上海市教辅畅销品牌

新高考新思路

XINGAOKAO XINSILU FUDAO YU XUNLIAN

辅导与训练

数学

SHUXUE

主编 张 峰

高中一年级第二学期

上海科学技术出版社

新高考新思路

辅导与训练

数学

高中一年级第二学期

主编 张峰

上海科学技术出版社

内 容 提 要

《新高考新思路辅导与训练　数学　高中一年级第二学期》一书依据上海市二期课改数学学科课程标准，并根据 2017 年新高考综合改革方案，适应课程标准和高考要求的变化编写而成. 全书按课时编写，每课时由要点归纳、疑难分析、基础训练、拓展训练四部分组成，每三到六课时设置一个阶段训练. 力求通过典型例题的辅导和精选习题的训练，帮助学生牢固掌握数学基础知识，及时消化所学知识内容，克服学习上的困难，提高数学成绩.

图书在版编目(CIP)数据

新高考新思路辅导与训练. 数学. 高中一年级. 第二学期 / 张峰主编. — 上海：上海科学技术出版社，2017.1
ISBN 978-7-5478-3403-9

Ⅰ. ①新…　Ⅱ. ①张…　Ⅲ. ①中学数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 118458 号

责任编辑　周　乐　朱先锋

新高考新思路辅导与训练　数学　高中一年级第二学期
主编　张　峰

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社 出版
(上海钦州南路 71 号　邮政编码 200235)
上海世纪出版股份有限公司发行中心发行
200001　上海福建中路 193 号　www. ewen. co
常熟兴达印刷有限公司印刷
开本 787×1092　1/16　印张 10. 5
字数 225 千字
2017 年 1 月第 1 版　2017 年 1 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5478-3403-9/G・741
定价：28. 00 元

出 版 说 明

上世纪 90 年代初，上海科学技术出版社约请了上海教材主编和一些著名中学的资深教师推出《辅导与训练》丛书，涉及数学、物理、化学等出版社的优势学科．这套丛书在使用过程中，经多次修订改版，一直以“辅导得当、训练有素”而深受广大师生的青睐，已经成为上海市场的品牌教辅．

本世纪初，为适应上海“二期课改”的需要，我社根据新课标教材，又推出了《新教材辅导与训练》丛书，同样受到读者肯定．随后推出的《新思路辅导与训练》丛书也受到了广泛好评．现在，我社在总结各版优点的基础上，根据 2017 年起高考综合改革方案，适应课程标准和高考要求的变化，特别是从 2017 年起，高考数学不再文理分科，对本套丛书进行再次修订，旨在帮助学生理解“新高考”涉及的知识内容（基本知识、基本技能和相关的重点、难点），克服学习上的困难，增长自学能力，提高学科素质．

《新高考新思路辅导与训练　数学　高中一年级第二学期》是以“新高考”要求、《上海市中学数学课程标准》和现行教材为依据编写．内容紧密围绕“新高考”，专为高中一年级第二学期学生精心设计编写的．本书以章节为单位编写，每节设有要点归纳、疑难分析、基础训练和拓展训练等栏目，每三到六课时设置一个阶段训练，每章后设置本章复习题．

【要点归纳】　用简练的几句话归纳本课时学习的要点知识，方便学生归纳、复习．

【疑难分析】　根据教学需要精选典型例题，例题讲解细致，

分析透彻，层次显明，旨在将疑难问题的解决置于“润物细无声”的境地，让读者通过研读例题做到举一反三，提高解题能力.

【基础训练】 针对本课时的教学内容，为每个知识点或思想方法编写基础性题目.在习题的内容、数量上都以精选为标准，力图使学生在最短的时间内掌握基础知识，使有关教学内容得以巩固和落实.

【拓展训练】 在落实基础的前提下，挑选一些贴近学生实际要求的综合性题目，提高学生的学习积极性，拓展学习视界，提高解题技巧，挑战思维能力.

【阶段训练】 每三到六课时设置一个，可作为学生的周末作业，也可以作为教师的每周测试使用.

本书由张峰老师担任主编，其中第 4 章由张怡老师编写；第 5，6 章由倪建峰老师编写.

为初、高中师生提供适用而又有指导意义的辅导书，是我们一贯的心愿，也是当前教学的需要.对于我们所做的努力和尝试，诚挚地期望广大读者给予批评和指正.

