中学生用

ZHONG XUE SHENG YONG

国外中学物理竞赛题解选

GUOWAI ZHONGXUE WULIJINGSAI TIJIEXUAN

广西梧州高中物理教研组翻印修订

翻印修订说明

本书对广大中学师生加深与扩大物理知识、提高教学质量方面是一本较好的参考读物，为满足师生的需要，我们特此组织翻印。

在原书的解题方法和数据处理等方面，按照我们的认识对不少地方作了修订，如有错误应当由我们负责。且因我们对向世玫老师所在单位无法查考，未能与向老师进行联系，在这里特表示欠意。

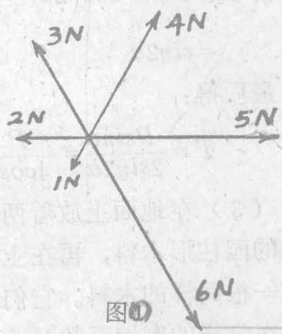
广西梧州高中物理教研组

1979年7月

目　录

一、 力 物体的平衡

（1）六个力分别为1牛顿，2牛顿，3牛顿，4牛顿、5牛顿，6牛顿，共同作用于一点。每个力之间的夹角为60°，求其合力。



图①

解：如图（1）所示，1牛顿和4牛顿二力在一条直线上，方向相反，其合力的大小为3牛顿，方向沿4牛顿的方向。同理可得，6牛顿和3牛顿二力的合力为3牛顿，方向沿6牛顿的方向。5牛顿和3牛顿二力合力为3牛顿，方向沿5牛顿。

然后求出三个力的合力$R=6$牛顿，其方向是沿5牛顿力的方向。

（2）均匀杆AB的下端以绞链连于墙上，墙BC处于竖直方向，如杆AB的重量为P，$\angle ABC=\angle BCA=\alpha$，求绳的张力。

解：根据固定转轴物体的平衡条件，对于B点可得出平衡方程：

$$P\cdot sin\alpha\frac{L}{2}=TLcos\beta$$

L——杆的长度，

或 $\frac{P}{2}sin\alpha = Tcos\beta$

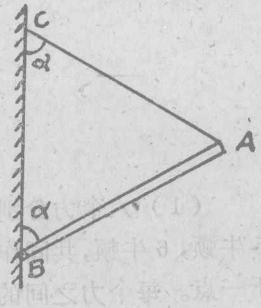


图 2

但 $\beta = \frac{\pi}{2} - (\pi - 2\alpha)$

$= 2\alpha - \frac{\pi}{2}$

那么：$cos\beta = cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$

$= sin2\alpha$

最后得：

$$T = \frac{Psin\alpha}{2sin2\alpha} = \frac{P}{4cos\alpha}$$

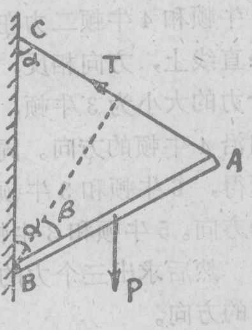


图 3

（3）在地面上放着两根相同的园柱形木料，再在上面堆放一根同样的木料。它们之间存在怎样的摩擦系数时，下面的两根木料将滚动？设木头和地面不发生滑动。

解：图（5）表示作用在左边的木头上所受的力，

F——来至上面木头的压力

f_2——木头之间的摩擦力

f_1——木头与地面之间的摩擦力

P——木头重力　　N——地面的支承力

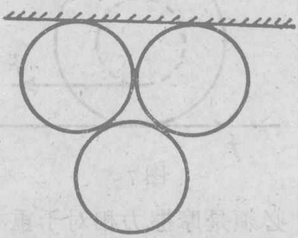


图 4

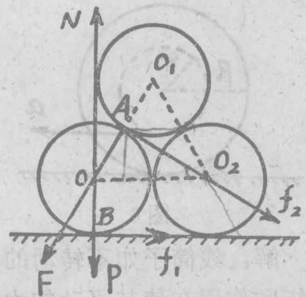


图 5

木头如不发生滚动的话，相对于O点的力矩的和为零。因为$AO=BO$，那么满足条件的关系是：

$$f_1=f_2 \qquad (1)$$

此外，木头要处于平衡状态，还要所有水平分力的合力要为零：

$$f_1+f_2\cos30°=F\cos60° \qquad (2)$$

但$f_2=KF$，代入（1）和（2）式，由(1)或（2）消去f_1，得：

$$K=\frac{\cos60°}{1+\cos30°}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=0.27$$

