



过家家

GUOJIAJIA

数概念心算

SHUGAINIANXINSUAN

刘蓉 著



江西科学技术出版社



过家家

GUOJIAJIA

数概念心算

SHUGAINIANXINSUAN

刘蓉 著



江西科学技术出版社

前 言

单纯的数字计算不能代表数学的全部,但数学内容中涉及的各个领域无论是形状、时间、空间等都离不开计算,计算是学习数学所必备的基础能力,而抽象的数字和枯燥的运算往往很难让孩子产生兴趣。

目前,不少幼儿园急功近利或为顺应家长的片面要求,让孩子做大量计算,指望达到“熟能生巧”的效果,却往往得不偿失,孩子对做计算产生厌倦,导致对整个数学学习失去兴趣。

因此,有观点认为,不能急于教孩子计算,要让孩子在生活情境中多方面接触数学,激发和保持对数学的兴趣。这样,孩子的确轻松多了,但进入小学,面临的又是计算基础的学习,大多孩子还得扳着手指做计算,对数学的兴趣依然提不起来。

通过这些情形,我们可以认识到:数学包含的内容很广泛,片面地学习对孩子来说比较枯燥,抽象的数字计算是不可取的;但数运算又是数学学习的基础,并且有实验证明,5岁左右是数概念发展的关键期,我们不能因为担心数字的抽象和枯燥会让孩子失去学习兴趣就少教或不教,而是应该考虑如何根据孩子年龄心理特点,寻找更合适的教学方式,使孩子从数字开始就爱上数学而不是烦厌、惧怕数学。

“过家家数概念心算”可以说是一种很好的尝试。

该方案是我在多年教学实践中摸索总结创编的,旨在帮助幼儿建立数概念、数群关系等数学知识结构,把枯燥复杂的数组合内容,设计成妙趣横生的系列童话,好似小朋友爱玩的“过家家”游戏(故取名“过家家数概念心算”),孩子们学起来无不兴趣浓厚、主动积极,短时间内迅速掌握数群关系并进行快速运算,大大减少了传统学习计算所需的数年时间和精力,为儿童数学关键期(5~6岁)的潜能开发奠定了扎实的计算基础,也赢得了更多的宝贵时间。

过家家心算教学,并非死记硬背或强化训练单一的计算能力,其教学

优势涉及孩子知识系统的形成、思维智力的发展和整体素质的提高。

打开这篇方案,你会发现,通过一系列新颖有趣的拟人化数字娃娃的童话故事,不仅帮助孩子建立了数概念知识框架,还在教学中重视引导和培养孩子分析、综合、观察比较、推理等一系列的数学思维能力。而且,通篇方案在数学知识传授的同时,也融入了情感、性格等非智力因素的培养,帮助孩子学习了一定的交往技能,养成了一些良好的行为习惯。

希望更多的孩子能轻松地掌握计算,充满兴趣和自信地踏入数学王国!

刘蓉

2011年6月



 第一章 浅谈孩子学习数运算	1
第一节 孩子学习数运算困难的原因	1
一、为什么孩子对数运算不感兴趣	1
二、孩子计算速度为什么快不起来	2
三、孩子为什么不愿做减法	3
四、传统教学中孩子运算能力的三个发展过程	4
第二节 成人体会抽象数字及加减	6
一、体会抽象数字和运算	6
二、体会之后的反思	8
 第二章 过家家数概念心算	11
第一节 基础理论依据	12
一、符合数学科学原理	12
二、符合素质教育基本原则	13
1. 落实了孩子的主体地位	13
2. 面向全体,注重差异,因材施教	13
3. 促进了孩子非智力因素发展	14
三、符合孩子年龄和心理特征	15
四、教学特点	15
1. 拟人化	15
2. 故事化	16
3. 游戏化	17
第二节 教学优势	18
一、有效促进了孩子数学能力及思维能力的发展	18

