增加（或减少）的函数，其图形自左向右是上升（或下降）的曲线（图 1-7 (a)、图 1-7 (b)）.

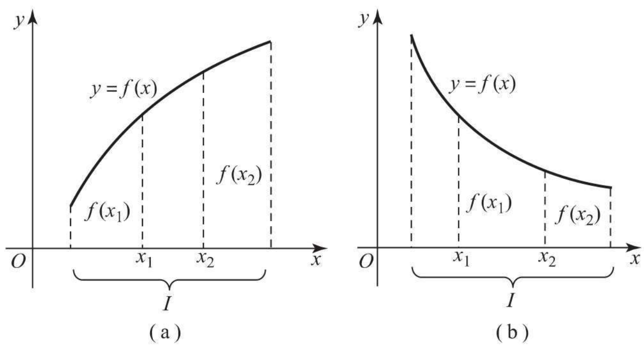

图 1-7

定义 1.3　设函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有定义，若对于区间 I 内任意两点 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有

$$f(x_1)<f(x_2)\qquad(\text{或 } f(x_1)>f(x_2))$$

则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上是**单调增加**（或**单调减少**）的. 单调增加（或单调减少）的函数又称为**递增**（或**递减**）**函数**，单调增加函数和单调减少函数统称为**单调函数**. 使函数保持单调性的自变量的取值区间称为该函数的**单调区间**.

例如，函数 $y=x^3$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内是单调增加的（图 1-8(a)）.

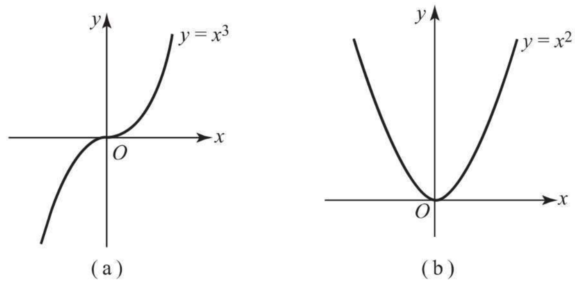

图 1-8

有些函数在整个定义区间上没有单调性，但是，它在部分区间上却具有单调性. 例如，函数 $y=x^2$ 在整个定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内不是单调的，但是在部分区间 $[0,+\infty)$ 上是单调增加的，在部分区间 $(-\infty,0]$ 上是单调减少的（图 1-8(b)）.

3. 奇偶性

函数的奇偶性是指函数的某种对称性.

定义 1.4 设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称（即当 $x\in D$ 时有 $-x\in D$），如果对于任意 $x\in D$，恒有

$$f(-x)=f(x)\quad (\text{或 } f(-x)=-f(x))$$

则称函数 $y=f(x)$ 为**偶**（或**奇**）**函数**.

例如，$f(x)=x^2$ 是偶函数，因为 $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$；$f(x)=x^3$ 是奇函数，因为 $f(-x)=(-x)^3=-x^3=-f(x)$；而函数 $y=x^3+x^2$ 既非奇函数，也非偶函数.

奇函数和偶函数都具有对称性. 从函数的图像上看，奇函数关于原点对称（图 1-9(a)），偶函数关于 y 轴对称（图 1-9(b)）.

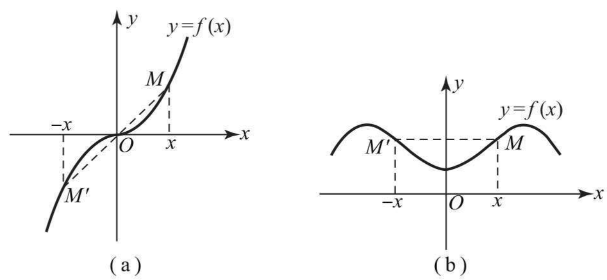

图 1-9

函数的奇偶性满足以下性质：

(1) 奇函数±奇函数=奇函数；

(2) 偶函数±偶函数=偶函数；

(3) 偶函数±奇函数=非奇非偶函数；

(4) 偶函数×奇函数=奇函数；

(5) 奇函数×奇函数=偶函数；

(6) 偶函数×偶函数=偶函数.