当木头之间的摩擦系数小于0.27时，木头将要滚动。

（4）一个绕线的筒子放在地板上，如图6所示，其轴上用线绕着，如使线筒子以加速度a平动，而不发生转动，求地板和线筒子之间的摩擦系数。线筒子轴的半径为r筒子边统的半径为R。

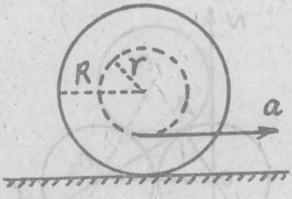


图 6

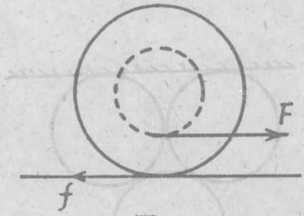


图 7

解：线筒子如不转动的话，必须是摩擦力相对于重心的力矩和作用在使其平动的力相对于重心的力矩相等，也就是：

$$Rf=rF$$

显然，$f=Kmg$，$F=Kmg+ma$（m为线筒的质量），代这些代入等式，可得出：

$$K=\frac{ra}{(R-r)g}$$

（5）均匀杆AB长为L，将其一端绞链后固定在A点，B端被小平板车支承着。对小车施加的最小的力应是多大时，才使车子运动？杆的重量等于P，杆与竖直方向的夹角为α，小平板车轮子和轴间的摩擦力都忽略不计。

解：作用在杆子AB上的力如图8所示。施加于车子上使其挪动的最小力为F，在数值上应等于车子作用于杆子上的摩擦力f。

杆子处于平衡状态，作用于杆子上相对于A点的力矩的和等于零。

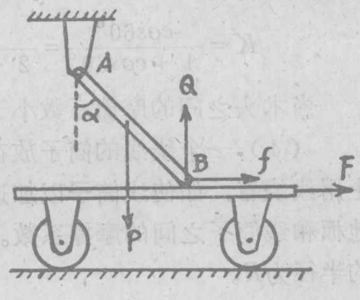


图 8

当车子向右运动时

$$P \cdot \frac{L}{2} sin\alpha - QLsin\alpha - fLcos\alpha = 0$$

当车子向左运动时

$$P \cdot \frac{L}{2} sin\alpha - QLsin\alpha + fLcos\alpha = 0$$

考虑到 $Q = \frac{f}{K}$，可以得到

$$F = \frac{KPsin\alpha}{2(sin\alpha \pm Kcos\alpha)}$$

如果$tg\alpha \leqslant K$，无论对于车子加多大的力，车子都不能向左移动。

（6）如图9所示，线筒子用线系于墙上，线筒子的质量为M，轴的半径为r，外缘的半径为R，线筒跟墙的摩擦系数为K。问系线与墙成多大的角度时，使线筒不从墙上滑下来，这时线的张力为多大？

解：为了不使线筒从墙上掉下来，必须是作用在它上面的外力的合力为零和相对于任意点的力矩的和为零。

根据线筒受的力情况（见图10），可得出下列三个方程式：

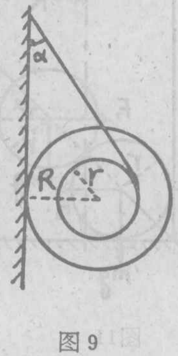


图9

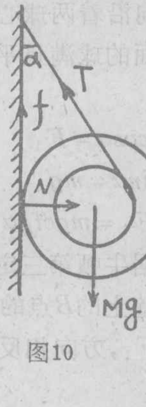


图10

$$Mg - T\cos\alpha - f = 0 \qquad (1)$$

$$T\sin\alpha - N = 0 \qquad (2)$$

$$Tr - fR = 0 \qquad (3)$$

考虑到$f \leqslant KN$，由（2）和（3）可得

$$\sin\alpha \geqslant \frac{r}{KR} \qquad (4)$$

由方程（1），（2）和（4）可得绳子的张力

$$T \geqslant \frac{Mg}{\cos\alpha + \frac{r}{R}}$$

（7）一个园柱形筒子没有底，半径为R，放在水平桌面上。如在筒内放置两个相同的球，每个球的半径为r,并且$\frac{R}{2} < r < R$。M为筒的质量,m为每个球的质量。问$\frac{M}{m}$的比为多大时，园柱筒子的一边离开桌子，设不存在摩擦力。