1. 科学地为孩子建立了数学知识结构	18
2. 有效促进了孩子抽象思维能力的发展	18
二、对孩子整体发展产生积极影响	19
1. 能有效发展孩子的注意力	19
2. 有利于发展孩子的自信心和独立性	19
3. 能有效培养孩子的竞争心理	20
4. 激发了孩子学习数学的兴趣和自信,对各科学习产生积极影响 ...	20
三、大大缩短基础教育时间,为潜能开发奠定了基础	21
四、适宜课堂普及教学	21
五、过家家数概念心算的显著效果	22
第三节 过家家数概念心算与其他教法的区别	23
一、过家家数概念心算与传统教法的区别	23
1. 两种教学形式和过程有所不同	23
2. 两种教学达到抽象运算水平所需时间不同	23
3. 两种教学达到的抽象运算效果不同	24
4. 两种教学的延续发展效果不同	24
二、过家家数概念心算与其他心算教法的区别	24
三、过家家数概念心算教学注意事项	25
 第三章 具体教学方案	28
第一节 10 以内数组合及加减	28
一、认识数字娃娃	28
二、认识 +、-、= 号	30
三、选班长,认识 0, + 0 及 - 0	32
四、数字娃娃排列规律	35
五、3 号妈妈和宝宝	37
六、2 号妈妈和宝宝	41
七、4 号妈妈和宝宝	42
八、开心的 1 号娃娃和 5 号娃娃	44
九、5 号妈妈和宝宝	45
十、2 号娃娃的心愿	47

十一、“一家人”计算题	48
十二、分成三数关系的抽象概括	51
十三、6 号妈妈和宝宝	53
十四、7 号妈妈和宝宝	55
十五、单数和双数	57
十六、8 号妈妈和宝宝	60
十七、调皮的框框	62
十八、9 号妈妈和宝宝	64
十九、10 号妈妈和宝宝	65
二十、综合复习课程	67
二十一、淘气的圈圈	78
二十二、公正的天平——等于号	79
二十三、数运算与生活联系起来	81
第二节 20 以内加减	82
一、神奇的数位房	82
二、隐身的数位房	86
三、计数棒(理解两位数)	87
四、两位数比较大小	91
五、做客和搬家	92
六、8 和几的进位加法	95
七、7 和几的进位加法	97
八、9 和几的进位加法	98
九、复习巩固	100
十、20 以内不进退位加减	100
十一、进位加法的熟练并向退位减法过渡	104
十二、20 以内退位减法	105
十三、退位减法的规律	106
十四、想加做减	107
第三节 100 以内加减	108
一、两位数加一位数(不进位)	108
二、两位数减一位数(不退位)	110
三、两位数加一位数(进位)	112

四、拆分两位数	115
五、两位数减一位数(退位)	118
六、聪明的指挥官勇敢的数娃娃	119
七、两位数加减两位数(不进退位)	121
八、两位数加减两位数(进退位)	122
1. 两位数加两位数(进位)	122
2. 两位数减两位数(借位)	123
九、其他有趣的计算方法	123
1. 一家人,相互借数好团结(加法)	123
2. 小斗士,你变我也变(减法)	125
第四节 孩子计算能力的延续发展	127
一、设计各种灵活题型	127
二、迁移到多位数加减中	129
三、应用到钱币教学中,促进对小数的理解和运算	129
四、推算乘法	129
五、加减互逆迁移到乘除互逆关系中	130
 第四章 过家家拼音教学	147
第一节 过家家拼音教学简介	147
第二节 过家家拼音教学的显著效果	148
第三节 主要教学课程介绍	149
一、奇妙的汉语拼音	149
二、认识单韵母	150
三、认识声母	151
四、单韵母娃娃试带声调(坐过山车)	153
五、过家家音节游戏(第一声)	154
1. 轻声	154
2. 三拼音节	156
3. j q x 和小 ü 的组合	157
六、声调及音节游戏	159
1. 四声调机器人	159

