

目 錄

第一部分 微分方程式 1

第0章 緒 論 3

第一章 一階微分方程式 13

1.0 引 言	13
1.1 可分離的方程式	14
1.2 可分離微分方程式之應用	18
1.3 齊次和“近乎齊次”方程式	24
1.4 恰當微分方程式	33
1.5 積分因子和柏努利方程式	41
1.6 線性一階微分方程式	52
1.7 黎卡迪方程式	57
1.8 RL 和 RC 電路	63
1.9 存在性、唯一性及畢卡德迭代法	70
1.10 等斜線、方向場與圖解	75
1.11 正交軌跡和斜交軌跡	79

第二章 線性二階微分方程式 97

2.0 引 言	97
2.1 線性二階微分方程式：解的存在性及唯一性	98
2.2 線性齊次二階微分方程式的理論	101
2.3 $y'' + Ay' + By = 0$ 的通解若 $A^2 - 4B \geq 0$	110
2.4 複指數函數的背景	115
2.5 $y'' + Ay' + By = 0$ 的通解，若 $A^2 - 4B < 0$	117
2.6 質塊聯結於彈簧上的阻尼和無阻尼自由運動	122
2.7 線性非齊次二階微分方程式的理論	129

2.8	尋求 $y'' + P(x)y' + Q(x)y = F(x)$ 的特解	134
2.9	繫於彈簧上之質塊的強迫振盪分析	145
2.10	RLC 電路和強迫阻尼彈簧運動的對比	154
2.11	降階法	158
2.12	歐拉方程式	163
2.13	各方法的摘要	172

第三章 高階微分方程式 183

3.0	引言	183
3.1	理論上的考慮	187
3.2	求解 $y^{(n)} + A_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + A_1y' + A_0y = 0$	194
3.3	解 $y^{(n)} + A_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + A_1y' + A_0y = F(x)$	199
3.4	N 階歐拉型方程式	206
3.5	解法摘要	211
3.6	微分運算子	212

第四章 拉普拉氏轉換 219

4.0	引言	219
4.1	拉普拉氏轉換的定義	219
4.2	計算拉普拉氏轉換	228
4.3	計算逆拉普拉氏轉換式：第一部分	247
4.4	計算逆拉普拉氏轉換式：第一部分——海夫靈線展開式	262
4.5	以拉普拉氏轉換解典型的工程問題	271
4.6	附錄	283
4.7	積分方程式、移位和混合變數問題及單位脈衝	290
4.8	以拉普拉氏轉換解具有多項式係數的微分方程式	300

第五章 微分方程式的級數解 321

5.1	引言	321
5.2	幂級數複習	321
5.3	微分方程式的幂級數解	330
5.4	弗氏法	344

第六章 貝塞函數與書德多項式、史特姆-李普維爾理論、本徵函數展開式及採量 359

6.0 引 言	359
6.1 整數階的貝塞函數	359
6.2 非整數階貝塞函數	381
6.3 書德多項式	391
6.4 史特姆-李普維爾理論和本徵函數展開	400
6.5 史特姆分屬定理和史特姆比較定理	419

第七章 線性系統、非線性系統和穩定性 433

7.0 引 言	433
7.1 使用微分運算子、羅消去法求解線性系統	433
7.2 以拉普拉斯氏轉換求解方程式系統	441
7.3 非線性系統、相位平面、臨界點和穩定性	445

第八章 微分方程式史摘要 469

第二部分 向量與矩陣 471

第九章 向量與向量空間 471

9.0 簡 介	473
9.1 向量的代數學與幾何學	473
9.2 向量的點積	483
9.3 向量的叉積	495
9.4 純量三重積與向量恆等式	503
9.5 向量空間 R^n	509
9.6 線性獨立與基數	517
9.7 基底補充：抽象向量空間	523

