目　錄

目　錄

第三部分　向量分析　709

第十一章　向量分析　711

第四部分　富立葉分析與邊界值問題　849

第十二章　富立葉級數、積分與轉換　851

第三部分

向量分析

第十一章
向量分析

11-0 簡 介

在第九章中，探討了三維空間中包含點積、叉積和純量三重積等的向量基本代

例如，若

$$\mathbf{R}(t) = \cos(t)\mathbf{i} - 2t^2\mathbf{j} + e^t\mathbf{k},$$

则

$$\mathbf{R}'(t) = -\sin(t)\mathbf{i} - 4t\mathbf{j} + e^t\mathbf{k}.$$

在特定情形下，

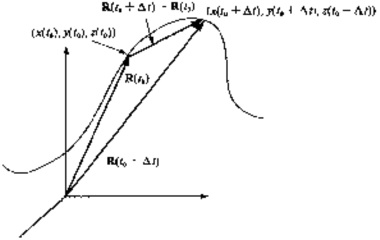
$$\mathbf{R}'(0) = \mathbf{k} \quad 而 \quad \mathbf{R}'(\tfrac{1}{2}\pi) = -\mathbf{i} - 2\pi\mathbf{j} + e^{\pi/2}\mathbf{k}$$

再举第二例，设

$$\mathbf{K}(t) = |t|\mathbf{i} - 3t^2\mathbf{j}.$$

则

[illegible]


$\mathbf{R}(t_0+\Delta t)-\mathbf{R}(t_0)$
$(x(t_0+\Delta t), y(t_0+\Delta t), z(t_0+\Delta t))$
$(x(t_0), y(t_0), z(t_0))$
$\mathbf{R}(t_0)$
$\mathbf{R}(t_0+\Delta t)$

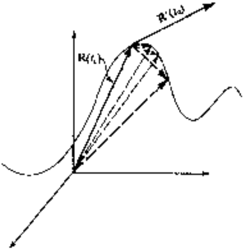


圖 158 割量依其極限，朝切線向量移動

形的長則逼近於所謂的 C 的長度值*。

這似乎很對，但實際上如何取得極限值呢？為此，注意上述求和式中之一簡典

故C之長度為

$$\int_0^2 \sqrt{5}\,dt = 2\sqrt{5} \text{（單位）}$$

大多數情形中，$\|\mathbf{R}'(t)\|$ 太複雜而無法明確地求得其積分。例如，設

$$\mathbf{R}(t) = 2t\mathbf{i} - \cos(3t)\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$$

$$s(t) = \int_a^t \|\mathbf{R}'(p)\|\, dp,$$

其中 $a \le t \le b$，則 $s(a)=0$，$s(b)=C$ 的長度，而當 $a<t<b$ 時的 $s(t)$，是 C 從 $(x(a), y(a), z(a))$ 到 $(x(t), y(t), z(t))$ 的長度，如圖 160 中所示。此處，