上海科学技术出版社
2017 年 1 月

目　录

第 4 章　幂函数、指数函数和对数函数(下)

4.6　对数概念及其运算(1)

要点归纳

1. 理解对数的意义，掌握对数式和指数式的互相转化.
2. 掌握对数恒等式：$\log_a 1=0$，$\log_a a=1$，$a^{\log_a N}=N$（其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$，$N>0$）.
3. 掌握常用对数和自然对数的意义，利用计算器正确地计算对数.

疑难分析

例 1　将下列指数式与对数式互化.

(1) $3^{-3}=\dfrac{1}{27}$；　(2) $16^{-\frac{3}{4}}=x$；　(3) $\log_{\frac{1}{2}}8=-3$；　(4) $\log_a(1+\sqrt{2})=-1$.

解　(1) $\log_3\dfrac{1}{27}=-3$.　(2) $\log_{16}x=-\dfrac{3}{4}$.　(3) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}=8$.　(4) $a^{-1}=1+\sqrt{2}$.

说明　指数运算和对数运算互为逆运算，根据定义 $a^b=N\Leftrightarrow\log_a N=b$（其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$，$N>0$），本质上这两个式子表达的意义完全一样，只是表现形式不同. 若已知幂 a^b 求指数 b，则转化为对数式；若已知对数 $\log_a N$ 求真数 N，则转化为指数式.

例 2　计算 $8^{2-\log_2 3}$ 的值.

解　$8^{2-\log_2 3}=8^2\div 8^{\log_2 3}=64\div(2^{\log_2 3})^3=64\div 3^3=\dfrac{64}{27}$.

说明　由对数定义 $a^b=N\Leftrightarrow\log_a N=b$，将后者对数式中的 b 代入前者指数式中，得 $a^{\log_a N}=N$（其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$，$N>0$），此为对数常用恒等式之一. 本题化简计算过程中就用到此恒等式.

例 3　当 x 为何值时，下列各式有意义？

(1) $\log_3(3x-1)$；　(2) $\log_{2x}4$；　(3) $\log_{x+2}(x^2-x)$.

分析　根据对数 $\log_a N$ 的定义要求：底数 $a>0$ 且 $a\neq 1$，真数 $N>0$.

解　(1) $3x-1>0\Rightarrow x>\dfrac{1}{3}$.

(2) $2x>0$ 且 $2x\neq 1\Rightarrow x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$.

(3) $\begin{cases} x^2 - x > 0, \\ x + 2 > 0 \text{ 且 } x + 2 \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty,\ 0) \cup (1,\ +\infty), \\ x \in (-2,\ -1) \cup (-1,\ +\infty). \end{cases}$

$\therefore x \in (-2,\ -1) \cup (-1,\ 0) \cup (1,\ +\infty)$.

基础训练

1. 将下列指数式改为对数式：

(1) $3^{-2} = \dfrac{1}{9}$,对数式为________；　　(2) $8^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$,对数式为________；

(3) $81^{-\frac{3}{4}} = x$,对数式为________；　　(4) $e^x = 9$,对数式为________.

2. 将下列对数式改为指数式：

(1) $\log_2 64 = 6$,指数式为________；　　(2) $\log_{\sqrt{3}} 3 = 2$,指数式为________；

(3) $\lg x = -1$,指数式为________；　　(4) $\log_{\frac{1}{2}} x = -5$,指数式为________.

3. 求下列各式的值：

(1) $\log_6 6 =$ ________________；　　(2) $\log_{\frac{1}{4}} 1 =$ ________________；

(3) $\log_2 \dfrac{\sqrt{2}}{2} =$ ________________；　　(4) $\log_{\sqrt{2}+1}(\sqrt{2} - 1) =$ ________________；

(5) $10^{\lg 6} =$ ________________；　　(6) $\log_8(\log_2 \sqrt{2}) =$ ________________.

4. 求下列各式中 x，y 的值：

(1) 若 $27^x = 9$,则 $x =$ ________；

(2) 若 $\lg(x + 2) = 3$,则 $x =$ ________；

(3) 若$(\log_2 x)^2 = 4$,则 $x =$ ________；

(4) 若 $\log_x \sqrt{5} = -1$,则 $x =$ ________；

(5) 若 $\log_{x^2-1}(2x^2 - 3x + 1) = 1$,则 $x =$ ________；

(6) 若 $\log_2 y = x$，$\log_x 3 = \dfrac{1}{2}$,则 $x =$ ________，$y =$ ________；

(7) 若 $\log_2[\log_3(\log_4 x)] = 0$,则 $x =$ ________.

5. 若 $\log_m n = \dfrac{1}{2}$,则下列各式正确的是（　　）.

A. $n = \dfrac{1}{2}m$　　B. $m = n^2$　　C. $n = m^2$　　D. $n = 2m$

6. 下列命题中正确的是（　　）.

