普通高等教育“十二五”理工类基础课程规划教材

大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN

杜银霄　主编

河南科学技术出版社

普通高等教育“十二五”理工类基础课程规划教材

大学物理实验

杜银霄　主编

河南科学技术出版社
·郑州·

《大学物理实验》编写人员名单

主　编　杜银霄

副主编　曾凡光　丁　佩　陈雷明　麻华丽

袁庆新　张新月　霍海波　侯海兴

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验/杜银霄主编.—郑州：河南科学技术出版社，2012.8
（普通高等教育“十二五”理工类基础课程规划教材）
ISBN 978－7－5349－5795－6

Ⅰ.①大…　Ⅱ.①杜…　Ⅲ.①物理学－实验－高等学校－教材
Ⅳ.①04－33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 106577 号

出版发行：河南科学技术出版社
　　　　地址：郑州市经五路 66 号　　邮编：450002
　　　　电话：（0371）65737028　65788613
　　　　网址：www.hnstp.cn
策划编辑：王向阳　徐素军
责任编辑：张晓东
责任校对：柯　姣
封面设计：张　伟
责任印制：朱　飞
印　　刷：郑州美联印刷有限公司
经　　销：全国新华书店
幅面尺寸：185 mm×260 mm　　印张：12.5　　字数：310 千字
版　　次：2012 年 8 月第 1 版　　2012 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：25.00 元

前　　言

本教材是参照教育部最新《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》(2010 年版)，同时借鉴省内外面向 21 世纪物理实验教学内容和课程体系改革与研究的成果，并结合郑州航空工业管理学院本身的特色以及多年的教学实践经验，在原有自编教材 (2005 年版) 的基础上重新编写而成的。

本教材在教学内容的安排上，强调以掌握基础知识为主，同时突出科研。大学物理实验是对学生进行科学基本训练的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学后受到的系统实验方法和实验技能训练的开端。因此，本书强调掌握基础知识。有了基础，就有了根基，无论科学技术发展多么迅速，新的知识、新的技术总是在原有科学技术的基础上产生的，只有基础打牢了，才能谈下一步的自我发展和自我创新。当然，随着时代的进步，基础也在不断的发生变化，我们必须从新的角度来确定实验基础，只有增进学生对前沿科技的了解和认识，培养学生的科研兴趣，使学生眼界开阔，才能跟得上时代前进的步伐，也才能真正把基础打牢，这也是本书突出科研的根本原因。

本教材在教学方法上，力求突出创新精神和创新能力的培养。实验教学不能满足于从现有理论出发去验证、模拟理论结果，而应该注重物理实验的方法和思维模式。从实验本身出发，在已掌握物理知识的基础上，通过观察、测量、分析去总结实验变化规律，最终上升到理论，并引导学生运用理论去指导实践，独立思考、独立解决实验中的问题，这对培养学生的创新能力更为重要。本书在科研实验部分专门设计了一些包含当前最新检测手段和实验思想的实验，由学生自主选题，独立完成。这些设计就是为了突出对创新精神和创新能力的培养。

本教材在课程体系的设计上，试图寻求实验内容与教学实际相适应的最优化组合，从而更好地实现教学目标，提升学生的动手能力和科研创新意识。全书共分为四章。第一章介绍测量误差、不确定度、有效数字和实验数据处理的基础知识。第二章为基础实验，是针对大学物理教材进行实验知识、能力、素质的基本训练。教材中按照力学 (实验 1 ~ 3)、热学 (实验 4)、电磁学 (实验 5 ~ 9)、光学 (实验 10 ~ 13)、近代物理学 (实验 14 ~ 15) 将实验分为五部分，每个部分按照实验内容或方法来突出一条主线，每个实验体现一个重点。第三章为专业实验，主要是针对应用物理专业设计了一些高等学校理工科相

关专业必修的专业实验，此部分旨在培养学生综合运用实验仪器和实验手段，来解决实际问题的能力。第四章为科研实验，此部分为提高性实验。首先介绍了一些关于科研实验的基本检测手段和思维方式，然后介绍了一些新技术、新的材料制备方法、新科学现象或新物理效应的小课题，由学生自主选题，独立完成实验。此部分旨在增进学生对前沿科技的了解和认识，培养学生的科研兴趣和科技创新意识。