2. 韵母娃娃滑雪	160
3. 字宝宝找双亲(爸爸妈妈)	161
4. 口齿不清的小嘟嘟	162
5. 实验中的新式机器人	162
6. 埋地雷	163
七、整体认读音节	164
1. 帮忙带声调的小 i	164
2. 三个胆小鬼	165
八、复韵母的介绍和认读	166
1. 复韵母 ai ei ui	166
2. 复韵母 ao ou iu ie üe	167
3. 好奇的声母 r	169
4. 前鼻韵母 an en in un ün	169
5. 后鼻韵母 ang eng ing ong	170
九、复韵母及四声调的熟练, 音节拼读	171
十、整体认读音节	171
1. 独立音节和整体认读音节	171
2. 特殊音节 yan 和整体认读音节 yuan	174
十一、淘气的小 u 和小 ü	175
十二、成语拼读直呼, 故事阅读	176



第一章 浅谈孩子学习数运算

第一节 孩子学习数运算困难的原因

一、为什么孩子对数运算不感兴趣

在学前及低年级的数学内容中，除了数运算，知识点涉及了很多方面，比如分类、图形、应用数学、简单测量、统计等等。这多方面的知识离不开数量关系及数运算，因此数概念及运算是数学教学内容中的基础重点，计算能力可以说是学生学数学的基本素质。

然而大多孩子对数运算学习没有什么兴趣，有些孩子甚至有厌烦情绪。

家长和教师在教育和教学中也感到数学难教，尤其觉得数概念和数字运算抽象复杂，成人难以讲述，孩子难以理解，不知如何教才能使孩子理解和接受。

老卡尔·威特培养儿子的过程中，就发现在所有的学科中，没有哪门比数学更难使孩子感兴趣的了。

为什么孩子对于学数学尤其是数字运算不感兴趣？这是因为数学这门学科系统性、逻辑性、科学性较强，与语言、音乐、舞蹈、绘画等课程内容相比，数学知识显得抽象，较难理解。

它既不像语言故事那样具备形象和情节，也不像科学现象那样发生奇妙的变化，更不像艺术作品那样富有动人的旋律或鲜艳的色彩……

孩子感兴趣的多是那些形象生动、色彩鲜艳、会运动的事物，一般难以自发地对事物背后看不见摸不着的抽象数学属性产生兴趣。

加减运算单从数字、符号层面上看，是很抽象的，如果从现实生活应用中来看则比较具体化，可以转而理解为相应数量的物体，添上或拿走一部分数量物体，这是孩子比较容易理解的，所以不少观点支持教孩子计算时要把抽象数字加减和生活情景联系起来。

然而，即使把数字运算与生活情景联系起来，孩子能够理解了，但要得到答案，还得借助与数量相对应的具体实物进行动作上的增减。

不是每次做计算都能准备好实物或图片，而每个人都有一双随时能支配的手，所以大多孩子都有过用手指头帮助计算的经历。

不断变化的数字加减题，机械的拿取操作或伸屈手指头，容易使孩子觉得做计算枯燥无味。

大多成人不了解孩子各个年龄段对数概念的掌握水平，急切地表现出想要孩子直接在数字层面做出快速解答，这就更使孩子产生畏惧，导致对数字运算的厌烦。

二、孩子计算速度为什么快不起来

由于平时生活中或多或少都会碰到关于数字和数量的问题，这就积累了一定的感性经验，加上幼儿园数学教育，大多 4~6 岁孩子对 1~10 数字的理解能够脱离具体事物达到抽象理解的程度了，抽象的数字加减式子对他们来说不难理解，也能够通过摆弄实物、图片或扳手指头找到答案。

许多家长都熟悉这个场景：做加减计算题的时候，孩子经常是读一道计算题，放下铅笔，伸出两只手来，弯曲相应的手指头进行增减计算，才能得到答案。

有些家长着急：学了这么久，做了这么多，怎么还要用手指？为什么还是这么慢呢？

家长不了解，这是因为孩子现有的知识水平和思维特点使得他们必须依托具体实物，对实物数量进行增减操作后才能得到答案。

他们计算过程中，必须把抽象的数字转为具体的实物数量：做加法时，先用实物（或手指）确定一个加数数量，再确定另一个加数的数量，然后再把两个加数的总数量数（shǔ 三声）出来；做减法时，先把被减数的数量实物（或手指）呈现在眼前，然后从中拿走减数的数量，剩下的数量就是答案。