第十章 矩陣與行列式 535

10.0 簡 介	535
10.1 矩陣的行列式表示法與代數學	526
10.2 矩陣乘法與晶體中的漫步	547
10.3 某些特殊矩陣	553

10.4	基本列運算與基本矩陣	558
10.5	矩陣的簡化型	566
10.6	矩陣的秩	574
10.7	線性方程組的解；齊次的情況	579
10.8	非齊次線性方程組的解	590
10.9	反類陣	600
10.10	行列式：定義與基本性質	607
10.11	求行列式值的橫算	622
10.12	行列式在電路上的應用	632
10.13	反矩陣的行列式公式	636
10.14	克拉瑪法則：方程組的行列式解	639
10.15	本徵值與本徵向量	643
10.16	本徵值與本徵向量的計算觀點	648
10.17	本徵值在微分方程組上的應用	650
10.18	對角化	656
10.19	對角化在微分方程組上的應用	668
10.20	實數對稱矩陣的本徵值與本徵向量	680
10.21	正交矩陣與實數對稱矩陣的對角化	684
10.22	正交矩陣在實數二次式上的應用	689
10.23	么正矩陣、赫密特矩陣與反赫密特矩陣	695

單號習題答案 1

索引 1

目 錄

第三部分 向量分析 709

第十一章 向量分析 711

11.0	簡 介	711
11.1	單變數向量函數	711
11.2	速度、加速度、曲率與扭率	724
11.3	向量場	734
11.4	梯 度	739
11.5	散度與旋度	748
11.6	線積分	754
11.7	葛林定理	766
11.8	平面位勢理論	775
11.9	曲線與面積分	784
11.10	高斯與司托克士定理：計算觀點	793
11.11	高斯定理的一些應用	804
11.12	司托克士定理的一些應用	816
11.13	曲線座標	826
11.14	葛林與高斯定理的推廣	838

第四部分 富立葉分析與邊界值問題 849

第十二章 富立葉級數、積分與轉換 851

12.0	簡 介	851
12.1	函數的富立葉級數	851
12.2	富立葉係數與富立葉級數的收斂	857
12.3	週期函數的富立葉級數及其在受外力振盪與共振上的應用	878
12.4	富立葉正弦與餘弦級數	884

12.5	富立葉積分	896
12.6	富立葉正弦與餘弦積分	902
12.7	富立葉係數的矩變計算法	904
12.8	多項富立葉級數	906
12.9	有限富立葉轉換	911
12.10	富立葉轉換	918

第十三章 偏微分方程式 933

13.0	簡 介	933
13.1	波動與熱傳方程式的推導	936
13.2	波動方程式的富立葉級數解	948
13.3	熱傳方程式的富立葉級數解	962
13.4	半無限長與無限長弦的波動方程式	976
13.5	在半無限大與無限大區域中的熱傳方程式	983
13.6	邊界值問題的多重富立葉級數解	990
13.7	邊界值問題的富立葉-貝宗解	998
13.8	邊界值問題的富立葉-雷達解	1004
13.9	邊界值問題的拉普拉斯轉換解	1013
13.10	邊界值問題的富立葉轉換解	1013
13.11	存在、唯一、分類和固定長問題的討論	1027
13.12	偏微分方程式的簡史	1033

第五部分 複數分析 1039

第十四章 複數和複數函數 1041

14.1	複 數	1041
14.2	複數的極座標式	1049
14.3	複數平面中的函數與集合	1055
14.4	複數函數的極限與導數	1061
14.5	柯比-李維打公式	1064
14.6	有理數冪與根	1071
14.7	複數指數函數	1078
14.8	複數對數函數	1081

14.9	一變乘幕	1085
14.10	複數三角和雙曲線函數	1087

第十五章 複數平面中的積分 1093

15.0	簡介	1093
15.1	複數平面中的複積分	1093
15.2	柯西積分定理	1106
15.3	柯西積分定理的一些結果	1115

第十六章 複數序列與級數，以及泰勒與洛倫展開式 1133

16.0	簡介	1133
16.1	複數序列	1133
16.2	複數序列的柯西收斂準則	1137
16.3	複數級數	1140
16.4	複數冪級數	1145
16.5	複數泰勒級數	1155
16.6	洛倫級數	1165