本教材的具体分工为：前两章由所有编写人员共同完成，麻华丽老师编写实验16、24，袁庆新老师编写实验17、32，侯海兴老师编写实验18、19，霍海波老师编写实验21、22，张新月老师编写实验20、23，曾凡光教授编写实验25、26、29、39，丁佩副教授编写实验27、28、31，杜银霄副教授编写实验30、37、38、40，陈雷明副教授编写实验33、34、35、36。另外，本教材对原有的实验内容也进行了大量的修订和改动。参加此次教材编写的教师，都具有多年从事物理实验教学的丰富经验，编写方案几经集体讨论，个人分工撰写，反复修改而成，是郑州航空工业管理学院数理系物理教研室集体智慧的结晶。本教材的统稿、定稿和审读全稿均由杜银霄副教授完成。

本教材在编写过程中，参考了许多兄弟院校的教材和文献资料，吸收了国内外物理实验教学改革的经验，科研实验的部分内容来源于国家自然科学基金（51002143、51072184）、河南省高等学校青年骨干教师资助计划项目（2011GGJS－140、2010GGJS－146）的研究成果，在此一并表示衷心的感谢。编写一本新体系的教材，是一项艰苦而复杂的工作，有赖于不断地改革、实践和长期的研究探索，才能日臻完善。由于编者水平有限，书中可能存在的错误和疏漏之处，敬请读者批评指正。

编者

2012年5月

目　　录

第 1 章　物理实验基本知识 …… (1)

1.1　测量与误差 …… (1)

1.2　测量的不确定度和测量结果的表示 …… (3)

1.3　有效数字及其运算规则 …… (9)

1.4　实验数据处理与作图要求 …… (10)

1.5　练习题 …… (13)

第 2 章　基础实验 …… (16)

实验 1　用游标卡尺、螺旋测微器、读数显微镜测量物体的长度 …… (16)

实验 2　用拉伸法测量杨氏弹性模量 …… (20)

实验 3　扭摆法测定物体转动惯量 …… (23)

实验 4　空气比热容比的测定 …… (28)

实验 5　用稳恒的电流场模拟静电场 …… (32)

实验 6　用电位差计测量微小电压 …… (34)

实验 7　示波器的使用 …… (38)

实验 8　电子束的偏转 …… (46)

实验 9　电表的改装与校准 …… (51)

实验 10　等厚干涉现象的观察和测量 …… (55)

实验 11　分光计的调整 …… (59)

实验 12　用透射光栅测光波波长 …… (64)

实验 13　迈克耳孙干涉仪的调节与使用 …… (66)

实验 14　用霍耳元件测量磁场 …… (72)

实验 15　用光电效应测普朗克常数 …… (76)

第 3 章　专业实验 …… (80)

实验 16　密立根油滴实验 …… (80)

实验 17　非平衡电桥的原理与应用 …… (84)

实验 18　非线性元件伏安特性的测定 …… (91)

实验 19　用示波器测动态磁滞回线 …… (94)

实验 20　用法布里－珀罗（F－P）干涉仪测量钠双线的波长差 …… (98)

实验 21　激光全息照相 …… (101)

实验 22 弗兰克—赫兹实验 …… (107)
实验 23 阿贝成像原理和空间滤波 …… (111)
实验 24 化学镀膜实验 …… (117)
实验 25 光刻工艺原理实验 …… (121)
实验 26 丝网印刷技术系列实验 …… (125)
实验 27 实验数据处理和分析 …… (129)
实验 28 虚拟仪器技术原理与实践 …… (134)
第 4 章 科研实验 …… (139)
实验 29 用扫描电子显微镜进行微观分析 …… (139)
实验 30 X 射线衍射技术及物相分析 …… (143)
实验 31 激光拉曼光谱实验 …… (152)
实验 32 荧光光谱实验 …… (157)
实验 33 扫描探针显微镜观察复合材料表面结构 …… (162)
实验 34 超导体低温特性测试实验 …… (165)
实验 35 磁控溅射制备高温超导薄膜实验 …… (169)
实验 36 固相反应烧结制备钇钡铜氧超导体 …… (171)
实验 37 低温溶液法生长晶体实验 …… (174)
实验 38 溶剂热法制备纳米材料 …… (177)
实验 39 化学气相沉积（CVD）法制备碳纳米薄膜材料系列实验 …… (181)
实验 40 单轴晶体负折射特性的观察和测量 …… (184)
附录 …… (188)
附表 1 常用物理量常数 …… (188)
附表 2 某些物质中的声速 …… (188)
附表 3 20 ℃时常用固体和液体的密度 …… (189)
附表 4 某些金属和合金的电阻率及其温度系数 …… (189)
附表 5 常用光谱灯和激光器的可见谱线波长 …… (190)
附表 6 20 ℃时常用金属的杨氏弹性模量 …… (191)
参考文献 …… (192)