这需要集中注意力操作和判断，得花费因人而异的时间，有的孩子手指伸屈不熟练；有的孩子加减容易混淆；有的孩子注意力容易分散等等，都会造成不同的时间所需。

所以，很多家长都觉得孩子计算速度太慢。

三、孩子为什么不愿做减法

在孩子学计算过程中，不少家长、老师发现，孩子往往偏向喜欢做加法，而不太愿意做减法，把减法当加法做的情形也时有发生。

为什么孩子愿意做加法而不愿做减法呢？

如果用具体的实物进行运算，只要理解了减法的实际意义，减法对孩子来说也不难，可以对减少后的实物目测或点数出答案。

然而，因为家长不支持孩子借助实物（或手指）做计算，不能依靠实物，孩子只能偷偷地扳手指或盯着手指在心里进行增减，或者利用表象（在脑子里回想以前扳手指头的过程）进行计算，这些情况下，做减法则比做加法增加了一定的难度，具体分析如下：

加法中，孩子往往会使用半具体半抽象的方式，两数相加，其中较大数可以不需要明确的具体数量，可以把它当做一个抽象数群，只需确定较小数的具体数量，取相应的实物或伸出相应的手指，从较大数顺着往上数（shǔ 三声）即可得到答案，过程中只需注意较小数的数次，加数（shǔ 三声）完毕，答案也就出来了。

而减法是要从一个总数量中减少一部分数量，这两个数量不像加法可以交换。

孩子不仅要确定与被减数（总数量）对应的实物或手指，从中准确减去减数的量，还要认真判断出剩下的数量，这个过程如果不允许孩子借助实物（或手指），孩子肯定需要更多的注意力和思考判断过程，有一定难度。

有家长或老师教孩子把总数放心里，这也就把它当做一个抽象数群了，

然后往下倒着数要减的数次,如果减数不大也能很快得出答案,比如 $9-2$,从 9 往下倒数两次,8,7,答案就出来了;但减数大了则容易出错,如 $9-6$,从 9 往下倒数 6 次就不大容易了,而且由于倒数没有顺数那么熟练也影响计算速度。

再者孩子从小接触数字,大多是在累积加数,如数东西时 1,2,3……10,11,12,都是累积加 1。

两个两个数 2,4,6……是每次加 2……生活中碰到的数学问题往往也是合在一起用加法的情形更多,大多孩子对加法理解得更透彻,计算起来也更熟练。

因此,有不少孩子愿意做加法不喜欢做减法。

四、传统教学中孩子运算能力的三个发展过程

在传统教学中,根据大多数孩子计算能力的发展规律划分为三个阶段:从最初的具体实物运算阶段,发展到表象思维运算阶段,最后达到抽象概念运算阶段。

1. 具体实物运算阶段

一般为三到四岁,孩子此时尚未建立数群概念,需要依赖具体实物和动作的增减来进行数字运算,由最初的实物逐一增减发展到实物按群增减。

比如计算 $6+2$, $6-2$,先后表现出以下几种水平:

(1)逐一数出 6 个实物或手指,依题口中念“加一加二”(或“减一减二”)同时配以手头动作加上(减去)一个再加上(减去)一个,再数出增加或减少后的具体数目,得到答案。

这表示孩子还处在逐一计数的具体实物操作阶段,孩子对数字与数量之间的对应不够熟练,应多提供具体实物给孩子操作。

(2)无须一一细数很快拿出 6 个实物或直接伸出 6 根手指,再直接加上或减去 2,一眼便能看出答案。

这就意味着孩子从逐一计数提高到按群计数了。

(3)把 6 放在心里,依次往上或往下数两次得出答案。但若数字大了则还是需借助实物或手指,如 $8-6$ 。

不少 5、6 岁孩子学会并停留在这半具体半抽象水平：把一数放心里，另一数依靠实物和动作进行逐一加减，这当中利用了顺数和倒数。

2. 表象思维运算阶段

一般为 6、7 岁左右，孩子通过较长时间的实物操作，逐渐能够脱离具体实物（包括图片、手指、算珠等），依靠头脑中呈现的物体表象进行加减运算。该阶段孩子仍未建立全面的数概念。计算 $6+2$, $6-2$ ，具体表现为：