A. 若 $a^m = n$,则 $\log_a m = n$　　B. 若 $e^x = 10$,则 $\lg 10 = x$

C. 若 $\log_4 x^2 = 1$,则 $x = 2$　　D. 若 $\log_{a^2} b = c$,则 $a^{2c} = b$

7. 若 $\log_{x+1}(x + 1) = 1$,则 x 的取值范围是（　　）.

A. $(-1,\ +\infty)$　　B. $(-1,\ 0) \cup (0,\ +\infty)$

C. $(-\infty,\ -1) \cup (-1,\ +\infty)$　　D. $(-\infty,\ 0) \cup (0,\ +\infty)$

8. 下列各数中整数的个数有（　　）.

① $\log_4\dfrac{1}{2}$； ② $\log_{0.5}0.25$； ③ $\pi^{\log_\pi 2}$； ④ $\ln 1$.

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

9. 计算下列各式：

（1）$4^{3+\log_4 5}$；

（2）$3^{2\log_3 2+1}$；

（3）$\log_3\sqrt{3}-\lg\sqrt{10}+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\log_2 3}$.

10. 求下列各式中 x 的取值范围：

（1）$\log_a\dfrac{1}{x^2-1}$；

（2）$\log_{x+2}(3-x)$；

（3）$\log_{\sqrt{x+3}}(x^2+x)$.

拓展训练

11. 设 $M=\{0,1\}$，$N=\{11-a,\lg a,2^a,a\}$，问是否存在实数 a，使得 $M\cap N=\{1\}$？

4.7 对数概念及其运算(2)

要点归纳

掌握对数的运算性质,并能熟练地进行对数的化简和计算.

疑难分析

例 1 计算下列各式：

(1) $\lg 4+\lg 25$； (2) $\log_{\frac{1}{2}}(2^7\times\sqrt[5]{2})$； (3) $\frac{1}{2}\log_2 3+3\log_2\sqrt{2}-\log_2\sqrt{6}$.

解 (1) $\lg 4+\lg 25=\lg(4\times 25)=\lg 100=2$.

(2) $\log_{\frac{1}{2}}(2^7\times\sqrt[5]{2})=\log_{\frac{1}{2}}2^7+\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[5]{2}=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-7}+\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{5}}=-7-\frac{1}{5}=-\frac{36}{5}$.

(3) $\frac{1}{2}\log_2 3+3\log_2\sqrt{2}-\log_2\sqrt{6}$

$=\log_2 3^{\frac{1}{2}}+\log_2(\sqrt{2})^3-\log_2\sqrt{6}$

$=\log_2\frac{\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\log_2 2=1$.

说明 解本题应熟练掌握对数的下列运算性质：$\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$；$\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$；$\log_a M^n=n\log_a M$(其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$, $M>0$, $N>0$).这几个公式主要用于化简底数相同的对数.

例 2 计算：$3^{\lg 20}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{\lg 0.3}$.

分析 本题中幂的底数有 3 和$\frac{1}{2}$,指数上对数的底数是 10,直接计算比较困难,因此考虑先求原式的对数,由公式 $\log_a M^n=n\log_a M$ 可以将指数上的对数变成乘积的形式,所以底数应该选 10.

解 设 $x=3^{\lg 20}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{\lg 0.3}$,则

$$\lg x=\lg\left[3^{\lg 20}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{\lg 0.3}\right]=\lg 3^{\lg 20}+\lg\left(\frac{1}{2}\right)^{\lg 0.3}=\lg 20\times\lg 3+\lg 0.3\times\lg\frac{1}{2}$$

$$=(1+\lg 2)\times\lg 3+(\lg 3-1)\times(-\lg 2)=\lg 3+\lg 2=\lg 6.$$

$\therefore x=6$,即 $3^{\lg 20}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{\lg 0.3}=6$.

基础训练

1. 下列各式中正确的是(　　).

A. $\log_a(x-y)=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$

B. $\log_a(x-y)=\log_a x-\log_a y$

C. $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y\,(x>0,\ y>0)$

D. $\log_a(xy)=\log_a x\cdot\log_a y$

2. 下列各式中正确的是(　　).