第 1 章　物理实验基本知识

1.1　测量与误差

1.1.1　测量

在科学实验中，一切物理量都是通过测量得到的。所谓测量，就是用一定的工具或仪器，通过一定的方法，直接或间接地与被测对象进行比较。著名物理学家伽利略有一句名言："凡是可能测量的，都要进行测量，并且要把目前无法度量的东西变成可以测量的。"物理测量的内容很多，大至日、月、星辰，小到原子、分子。现在人们能观察和测量到的范围，在空间方面小到 $10^{-15} \sim 10^{-14}$ cm，大到百亿光年，大小相差在 10^{40} 倍以上；在时间方面短到 $10^{-24} \sim 10^{-23}$ s 的瞬间，长至百亿年，两者相差也在 10^{40} 倍以上。在定量地验证理论方面，也需要进行大量的测量工作。因此可以说，测量是进行科学实验必不可少且极其重要的一环。

测量分直接测量和间接测量。直接测量是指把待测物理量直接与认定为标准的物理量相比较，例如用直尺测量长度和用天平测物体的质量。间接测量是指按一定的函数关系，由一个或多个直接测量量计算出另一个物理量，例如测物体密度时，先测出该物体的体积和质量，再用公式算出物体的密度。在物理实验中进行的测量，有许多属于间接测量。

一个测量数据不同于一个数值，它是由数值和单位两部分组成的。一个数值有了单位，才具有特定的物理意义，这时它才可以称之为一个物理量。因此测量所得的值（数据）应包括数值（大小）和单位，两者缺一不可。

1.1.2　误差

从测量的要求来说，人们总希望测量的结果能很好地符合客观实际。但在实际测量过程中，由于测量仪器、测量方法、测量条件和测量人员的水平以及种种因素的局限，不可能使测量结果与客观存在的真实值完全相同，我们所测得的只能是某物理量的近似值。也就是说，任何一种测量结果的量值与真值之间总会或多或少地存在一定的差值，将其称为该测量值的测量误差，简称"误差"，误差的大小反映了测量的准确程度。测量误差的大小可以用绝对误差表示，也可用相对误差表示：

$$\text{绝对误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

$$\text{相对误差 } E = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}}$$

测量总是存在一定的误差，但实验者应该根据要求和误差限度来制订或选择合理的测

量方案和仪器，不能不切合实际地要求实验仪器的精度越高越好；环境条件总是恒温、恒湿、越稳定越好；测量次数总是越多越好。一个优秀的实验工作者，应该是在一定的要求下，以最低的代价来取得最佳的实验结果。要做到既保证必要的实验精度，又合理地节省人力和物力。误差自始至终贯穿于整个测量过程之中，为此必须分析测量中可能产生各种误差的因素，尽可能消除其影响，并对测量结果中未能消除的误差做出评价。

1.1.3 误差的分类

误差的产生有多方面的原因，从误差的来源和性质上可分为“偶然误差”和“系统误差”两大类。

1.1.3.1 系统误差

在相同条件下，多次测量同一个物理量时，测量值对真值的偏离（包括大小和方向）总是相同的，这类误差称为系统误差。系统误差的来源大致有以下几种:

(1) 理论公式的近似性：例如单摆的周期公式 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 成立的条件之一是摆角趋于零，而在实验中，摆角为零的条件是不现实的。

(2) 仪器结构不完善：例如温度计的刻度不准，天平的两臂不等长，示零仪表存在灵敏阈等。

(3) 环境条件的改变：例如在 20 ℃条件下校准的仪器拿到 −20 ℃环境中使用。

(4) 测量者生理、心理因素的影响：例如记录某一信号时有滞后或超前的倾向，对准标志线读数时总是偏左或偏右、偏上或偏下等。

系统误差的特点是恒定性，不能用增加测量次数的方法使它减小。在实验中发现和消除系统误差是很重要的，因为它常常是影响实验结果准确程度的主要因素。能否用恰当的方法发现和消除系统误差，是测量者实验水平高低的反映，但是又没有一种普遍适用的方法去消除系统误差，主要靠对具体问题作具体的分析与处理，要靠实验经验的积累。

1.1.3.2 偶然误差

偶然误差是指在相同条件下，多次测量同一物理量，其测量误差的绝对值和符号以不可预知的方式变化。这种误差是由实验中多种因素的微小变动而引起的，如实验装置和测量机构在各次调整操作上的变动、测量仪器指示数值的变动及观测者本人在判断和估计读数上的变动等。这些因素的共同影响就使测量值围绕着测量的平均值发生涨落，这种涨落就是各次测量的偶然误差。偶然误差的出现，就某一测量值来说是没有规律的，其大小和方向都是不可预知的，但对一个量进行足够多次的测量，则会发现它们的偶然误差是按一定的统计规律分布的，常见的分布有正态分布、均匀分布、t 分布等。