解：现在研究每个球所受的力（见图11）。上面一个球的重力为mg，方向向下，筒壁对球的作用力F_1，沿水平方向；F为来至下面球的作用力，方向沿着两球心的连线上。上面的球满足平衡的条件是：

$$F' \cos\alpha = F_1$$

而 $F\sin\alpha = mg$

因此 $F_1 = mg\,ctg\,\alpha$

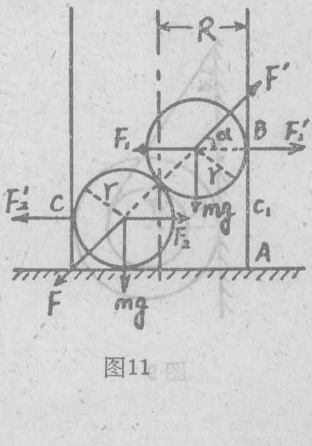


图11

根据牛顿第三定律球作用于筒壁上的B点的 力数值上等于F_1,方向相反,为F_1'。

用类似的方法可分析出下面一个球作用在壁上C点的力F_2'的它等于$mgctg\alpha$，当筒子弄翻的话，将绕A点转动，显然园筒翻倒时必须是：

$$F_1' \cdot AB > F_2' \cdot AC_1 + Mg \cdot R$$

或者 $mgctg\alpha \cdot AB - mgctg\alpha \cdot AC_1 > MgR$

由此得到： $m \cdot BC_1 ctg\alpha > M \cdot R$

但 $BC_1 = 2r\sin\alpha$

也就是 $2mr\cos\alpha > MR$

由此得出 $\frac{M}{m} < \frac{2r\cos\alpha}{R}$

如果考虑到 $\cos\alpha = \frac{R-r}{r}$

那么最后得到： $\frac{M}{m} < \frac{2(R-r)}{R}$

（8）由五块方块构成的桥，如图12，最长的长度为多大？每个方块的长度为 L。

解：图所示，方块C的左端距方块B的重心的距离为如$\frac{L}{2}$，方块C作用B上M点的力等于方块重量的一半。而O点为方块B的重心，作用力为方块的重量，为了使方块不翻倒必须是：

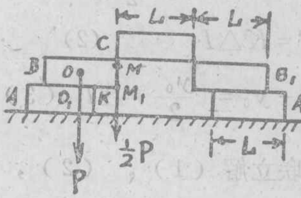


图12

$$O_1K \cdot P = KM_1 \cdot \frac{P}{2}$$

考虑到 $OM_1 = \frac{L}{2}$，方块B要处于平衡必须是：

$$KM_1 \leqslant \frac{1}{3}L。$$

这样桥的最大长度为 $3\frac{2}{3}L$。

（9）重量很轻的弹簧原长为L，其下端挂一重物，其重量为P，此时弹簧的长度增加一倍。问在已经伸长的弹簧的哪一点挂一个重量为$2P$的物体，使 $2P$悬点上下两部分弹簧的长度相同。

解：如果在已经伸长的弹簧距悬挂点为 y_0 的一点A挂重量为$2P$的重物，$2P$悬挂点下面部分弹簧的弹力仍然为$T_1=P$，而上面部分的弹簧的张力为$T_2=3P$。则 $2P$ 悬点上部弹簧原长为$\frac{y_0}{2}$，依题意得：

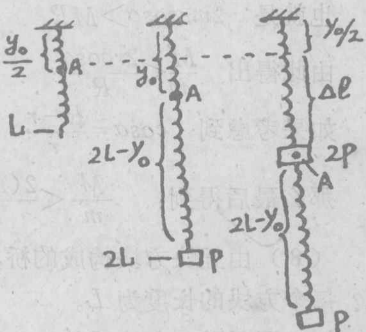


图13

$$P=K\left(y_0-\frac{y_0}{2}\right) \quad (1)$$

$$3P=K\triangle l \quad (2)$$

$$2L-y_0=\frac{y_0}{2}+\triangle l \quad (3)$$

联立解（1），（2），（3）式得： $y_0=\frac{2}{3}L$

（10）两个长度相同平行挂着的弹簧的两端挂一杆子，杆子的重量可以忽略不计。弹簧相应的弹性系数为$K_1=2$公斤/厘米，$K_2=3$公斤/厘米。弹簧悬挂点之间的距离为10厘米，在杆子的什么地方挂一重物才能使杆子保持水平。（图14）。

解：为了杆子保持水平位置，必须两个弹簧伸长的长度相同，为满足上述要求重物分配给弹簧的力与弹性系数成正比。

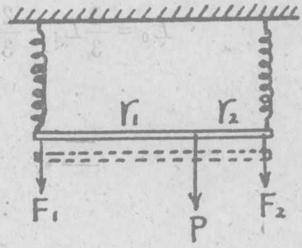


图14

$F_1 = K_1 L_1$　　$F_2 = K_2 L_2$

L_1和L_2为弹簧伸长的长度。

因为杆子处于水平位置平衡时，哪重物的两个分力应反比于挂重物的作用点到两弹簧的悬挂点的距离。

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_1}{r_2} \qquad \frac{K_1}{K_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