第十七章 奇點，殘值，及其在實數積分和級數上的應用 1179

17.1	奇點	1179
17.2	殘值與殘值定理	1182
17.3	應用殘值定理於計算實數積分	1192
17.4	應用殘值定理於求實數級數之和	1200
17.5	留角原理	1204

第十八章 保角映射 1217

18.0	簡介	1217
18.1	映射常用的函數	1211
18.2	保角映射因線性分式轉換	1222
18.3	在已知雙域間建立保角映射	1235

第十九章 複數分析的一些應用 1249

19.1	單位圓盤的調和函數與狄里克雷問題	1249
------	------------------	------

19.2	狄利克雷問題的保角映射解	1255
19.3	分析流體流動的複數函數	1259
19.4	複數函數與靜電位	1267
19.5	反拉普拉斯氏轉換	1268
19.6	複數富立葉級數	1270

第六部分 數值方法 1275

第二十章 數值方法 1277

20.0	簡 介	1277
20.1	方程式的近似解	1277
20.2	數值積分	1282
20.3	多項式插值法	1288
20.4	數值微分	1290
20.5	三次仿樣函數	1294
20.6	初值問題的數值解法	1298
20.7	二階初值問題的數值解法	1308
20.8	二階邊界值問題的數值解法	1312
20.9	解決狄利克雷問題的有限差分法	1316
20.10	本徵值和本徵向量的近似	1321
20.11	最小平方方法	1327

附 錄 1

華英習題答案 1

索 引 1

第三部分

向量分析



第十一章 向量分析

11-0 简介

在第九章中，探討了三維空間中包含點積、叉積和純量三重積等的向量基本代

例如, 若

$$\mathbf{R}(t) = \cos(t)\mathbf{i} - 2t^2\mathbf{j} + e^t\mathbf{k},$$

則

$$\mathbf{R}'(t) = -\sin(t)\mathbf{i} - 4t\mathbf{j} + e^t\mathbf{k}.$$

在特定情形下,

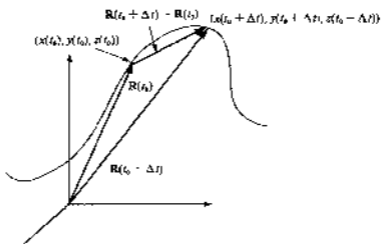
$$\mathbf{R}'(0) = \mathbf{k} \quad \text{而} \quad \mathbf{R}'\left(\frac{1}{2}\pi\right) = -\mathbf{i} - 2\pi\mathbf{j} + e^{\pi/2}\mathbf{k}$$

再舉第二例, 設

$$\mathbf{K}(t) = [t^2\mathbf{i} - 3t^2\mathbf{j}].$$

則

$$\mathbf{K}'(t) = [2t\mathbf{i} - 6t\mathbf{j}].$$



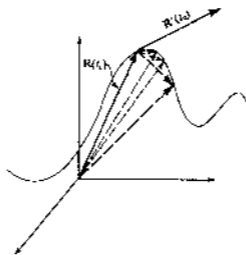


圖 158 向量依其抽限，沿切線向量移動

— — — — —

3

— — — — —

— — — — —

形的長即逼近於所謂的 C 的長度^{*}。

這似乎很訂，但實際上如何取得極限值呢？為此，注意上述求和式中的一箇典

故 C 之長度為

$$\int_0^1 \sqrt{5} dt = 2\sqrt{5} \quad (\text{單位})$$

大多數情形中， $\mathbf{R}(t)$ 太複雜而無法明確地求得其積分。例如，設

$$\mathbf{R}(t) = 2t\mathbf{i} - \cos(3t)\mathbf{j} + t^3\mathbf{k} \quad \text{則} \quad \int \mathbf{R}(t) dt =$$

$$s(t) = \int_a^t |\mathbf{R}'(p)| dp,$$

其中 $a \leq t \leq b$ 。則 $s(a) = 0$, $s(b) = C$ 的長度, 而當 $a < t < b$ 時的 $s(t)$, 是 C 從 $\mathbf{r}(a)$ 到 $\mathbf{r}(t)$ 的長度, 如圖 160 中所示。此處,