常见的一种情况是：正方向误差和负方向误差出现的次数大体相等，数值较小的误差出现次数较多，数值很大的误差在没有错误的情况下通常不出现。这一规律在测量次数越多时表现得越明显，它就是一种最典型的分布规律——正态分布规律。

1.1.3.3 系统误差和偶然误差的关系

系统误差和偶然误差的区别不是绝对的，在一定条件下，它们可以相互转化。比如砝码本身的误差，对于制造厂家来说，它是偶然误差，对于使用者来说，它又是系统误差。又如测量对象的不均匀性（如小球直径、金属丝的直径等），既可以当做系统误差，又可以当做偶然误差。有时系统误差和偶然误差混在一起，也难于严格加以区分。例如测量者使用仪器

时的估读误差往往既包含有系统误差，又包含有偶然误差。这里的系统误差是指他读数时总是有偏大或偏小的倾向，偶然误差是指他每次读数时偏大或偏小的程度又是互不相同的。

1.2　测量的不确定度和测量结果的表示

1.2.1　测量的不确定度

测量误差存在于一切测量中，由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度即为测量的不确定度，它给出测量结果不能确定的误差范围。一个完整的测量结果不仅要标明其量值大小，还要标出测量的不确定度，以表明该测量结果的可信赖程度。

目前世界上已普遍采用不确定度来表示测量结果的误差。我国从1992年10月开始实施的《测量误差和数据处理技术规范》中，也规定了使用不确定度评定测量结果的误差。

通常不确定度按计算方法可分为两类，即用统计方法对具有随机误差性质的测量值计算获得的A类分量 Δ_A，以及用非统计方法计算获得的B类分量 Δ_B。

1.2.2　偶然误差与不确定度的A类分量

1.2.2.1　偶然误差的分布与标准偏差

偶然性是偶然误差的特点。但是，在测量次数相当多的情况下，偶然误差仍服从一定的统计规律。在物理实验中，多次独立测量得到的数据一般可近似看做为正态分布。正态分布的特征可以用正态分布曲线形象地表示出来，如图1－1所示。测量值 x 的正态分布函数为

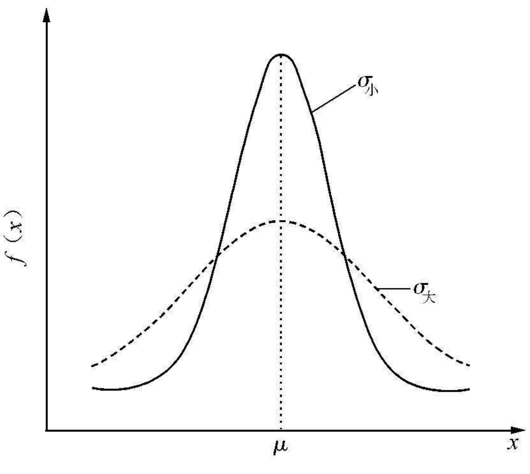

图1－1　正态分布

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \tag{1-1}$$

式中，μ 表示 x 出现概率最大的值，在消除系统误差后，μ 为真值；σ 称为标准偏差，它反映了测量值的离散程度。

定义 $\xi = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx$，表示变量 x 在 (x_1, x_2) 区间出现的概率，称为置信概率。x 出现

在 $(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$ 之间的概率为

$$\xi=\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)\,\mathrm{d}x=0.683 \tag{1-2}$$

说明对任一次测量，其测量值出现在$(\mu-\sigma,\ \mu+\sigma)$区间的可能性为0.683。为了给出更高的置信水平，置信区间可扩展为$(\mu-2\sigma,\ \mu+2\sigma)$和$(\mu-3\sigma,\ \mu+3\sigma)$，其置信概率分别为

$$\xi=\int_{\mu-2\sigma}^{\mu+2\sigma} f(x)\,\mathrm{d}x=0.954 \text{ 和 } \xi=\int_{\mu-3\sigma}^{\mu+3\sigma} f(x)\,\mathrm{d}x=0.997 \tag{1-3}$$

1.2.2.2 多次测量平均值的标准偏差

尽管一个物理量的真值μ是客观存在的，但由于随机误差的存在，企图得到真值的愿望仍不现实，我们只能估算μ值。根据偶然误差的特点，可以证明，如果对一个物理量测量了相当多次后，分布曲线趋于对称分布，其算术平均值就是接近真值μ的最佳值。如对物理量x测量n次，每一次测量值为x_i，则算术平均值$\bar{x}$为