珠算表象运算过程：脑中相应地出现个位档上 5 下 1 珠靠梁，拨入两珠得 8；拨去两珠需依口诀减五加三得 4。

实物表象运算过程：因为 6 个以上实物孩子形成表象稍有困难，而一双手有固定的十指形态，更易于形成表象记忆，只需回想或暗中动几下手指，6 是一掌 5 指加 1 指，加两指成了 5 和 3 得 8；减两指则先少一指，一掌 5 再少 1 指得 4。

这些表象思维过程若是熟练，速度也会比较快。如果经过较长时间的专门训练，还能高度发展，达到令人称奇的效果，比如珠心算、手指算等等。

但数学是“源于现实并高于现实”的，它既是建立在具体事物基础上，又要摆脱具体事物进行抽象的思考，数学知识的获得最终是要摆脱具体实物的依托，成为抽象的概念体系。

而表象运算始终是把抽象数字转化为具体实物形象呈现在脑海中，孩子还是没能建立起抽象的数概念体系，因此表象运算必须要向更高层次的抽象运算发展。

3. 抽象概念运算阶段

一般为 7、8 岁左右，孩子在正确的教学引导下，建立了较为完整的数群概念，对数的分合及三数之间的关系得到较好的理解和掌握，能直接利用数群之间的关系进行运算，无需依靠实物的直观作用或以表象为依托，这是较高水平的抽象运算能力。具体表现：

计算 $6+2$, $6-2$ 时，无需再借助任何实物或表象，直接利用数的组合关系迅速得出答案：

因为 6 和 2 组成 8，所以 $6+2=8$ ；

因为 6 可以分成 2 和 4，所以 $6-2=4$ 。



第二节 成人体会抽象数字及加减

人们习惯于从自己角度看问题,觉得 10 以内加减再容易不过,就那么几个数字打转转,说抽象也给了小木棍、小卡片等实物让孩子学,已经多少回了,怎么还这么慢呢?平时读儿歌,听故事记忆力挺好,怎么就记不住这些简单的数字加减呢?真是让不少家长灰心丧气,以为自己孩子没有数学天分,急躁的家长不免叱责孩子:“你真笨,做了这么多回还做不来!”

——请不要责怪孩子,家长现在是成熟的头脑看这些 10 以内计算很简单,一定忘了自己小时候是怎样懵懵懂懂学过来的,现在我们一起来设身处地从孩子的角度体会一番,数概念的理解和数字加减运算到底难在哪里。

一、体会抽象数字和运算

因为成人对 10 以内数字早已有了全面透彻的理解,对任意 10 以内数字运算娴熟得很,那我们把 1~10 相应地依次换成字母 a~j,假设这些字母不仅在字形上取代数字,而且包含了与数字完全相同的数量关系和规律,如: $b(2)+e(5)=g(7)$; $I(9)-f(6)=c(3)$ 。

这个假设中不允许成人通过数字把字母和具体数量联系在一块进行记忆和熟练,如:不能把 c 与 3, f 与 6 联系在一起去记 c 和 f 的对应数量。

请认真地投入试一段时间,你就会通过自身的体会发现很多以前根本没能从孩子角度感受到的问题:

1. 开始学一阵,也许就能 a, b, c, d, e, f, g, h, i, j 唱熟了,但不能打乱认(假设你没学过字母但多次听别人念过),如同没学音乐知识的人可以唱“多来米发所拉西多”,却不能指认“4”怎么唱,“西”又是哪个唱符。

需经过一段时间认读,才渐渐熟悉每个字母与唱名的对应,可能形象相近的还会出现混淆,比如: b 和 d。

这就如同大多低龄孩子能叽里咕噜从 1 唱到 10 甚至 20,却不能打乱来认读,往往指着 5 认 2,指着 6 认成 9。

2. 能够打乱认读后,却一时不能与具体数量相对应,不熟悉字母所含的确切数量,看到 f,得曲指数数才知代表六个,看到一堆苹果,还得边点着边唱字母 a、b、c、d、e,方知是 e 个(五个)。

这就如同孩子顺溜地机械唱(写)数,能熟练读写 1~20 甚至更多数字,实际上并不清楚数词与具体数量的对应,更不了解这些数字之间的关系,所以孩子会唱(写)数不代表真正理解了数的意义。

3. 成人对数字之间的交叉运算都能迅速回答,而换成代表同样数量的字母让你进行计算,如 $f-d$,这时你一定深感其中的抽象了——连 f 和 d 代表多少数量都还没搞清,就要进行增减了?