按题目的条件的$r_1 + r_2 = 10_{cm}$

由此解方程得到

$$r_1 = 6\ cm \qquad r_2 = 4\ cm$$

（11）如果在垂直悬挂弹簧的下端挂一重物，其弹簧的长度变为L_1，如果再将另一个同样的重物挂在弹簧的中间，这时弹簧伸长到L_2，求弹簧不发生形变时的长度，设弹簧伸长的长度与重物的重量成正比，弹簧的重量不计。

解：设重物的重量为P，弹簧伸长的长度为L_1，这样弹簧伸长的长度与重物的重量成正比。

$$P = K(L_1 - L_0) \qquad (1)$$

L_0是线长，K是弹性系数，

将同样重物挂在弹簧中间，根据$F = K\triangle l$，

则 $$2P = K\left(L_2 - \frac{1}{2}L_1 - \frac{1}{2}L_0\right) \qquad (2)$$

（1）式÷（2）式化简后得：

$$L_0 = \frac{5}{3}L_1 - \frac{2}{3}L_2$$

二、变速运动

(12) 汽车经过两个连续相等的距离，每段为10米，加速度为一恒量，第一段所用时间是1.5秒，第二段为2秒，求汽车运动的加速度和第一段开始的初速度。

解：设初速度为V_0，加速度为a，那么第一段和第二段路程分别为：

$$S_1 = V_0 t_1 + \tfrac{1}{2}at_1^{\,2}$$

$$S_2 = (V_0 + at_1)\, t_2 + \tfrac{1}{2}at_2^{\,2}$$

其中$V_0 + at$为第二段开始时的初速度，这两个方程求解可得：$V_0 = 2.38$米/秒，$a = -0.95$米/秒^2

(13) 两个物体从同一高度h下落，一个物体没有初速，另一个物体的初速度为V_0，如果第一个物体达到地面比第二物体快K倍，求初速。

解：设$t_1 = Kt_2$，这时对两个物体而言有：

$$h = \frac{1}{2}gt_1^{\,2} = \frac{1}{2}gK^2t_2^{\,2}$$

$$h = V_0 t_2 + \frac{1}{2}gt_2^{\,2}$$

即 $$\frac{1}{2}K^2gt_2^{\,2} = V_0t_2 + \frac{1}{2}gt_2^{\,2}$$

得 $$V_0 = \frac{gt_2\,(K^2 - 1)}{2}$$

把 $t_2=\sqrt{\frac{2h}{gK^2}}$代入$V_0$的式中去

最后得 $V_0=0.5\left(K-\frac{1}{K}\right)\sqrt{2gh}$

（14）两个物体同时抛出初速都是40米/秒，一物体竖直向上抛另一个物体从第一个物体到达的最高点竖直向下抛，用多少时间，在什么高度两物体相遇！在相遇时物体的速度是多大？（$g=10$米/秒^2）

解：先确定两物体在抛出时之间距离，即等于第一个物体到达的最大高度：

$$H=\frac{V_0^2}{2g}$$

设物体相遇的时间为t，这时

$$h_2=V_0t+\frac{1}{2}gt^2$$

$$h_1=V_0t-\frac{1}{2}gt^2$$

$$H=h_1+h_2=2V_0t$$

$$t=\frac{H}{2V_0}=\frac{V_0}{4g}=1\text{秒}$$

$$h_1=V_0t-\frac{1}{2}gt^2=35\text{（米）}$$

$$V_{t2}=V_0+gt=50\text{米/秒}$$

$$V_{t1}=V_0-gt=30\text{米/秒}$$

（15）物体从距地面H高处用一初速竖直下抛，并使距地面高 $h=\frac{1}{2}H$的地方的一物体自由下落，为使两物体同时落地，第一个物体的初速度应是多大？

解：设物体下落的时间为t，这时有：

$$H = V_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

按题目的条件，$H = 2h$，可得

$$V_0 t + \frac{1}{2}gt^2 = 2 \times \frac{1}{2}gt^2$$

$$V_0 = \frac{1}{2}gt$$

（16）物体在距地面高$H = 45$米的B点地方自由下落，同时从B点下$h = 21$米处的A点竖直向上抛出另一物体，如果两物同时落地求从A点抛出物体的速度？（$g = 10$米/秒^2）