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{1-4}$$

x的标准偏差可用贝塞尔公式估算为

$$\sigma_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \tag{1-5}$$

其意义为任一次测量的结果落在$(\bar{x}-\sigma_x,\bar{x}+\sigma_x)$区间的概率为0.683。

由于算术平均值是测量结果的最佳值，最接近真值，因此我们更希望知道$\bar{x}$对真值的离散程度。误差理论可以证明$\bar{x}$的标准差为

$$\sigma_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\sum(\bar{x}-x_i)^2}{n(n-1)}}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \tag{1-6}$$

式（1－6）说明，平均值的标准差是n次测量中任意一次测量值标准差的$1/\sqrt{n}$，显然$\sigma_{\bar{x}}<\sigma_x$。$\sigma_{\bar{x}}$的意义是待测物理量处于$\bar{x}\pm\sigma_{\bar{x}}$区间内的概率为0.683。从式（1－6）可以看出，当n为无穷大时，$\sigma_{\bar{x}}=0$，即测量次数无穷多时，平均值就是真值。

值得注意的是，测量次数相当多时测量值才近似为正态分布，上述结果才成立。在测量次数较少的情况下，测量值将呈t分布。测量次数较少时，t分布偏离正态分布较多，当测量次数较多时（例如多于10次）t分布趋于正态分布。t分布时，$\bar{x}\pm\sigma_{\bar{x}}$的置信概率不是0.683。在这种情况下，$x=\bar{x}\pm t_\xi\sigma_{\bar{x}}=\bar{x}\pm t_\xi\sigma_x/\sqrt{n}$的置信概率是$\xi$。在物理实验中，我们建议置信概率采用0.95。$t_{0.95}$和$t_{0.95}/\sqrt{n}$的值见表1－1。

表1－1 $t_{0.95}$与$t_{0.95}/\sqrt{n}$的值

n	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	≥100
$t_{0.95}$	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.14	2.09	≤1.97
$t_{0.95}/\sqrt{n}$	2.48	1.59	1.204	1.05	0.926	0.834	0.770	0.715	0.553	0.467	≤0.139

1.2.2.3 不确定度的A类分量

不确定度的A类分量一般取为多次测量平均值的标准偏差，一般取置信概率为0.95。

从表1－1可以看出，当$n=6$时，有$t_{0.95}/\sqrt{n}\approx 1$，取$\Delta_A=\sigma_x$，即在置信概率为0.95的前提下，$A$类不确定度$\Delta_A$可用测量值的标准偏差$\sigma_x$估算。

1.2.3 不确定度的B类分量

不确定度的B类分量是用非统计方法计算的分量，如仪器误差等。不确定度的B类分量Δ_B在我们的物理实验中可简化用仪器标定的最大允差$\Delta_{仪}$来表述，即不确定度的B类分量Δ_B取仪器标定的最大允差$\Delta_{仪}$，见表1－2。

1.2.4 测量结果

1.2.4.1 测量结果的表示

若用不确定度表征测量结果的可靠程度，则测量结果写成下列标准形式

$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm u \\ u_r = \dfrac{u}{\bar{x}} \times 100\% \end{cases} \tag{1-7}$$

式中，$\bar{x}$为多次测量的平均值；u为合成不确定度；u_r为相对不确定度。合成不确定度u由A类不确定度Δ_A和B类不确定度Δ_B采用均方根合成方式得到

$$u = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \tag{1-8}$$

若A类分量有n个，B类分量有m个，那么合成不确定度为

$$u = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \Delta_{A_i^2} + \sum_{i=1}^{m} \Delta_{B_i^2}} \tag{1-9}$$

表1－2 某些常用实验仪器的最大允差

仪器名称	量程	最小分度值	最大允差
钢板尺	150 mm 500 mm 1 000 mm	1 mm 1 mm 1 mm	±0.10 mm ±0.15 mm ±0.20 mm
钢卷尺	1 m 2 m	1 mm 1 mm	±0.8 mm ±1.2 mm
游标卡尺	125 mm	0.02 mm 0.05 mm	±0.02 mm ±0.05 mm
螺旋测微器（千分尺）	0～25 mm	0.01 mm	±0.004 mm
七级天平（物理天平）	500 g	0.05 g	0.08 g（接近满量程） 0.06 g（1/2量程附近） 0.04 g（1/3量程附近）
三级天平（分析天平）	200 g	0.1 mg	1.3 mg（接近满量程） 1.0 mg（1/2量程附近） 0.7 mg（1/3量程附近）