A. $\dfrac{\log_a 6}{\log_a 3}=\log_a 2$

B. $\lg 2+\lg 5=\lg 7$

C. $(\ln x)^2=2\ln x$

D. $\lg \sqrt[5]{x^3}=\dfrac{3}{5}\lg x$

3. 计算下列各题：

(1) $\dfrac{\lg 2+\lg 5}{\lg\sqrt{10}+\lg 0.01-10^{\lg 0.5}}$；

(2) $3\log_3\dfrac{3}{2}-\log_3\dfrac{7}{4}+\dfrac{1}{2}\log_3 4+\log_3 7$；

(3) $\lg 0.03+\sqrt{\lg^2 3-2\lg 3+1}$；

(4) $\lg 2\times\lg 50+\lg 5\times\lg 20-2\lg 5\times\lg 2$.

4. 化简下列各题：

(1) $\log_a x+\log_a y-\log_a(x+y)-\log_a(x-y)$；

(2) $a^{\frac{1}{2}\log_a m-2\log_a n-\log_a p}$.

5. 设 $x=\log_a M$，$y=\log_a N$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$，$M>0$，$N>0$). 试用 x，y 表示 $\log_a \dfrac{M^3}{\sqrt[4]{N^5}}$.

6. 已知 $48^{a}=24$,试用 a 表示下列各式:

(1) $\log_{48}2$;　　　　(2) $\log_{48}3$.

7. 已知 $\log_2 x-\log_2 y=3$,求 $\log_2\dfrac{8x^3}{y^3}$ 的值.

8. 已知 $\lg(ab)=5$, $\lg a\cdot\lg b=6$,求 a, b 的值.

9. 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2-mx+4=0$ 的两个根,且$\dfrac{\lg(x_1+x_2)}{\lg x_1+\lg x_2}=2$,求 m 的值.

拓展训练

10. 已知 $\lg 2\approx 0.301\ 03$,试确定 $2^{1\,000}$ 是几位数.

4.8　对数概念及其运算(3)

要点归纳

掌握对数换底公式,并能熟练运用其进行对数计算.

疑难分析

例 1　计算下列各式:

(1) $\log_8\frac{1}{4}$;　　(2) $\log_{\sqrt{2}}3\times\log_3 25\times\log_5\frac{1}{2}$;　　(3) $\frac{\log_{15}45}{\log_5 15}+\log_{15}^2 3$.

解　(1) 方法 1　设 $x=\log_8\frac{1}{4}$,则 $8^x=\frac{1}{4}\Rightarrow 2^{3x}=2^{-2}$.

$\therefore x=-\frac{2}{3}$,即 $\log_8\frac{1}{4}=-\frac{2}{3}$.

方法 2　利用对数换底公式,得

$$\log_8\frac{1}{4}=\frac{\log_2\frac{1}{4}}{\log_2 8}=\frac{\log_2 2^{-2}}{\log_2 2^3}=-\frac{2}{3}.$$

(2) $\log_{\sqrt{2}}3\times\log_3 25\times\log_5\frac{1}{2}=\frac{\lg 3}{\lg 2^{\frac{1}{2}}}\times\frac{\lg 5^2}{\lg 3}\times\frac{\lg 2^{-1}}{\lg 5}=\frac{2\lg 3}{\lg 2}\times\frac{2\lg 5}{\lg 3}\times\frac{-\lg 2}{\lg 5}=-4.$

(3)
$$\begin{aligned}\frac{\log_{15}45}{\log_5 15}+\log_{15}^2 3&=\log_{15}45\times\log_{15}5+\log_{15}^2 3\\&=\log_{15}(15\times 3)\times\log_{15}(15\div 3)+\log_{15}^2 3\\&=(1+\log_{15}3)\times(1-\log_{15}3)+\log_{15}^2 3\\&=1-\log_{15}^2 3+\log_{15}^2 3=1.\end{aligned}$$

说明　在进行对数计算时应注意以下几点:对于形如 $\log_{a^m}b^n$ 的对数式,我们可以通过换底公式将其转化为 $\frac{n}{m}\log_a b$. 如第(1)小题可以直接得到答案 $-\frac{2}{3}$;当式中出现不同的底数时,多数情况下应化成相同底数的对数. 如第(2)小题中将全部的对数换成常用对数,同时我们也得到一个常用结论:$\log_a b$ 与 $\log_b a$ 互为倒数.

例 2　若 $\log_8 9=a$,$\log_3 5=b$,试用 a,b 表示 $\lg 2$.

分析　本题中出现的三个对数的底数都不同,因此考虑用换底公式将它们化成相同底数的对数. 题干中的 a,b 中均含有因数 3,可以将底数都换成 3. 又因为所求 $\lg 2$ 是常用对数,也可考虑将底数都换成 10,把 $\lg 2$ 看成整体解方程组.