解：因为物体同时开始而又同时落地，那么两物体运动的时间是相同的。

第一个物体经过t秒后与地面的距离为

$$x_1 = H - \frac{1}{2}gt^2$$

第二个物体经过t秒后与地面的距离为

$$x_2 = H - h + V_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

在落地的瞬间物体与地面的距离将是$x = 0$，这时

$$H - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \qquad t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$H - h + V_0\sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{2Hg}{2g} = 0$$

这时得 $$V_0 = h\sqrt{\frac{g}{2H}}$$

$V_0 = 7$ 米/秒

（17）为了使斜抛物体所需高度等于射程，要用与水平成多大的角度将物体抛出？

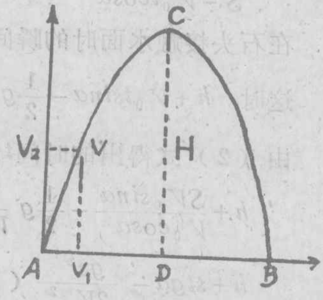


图15

解：上升高度：

$$H = \frac{V_2{}^2}{2g} = \frac{V^2 sin^2\alpha}{2g}$$

上升时间 $T = \frac{V_2}{g} = \frac{V sin\alpha}{g}$

射程 $S = V_1 \cdot 2T = V cos\alpha \times 2 \times \frac{V sin\alpha}{g}$

$$= \frac{2V^2 cos\alpha sin\alpha}{g}$$

按题目所给条件 $H = S$

$$\frac{V^2 sin^2\alpha}{2g} = \frac{2V^2 cos\alpha sin\alpha}{g}$$

$sin\alpha = 4cos\alpha \qquad tg\alpha = 4$

$\alpha = 76°$

（18）从高h的岸上与水平成α角抛出一石头，其初速度V_0，当α为多大角度时，石头落下处与岸的距离最大？

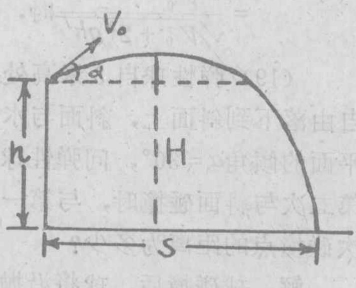


图16

解：石头抛出后，石头同时参与两个运动，沿水平方向的匀速运动，竖直方向的匀减速运动。

$$H = h + V_0 t sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (1)$$

$$S=V_0t\cos\alpha \qquad (2)$$

在石头接触水面时的瞬间$H=0$

这时 $h+V_0t\sin\alpha-\dfrac{1}{2}gt^2=0 \qquad (3)$

由（2）式得出的时间t值代入（3）式得

$$h+\frac{SV_0\sin\alpha}{V_0\cos\alpha}-\frac{1}{2}g\frac{S^2}{V_0^{\,2}\cos^2\alpha}=0$$

$$h+s\,tg\alpha-\frac{gs^2}{2V_0^{\,2}}(1+tg^2\alpha)=0$$

化简：$gs^2tg\alpha-2V_0^{\,2}s\,tg\alpha+(gs^2-2V_0^{\,2}h)=0$

根据二次函数求极值

$b^2-4ac\geqslant o$即$(2Vo^2S)^2-4gs^2(gs^2-2V_0^{\,2}h)\geqslant o$

上式化简 $S\leqslant\dfrac{V_0}{g}\sqrt{V_0^{\,2}+2gh}$

$$\therefore \text{ 当 } tg\alpha=\frac{-b}{2a}=\frac{2V_0^{\,2}S}{2gS^2}=\frac{V_0^{\,2}}{g\dfrac{V_0}{g}\sqrt{V_0^{\,2}+2gh}}$$

$$=\frac{V_0}{\sqrt{V_0+2^2gh}}\text{时，}S\text{有最大值。}$$

（19）弹性球自3米高处自由落下到斜面上，斜面与水平面的倾角$\alpha=30°$，问弹性球第二次与斜面碰撞时，与第一次碰撞点的距离为多少？

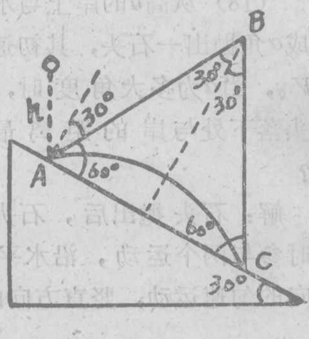


图17

解：球碰撞后，球将沿抛物线AC运动，这种运动可认为是两种运动的合运动，沿AB方向匀速直线运动和竖直方