续表

仪器名称	量程	最小分度值	最大允差
普通温度计（水银或有机溶剂） 精密温度计（水银）	0～100 ℃ 0～100 ℃	1 ℃ 0.1 ℃	±1 ℃ ±0.2 ℃
电表（0.5 级） 电表（0.1 级）			0.5% ×量程 0.1% ×量程
数字万用表			$\alpha\% \cdot U_x + \beta\% \cdot U_m$（其中，$U_x$ 表示测量值即读数；U_m 表示满度值即量程；α、β 对不同的测量功能有不同的数值。通常将 $\beta\% \cdot U_m$ 用“字数”表示，如“2 个字”等）

1.2.4.2 直接测量的不确定度计算过程

（1） 单次测量时，大体有三种情况：

①仪器精度较低，偶然误差很小，多次测量读数相同，不必进行多次测量。

②对测量的准确度要求不高，只测一次就够了。

③因测量条件的限制，不可能多次重复测量。

单次测量的结果也应以式（1－7） 表示测量结果。这时 u 常用极限误差 Δ 表示。Δ 的取法一般有两种：一种是仪器标定的最大允差 $\Delta_{仪}$；另一种是根据不同仪器、测量对象、环境条件、仪器灵敏阈等估计一个极限误差。两者中取数值较大的作为 Δ 值。

（2） 多次测量时，不确定度以下面的过程进行计算：

①求测量数据的算术平均值：$\bar{x} = \sum x_i / n$。

②修正已知的系统误差，得到测量值（如螺旋测微器必须消除零误差）。

③用贝塞尔公式计算标准差：$\sigma_x = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$。

④标准差乘以一置信参数 $t_{0.95}/\sqrt{n}$，若测量次数 $n=6$，取 $t_{0.95}/\sqrt{n}=1$，则 $\Delta_A = \sigma_x$。

⑤根据仪器标定的最大允差 $\Delta_{仪}$ 确定 $\Delta_B = \Delta_{仪}$。

⑥由 Δ_A、Δ_B 合成不确定度：$u = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}$。

⑦计算相对不确定度：$u_r = \dfrac{u}{\bar{x}} \times 100\%$。

⑧给出测量结果：$\begin{cases} x = \bar{x} \pm u \\ u_r = \dfrac{u}{\bar{x}} \times 100\% \end{cases}$。

例：在室温 23 ℃下，用共振干涉法测量超声波在空气中传播时的波长 λ，数据见下表：

测量次数 N	1	2	3	4	5	6
λ/cm	0. 687 2	0. 685 4	0. 684 0	0. 688 0	0. 682 0	0. 688 0

试用不确定度表示测量结果。

解: 波长 λ 的平均值为

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\lambda_i = 0.6858(\text{cm})$$

任意一次波长测量值的标准差为

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(\lambda_i - \bar{\lambda})^2}{6-1}} = \sqrt{\frac{2.9\times 10^3 \times 10^{-8}}{5}} \approx 0.0024\ \text{cm}$$

实验装置的游标示值误差为

$$\Delta_{仪} = 0.002\ \text{cm}$$

波长不确定度的A 类分量为

$$\Delta_A = \sigma_\lambda = 0.0024\ \text{cm}$$

B 类分量为

$$\Delta_B = \sigma_{仪} = 0.002\ \text{cm}$$

于是，波长的合成不确定度为

$$u_\lambda = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{(0.0024)^2 + (0.0020)^2} \approx 0.0031$$

相对不确定度为

$$u_{r\lambda} = \frac{u_\lambda}{\bar{\lambda}} \times 100\% = 0.45\%$$

测量结果表达为

$$\begin{cases}\lambda = 0.6858 \pm 0.0031 \\ u_{r\lambda} = 0.45\%\end{cases}$$

1.2.4.3　间接测量的不确定度的计算

间接测量量是由直接测量量根据一定的数学公式计算出来的。这样一来，直接测量量的不确定度就必然影响到间接测量量，这种影响的大小也可以由相应的数学公式计算出来。

设间接测量所用的数学公式可以表示为如下的函数形式:

$$N = F(x, y, z, \cdots) \tag{1-10}$$

式中，N 是间接测量量; x、y、z，…是直接测量量，它们是相互独立的量。设 x、y、z，…的不确定度分别为 u_x、u_y、u_z，…它们必然影响间接测量量，使 N 值也有相应的不确定度 u。由于不确定度都是微小的量，相当于数学中的“增量”，因此间接测量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式基本相同。不同之处是: ⓐ要用不确定度 u_x 等替代微分 dx 等。ⓑ要考虑到不确定度合成的统计性质，一般是用“方、和、根”的方式进行合成。于是，在普通物理实验中用以下两式来简化地计算不确定度:

$$u = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 (u_x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 (u_y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 (u_z)^2 + \cdots} \tag{1-11}$$

$$u_r=\frac{u_N}{\overline{N}}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2(u_x)^2+\left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2(u_y)^2+\left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2(u_z)^2+\cdots} \quad (1-12)$$