解　方法 1　$\because \log_8 9=\frac{2}{3}\log_2 3=a\Rightarrow\log_3 2=\frac{2}{3a}$,

$$\therefore \lg 2=\frac{\log_3 2}{\log_3 10}=\frac{\log_3 2}{\log_3 5+\log_3 2}=\frac{\frac{2}{3a}}{b+\frac{2}{3a}}=\frac{2}{3ab+2}.$$

方法 2　$a=\log_8 9=\dfrac{\lg 9}{\lg 8}=\dfrac{2\lg 3}{3\lg 2}\Rightarrow 3a\lg 2=2\lg 3$,

$b=\log_3 5=\dfrac{\lg 5}{\lg 3}=\dfrac{1-\lg 2}{\lg 3}\Rightarrow b\lg 3=1-\lg 2$.

联立,得 $\begin{cases}3a\lg 2=2\lg 3, & ①\\ b\lg 3=1-\lg 2. & ②\end{cases}$

由①与②,消去 $\lg 3$,得 $\lg 2=\dfrac{2}{3ab+2}$.

说明　若将底数换成一个合数时,例如解法2中的底数为10,则 $\lg 2+\lg 5=1$ 是一个重要的隐含条件,而此类题中,因为需应用公式 $\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N(M>0,\ N>0)$,所以,解题过程中,尽量将合数分解素因数.

基础训练

1. 下列各式中错误的是(　　).

A. $\log_a b=\log_{a^n} b^n$　　　　B. $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$

C. $\dfrac{\log_a M}{\log_a N}=\log_a\dfrac{M}{N}$　　　　D. $\log_a b\cdot\log_b c\cdot\log_c d=\log_a d$

2. 对于一切不等于 1 的正数 x,则 $\dfrac{1}{\log_3 x}+\dfrac{1}{\log_4 x}+\dfrac{1}{\log_5 x}$ 等于(　　).

A. $\dfrac{1}{\log_3 x\cdot\log_4 x\cdot\log_5 x}$　　　　B. $\dfrac{1}{\log_x 60}$

C. $\dfrac{1}{\log_3 x+\log_4 x+\log_5 x}$　　　　D. $\dfrac{1}{\log_{60} x}$

3. 若 $\lg 2=a,\ \lg 3=b$,则 $\log_{24} 5$ 等于(　　).

A. $\dfrac{1+a}{a+3b}$　　　　B. $\dfrac{1+a}{3a+b}$

C. $\dfrac{1-a}{a+3b}$　　　　D. $\dfrac{1-a}{3a+b}$

4. 计算下列各式:

(1) $\log_4\dfrac{1}{16}=$ ________;

(2) $\log_{25}\sqrt{125}=$ ________;

(3) $\log_2 3\times\log_{\sqrt{3}} 8=$ ________;

(4) $\dfrac{\log_9 8}{\log_3 2}=$ ________;

(5) $\log_3 4\times\log_4 5\times\log_5 6\times\log_6 7\times\log_7 8\times\log_8 9=$ ________.

5. 若 $\log_3 7 \times \log_4 27 \times \log_{\frac{1}{49}} m = \log_4 \frac{1}{8}$，则 $m =$ ________.

6. 设 a，b，c，m 都大于 1，且 $\log_a m = 24$，$\log_b m = 40$，$\log_{abc} m = 12$，则 $\log_c m =$ ________.

7. 若 $2.7^x = 3$，$0.9^y = 3$，则 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} =$ ________.

8. 计算下列各式：

(1) $\log_2 \frac{1}{49} \times \log_3 \frac{1}{16} \times \log_7 \frac{1}{27}$；　　(2) $2^{\frac{\lg(\lg 2)}{\lg 2}}$；

(3) $(\log_4 3 + \log_8 3) \times (\log_3 2 + \log_9 2) - \log_2 \sqrt[4]{32}$.

9. 已知 $\log_{14} 2 = a$，试用 a 表示 $\log_{49} 16$.

10. 已知 $\log_{12} 7 = m$，$\log_{12} 3 = n$，试用 m，n 表示 $\log_{28} 63$.

11. 已知 $\log_3 2 = a$，$\log_5 3 = b$，试用 a，b 分别表示下列各式：

(1) $\log_2 5$；　　(2) $\lg 2$；　　(3) $\log_{20} 45$.

12. 已知非零实数 x，y，z 满足 $3^x = 12^y = 6^z$，求证：$\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{2}{z}$.

拓展训练

13. 已知 $x > 1$，$y > 1$，且 $2\log_x y - 2\log_y x + 3 = 0$，求 $T = x^2 - 4y^2$ 的最小值.