你一定迫切需要具体实物的帮忙(不能通过数字联系),借助实物逐一数到相应数量的字母 f,再逐一数出要减去的数量 d,还得逐一点数出剩余数量的字母名。

这就是常见的 4、5 岁孩子具体实物运算中“逐一加减运算水平”,因为孩子尚未在数字与数量之间建立熟练稳定的联系,就被要求做数字之间的加减计算,孩子只有通过逐一计数的具体实物操作来得到答案。

4. 你该明白了,教孩子计算要先让孩子建立数与量的稳定联系,正如你做字母运算之前,得先练习字母与数量的对应!

这需要为期不短的一段时间,在物数对应活动中不断地熟悉,才能够达到字母与相应数量的快速稳定联系。

物数(应该是字母)对应熟悉到一定程度,能够以群计数了,如看到 5 件东西无须点数立刻就知道是 e,看到 h 就立刻知道代表 8 件东西。

但是,你能较快报出 $h-e$ 的答案很可能是你在心中把 $h-e$ 转换成 $8-5$ 了,因为你已经对数群加减相当熟练,可孩子对数群关系知道多少呢?他们还是得通过实物或图片进行计算。

物数对应熟练后,孩子计算速度就有了很大的提高,看着图片就能回答 8 只小鸟飞走了 2 只还有 6 只; $7-3$ 只需一次性伸出 7 根手指头,再弯下三根,立刻报出答案 4。

这就达到了“按群加减运算水平”,在此基础上也就比较容易发展到脱离实物或图片借助表象进行运算。

5. 当你能够借助实物按群进行字母加减了,开始要求你借助表象做计

算以摆脱对具体实物或手指的依赖，你会发现，已有的数字运算经验挡都挡不住在帮忙。

但孩子头脑里没有多少数概念和数关系帮忙，要求不借助外物，他们只能把平时计算操作的经过在脑子里回放，这就是“表象运算”。

小数字的表象形成还容易些，碰到大一点的数字如超过 6 个以上，表象形成就不那么容易了，提取记忆中以往计算经验又不那么确定，可能还要暗中借用一下手指。

很多七岁左右孩子正处在这种计算水平，大多数字运算可以较快地正确做出，数目大一点偶尔会出错，或者不易形成表象仍要借助手指，尤其是减数较大的减法。

6. 即使是成人实验，也要过很长一段时间才能彻底摆脱实物或手指表象，直接在字母层面熟练地进行交叉运算。

字母所含具体数量以及字母间的数量关系已娴熟在心，不需要借助任何外物就能快速做字母加减，你才算是达到了“字母抽象运算水平”，就像你已有的数字抽象运算能力一样。

一般孩子就是这样经历了物数对应、具体实物逐一加减、按群加减、表象运算等过程，到 7、8 岁才终于达到初步的抽象运算水平。

这时你是不是深有感触，才体会到成人看起来简单的 10 以内加减计算，孩子学起来却要这么辛苦，需要这么复杂漫长的过程！

你以前的心急和斥责只会让孩子害怕、厌烦、逃避做计算，认为自己真的很笨，以至于对整个数学学习失去兴趣和自信，这不是你希望看到的吧！

二、体会之后的反思

如果你认真地花时间投入上面这个实验，你会惊讶于竟然需要这么长时间和这么多次的重复操作运算和表象运算，才能勉强达到初步的抽象字母运算能力！难怪孩子学计算这么辛苦而且不感兴趣。

这么长时间的实物操作运算和表象运算到底起什么作用呢？

成人在体验实物操作过程中不难体会到，具体操作运算中，只是机械地把计算式转为具体的实物增减运算，只需按照一定程序操作，无须多费思考即能得出答案。如 $6-4$ ，孩子只需取 6 件物品，从中拿掉 4 件，剩下的