式（1－11）适用于 N 是和差形式的函数，式 1－12 适用于 N 是积商形式的函数。

用间接测量不确定度表示结果的计算过程如下:

（1）先写出（或求出）各直接测量量的不确定度。

（2）依据 $N=F(x,y,z,\cdots)$ 的关系求出 $\frac{\partial F}{\partial x}$，$\frac{\partial F}{\partial y}$，…，或 $\frac{\partial \ln F}{\partial x}$，$\frac{\partial \ln F}{\partial y}$，…。

（3）用 $u=\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2(u_x)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2(u_y)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2(u_z)^2+\cdots}$ 或

$u_r=\frac{u_N}{\overline{N}}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2(u_x)^2+\left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2(u_y)^2+\left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2(u_z)^2+\cdots}$，求出 u 和 u_r。

（4）亦可用传递公式直接用各直接测量量不确定度进行计算（表 1－3）。

（5）给出实验结果 $\begin{cases} N=\overline{N}\pm u \\ u_r=\dfrac{u}{\overline{N}}\times 100\% \end{cases}$ $\overline{N}=f(\bar{x},\bar{y},\bar{z},\cdots)$。

表 1－3 常用函数的不确定度传递公式

测量关系	不确定度传递公式
$N=x+y$	$u=\sqrt{u_x^2+u_y^2}$
$N=x-y$	$u=\sqrt{u_x^2+u_y^2}$
$N=kx$	$u=ku_x$，$u_r=\frac{u}{x}$
$N=\sqrt[k]{x}$	$u_r=\frac{1}{k}\cdot\frac{u}{x}$
$N=xy$	$u_r=\sqrt{u_{rx}^2+u_{ry}^2}$
$N=\frac{x}{y}$	$u_r=\sqrt{u_{rx}^2+u_{ry}^2}$
$N=\frac{x^k\times y^m}{z^n}$	$u_r=\sqrt{(ku_{rx})^2+(mu_{ry})^2+(nu_{rz})^2}$
$N=\sin x$	$u=\lvert\cos x\rvert u_x$
$N=\ln x$	$u=u_{rx}$

例：已知金属环的内径 $D_1=(2.880\pm0.004)$ cm，外径 $D_2=(3.600\pm0.004)$ cm，高度 $H=(2.575\pm0.004)$ cm，求金属环的体积，并用不确定度表示实验结果。

解：金属的体积 $\overline{V}=\frac{\pi}{4}(D_2^2-D_1^2)H=\frac{\pi}{4}\times(3.600^2-2.880^2)\times2.575=9.436\ \text{cm}^3$

求偏导:

$$\frac{\partial \ln V}{\partial D_2}=\frac{2D_2}{D_2^2-D_1^2},\quad \frac{\partial \ln V}{\partial D_1}=\frac{-2D_1}{D_2^2-D_1^2},\quad \frac{\partial \ln V}{\partial H}=\frac{1}{H}$$

$$u_{rV}=\frac{u_r}{\overline{V}}=\sqrt{\left(\frac{2D_2u_{D_2}}{D_2^2-D_1^2}\right)^2+\left(\frac{-2D_1u_{D_1}}{D_2^2-D_1^2}\right)^2+\left(\frac{u_H}{H}\right)^2}$$

代入数据，得 $u_{rV}=0.008=0.8\%$，得

$$u_r=\overline{V}u_{rV}=9.436\times0.008\approx0.08\ \mathrm{cm}^3$$

实验结果：$\begin{cases}V=(9.44\pm0.08)\ \mathrm{cm}^3\\u_{rV}=0.8\%\end{cases}$。

1.3　有效数字及其运算规则

1.3.1　有效数字的概念

任何一个物理量，其测量结果既然都包含误差，那么该物理量数值的尾数不应该任意取舍。测量结果只写到开始有误差的那一或两位数，以后的数按“四舍六入五凑偶”的法则取舍。“五凑偶”是指对“5”进行取舍的法则，如果 5 的前一位是奇数，则将 5 进上，使有误差末位为偶数，若 5 的前一位为偶数则将 5 舍去。我们把测量结果中可靠的几位数字加上有误差的一到两位数字称为测量结果的有效数字。或者说，有效数字中最后一到两位数字是不确定的。显然，有效数字是表示不确定度的一种粗略的方法，而不确定度则是有效数字中最后一到两位数字不确定程度的定量描述，它们都表示含有误差的测量结果。

有效数字的位数与小数点的位置无关，如 1.23 与 123 都是三位有效数字。关于“0”是不是有效数字的问题，可以这样来判别：从左往右数，以第一个不为零的数字为起点，它左边的“0”不是有效数字，它右边的“0”是有效数字。例如 0.012 3 是三位有效数字，0.012 30 是四位有效数字。作为有效数字的“0”，不可以省略不写。例如，不能将 1.350 0 cm 写作 1.35 cm，因为它们的准确程度是不同的。

有效数字位数的多少，大致反映相对误差的大小。有效数字位数越多，则相对误差越小，测量结果的准确度越高。

1.3.2　数值书写规则

测量结果的有效数字位数由不确定度来确定。由于不确定度本身只是一个估计值，一般情况下，不确定度的有效数字只取一到两位。测量值的末位须与不确定度的末位取齐。在初学阶段，可以认为有效数字只有最后一位是不确定的。相应地，不确定度也只取一位有效数字，例如 $L=(1.00\pm0.02)$ cm。一次直接测量结果的有效数字，由仪器极限误差或估计的不确定度来确定。多次直接测量算术平均值的有效数字，由计算得到平均值的不确定度来确定。间接测量结果的有效数字，也是先算出结果的不确定度，再由不确定度来确定。

当数值很大或很小时，用科学计数法来表示。如：某年我国人口为七亿五千万，极限误差为两千万，就应写作：$(7.5\pm0.2)\times10^4$ 万，其中 (7.5 ± 0.2) 表明有效数字和不确定度，10^4 万表示单位。又如，把 $(0.000\,623\pm0.000\,003)$ m 写作 $(6.23\pm0.03)\times10^{-4}$ m，看起来就简洁醒目了。

1.3.3 有效数字的运算规则

在有效数字的运算过程中，为了不出现因运算而引进“误差”或损失有效位数，影响测量结果的精度，统一规定有效数字的近似运算规则如下:

(1) 诸量相加(或相减)时，其和(或差)数在小数点后所应保留的位数与诸数中小数点后位数最少的一个相同。

(2) 诸量相乘(或除)后保留的有效数字，只须与诸因子中有效数字最少的一个相同。

(3) 乘方与开方的有效数字与其底的有效数字位数相同。

(4) 一般来说，函数运算的位数应根据误差分析来确定。在物理实验中，为了简便和统一起见，对常用的对数函数、指数函数和三角函数作如下规定: 对数函数运算后的尾数取得与真数的位数相同; 指数函数运算后的有效数字的位数可与指数的小数点后的位数相同(包括紧接小数点后的零); 三角函数的取位随弧度的有效数字而定。

(5) 在运算过程中，我们可能碰到一种特定的数，它们叫做正确数。例如将半径化为直径 $d=2r$ 时出现的倍数2，它不是由测量得来的。还有测量次数 n，它总是正整数，没有可疑部分。正确数不适用有效数字的运算规则，只需由其他测量值的有效数字的多少来决定运算结果的有效数字。

(6) 在运算过程中，我们还可能碰到一些常数，如 π、g 之类，一般我们取这些常数与测量的有效数字的位数相同。例如: 圆周长 $l=2\pi R$，当 $R=2.356$ mm 时，π 应取 3.142。

有效数字的位数多少决定于测量仪器，而不决定于运算过程。因此，选择计算工具时，应使其所给出的位数不少于应有的有效位数，否则将使测量结果精度降低，这是不允许的。相反，通过计算工具随意扩大测量结果的有效数字位数也是错误的，不要认为算出结果的位数越多越好。

要学会: **正确地取得数据，记录、分析和处理这些数据，并“在数据的海洋中航行”。这对科学实验者来说是十分重要的**。

1.4 实验数据处理与作图要求

处理实验数据的目的，在于通过必要的整理分析和归纳计算，得到实验的结论。

1.4.1 列表法处理数据

在记录和处理数据时，要将数据列成表格。数据表格可以简单而明确地表示出有关物理量之间的对应关系，便于检查、减少和避免错误，也可以及时发现问题和分析问题，有助于从中找出规律性的联系，求出经验公式等。

列表的要求是: 简单明了，要标明各符号所代表物理量的意义，并写明单位; 单位及其量值的数量级写在标题栏中，不要重复记在各个数值上; 表中所列数据要正确反映测量结果的有效数字; 实验数据表格应包括各种要求的计算量、平均值和误差。