无线电应用数学

上　册

〔日〕石上彦一　著
黄宗成　译

科学普及出版社

内 容 提 要

本书是针对无线电专业的实际需要而编写的。内容以初等数学为起点，由浅入深，直到微分方程和富里埃级数，讲述较细，紧密联系无线电技术的实际，每章有适量的例题及习题，并附有答案。

本书可供我国从事无线电专业的读者及无线电业余爱好者和广大知识青年学习参考。

無線工学のための応用数学

石上彦一 著

財団法人無線従事者教育協会

* * *

无线电应用数学

上 册

〔日〕石上彦一 著

黄宗成 译

*

科学普及出版社出版（北京西郊友谊宾馆）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

沈阳新华印刷厂印刷

*

开本：787×1092毫米 1/32 印张：5 1/8 字数：113千字

1980年5月第1版 1980年5月第1次印刷

印数：1—80,500册 定价：0.41元

统一书号：13051·1030 本社书号：0033

目 录

目　　录

第1章　计算基础

电子学和无线电工程学的电路计算，首先是列出电路方程，然后进行代数和算术计算，以求解方程．下面介绍简单的代数计算方法．

1·1　整　式

将数字和字母相乘而构成单项式，用加减号连接几个单项式而构成多项式，**整式**则是单项式与多项式的总称．

数和代数式的加法及乘法遵守交换律、结合律和分配律：

交换律

$$a+b=b+a, \qquad ab=ba,$$

结合律

$$(a+b)+c=a+(b+c),$$
$$(ab)c=a(bc),$$

分配律

$$a(b+c)=ab+ac,$$

【例 1·1】 $6x-x^3+5x^2+4$

$=-x^3+6x+5x^2+4$　（加法交换律）

$=-x^3+(6x+5x^2)+4$　（加法结合律）

$=-x^3+(6+5x)x+4$．（分配律）

在单项式中，各字母的指数之和称为单项式的**次数**．多

项式中则是把它的各项中最高的次数称为多项式的次数.

1·2 分式及其计算

设 a, b 为整式,则 $\frac{b}{a}$ 的形式（但$a\neq 0$）叫做分式,又叫做有理式. 分式有以下性质:

1. 分式的分子和分母同乘以不等于零的任意数，其值不变. 即有

$$\frac{bc}{ac}=\frac{b}{a}\quad(\text{但}\ c\neq 0)$$

成立.

2. 分式的分子和分母同用不等于零的任意数除，其值不变. 即有

$$\frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}}=\frac{b}{a}\quad(\text{但}\ c\neq 0)$$

成立. 因此，分子和分母有公约数时，可以约分. 分子和分母互为素数的分式，称为既约分式.

将分式用分子和分母的最大公约数❶约分即成为既约分式.

【例 1·2】 试将下列两式约分:

---

❶ 在几个整式的公约数中，次数最高的称为**最大公约数**.例如: $15x^3y$, $12x^2y^2$, $9x^2yz$ 的最大公约数为 $3x^2y$.又, $(x-1)(x+2)$ 和 $(x-2)(x-1)$的最大公约数为$(x-1)$.

（1）$\dfrac{x^2-1}{x^3-1}$，（2）$\dfrac{a^3-a^2-2a}{a^3-4a}$。

【解】

（1）$\dfrac{x^2-1}{x^3-1}=\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}=\dfrac{x+1}{x^2+x+1}$。

（2）$$\dfrac{a^3-a^2-2a}{a^3-4a}=\dfrac{a(a^2-a-2)}{a(a^2-4)}$$

$$=\dfrac{a(a+1)(a-2)}{a(a-2)(a+2)}=\dfrac{a+1}{a+2}.$$

1·2·1 加法和减法

分母相同的分式的加法和减法如下：

$$\frac{b}{a}\pm\frac{c}{a}=\frac{b\pm c}{a}.$$

分母不同时，则将各个分式的分母、分子分别乘以相同的数，将分母化为相同，叫做通分．通分是以最小公倍数❶作为公共分母．即，$\dfrac{b}{a}\pm\dfrac{d}{c}$的计算为：

1．求分母的最小公倍数 ac，

2．将各个分母都化为 ac：

$$\frac{b}{a}=\frac{bc}{ac},\qquad \frac{d}{c}=\frac{ad}{ac}.$$

3．将分子进行加减计算．

---

❶ 在几个整式的共同倍数中，次数最低的叫做最小公倍数．例如，$4a^2b^2$ 和 $6ab^2c$ 的最小公倍数为 $12a^2b^2c$．$x^2(x-1)$ 和 $x(x-1)(x+1)$ 的最小公倍数为 $x^2(x-1)(x+1)$．

【例 1·3】 试计算下列的加法和减法：

（1） $\dfrac{y}{xy-x^2}+\dfrac{x}{xy-y^2}$，　　（2） $\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{2x}{1-x^2}$。

【解】 （1） $$\frac{y}{xy-x^2}+\frac{x}{xy-y^2}=\frac{y}{x(y-x)}-\frac{x}{y(y-x)}$$

$$=\frac{y^2-x^2}{xy(y-x)}=\frac{(y-x)(y+x)}{xy(y-x)}$$

$$=\frac{y+x}{xy}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}.$$

（2） $$\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1-x^2}=\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{(1+x)(1-x)}$$

$$=\frac{1-x+2x}{(1+x)(1-x)}=\frac{1+x}{(1+x)(1-x)}$$

$$=\frac{1}{1-x}.$$

如果整式 b 的次数不低于整式 a 的次数，若用 a 除 b 得商 q 余 r，则：

$$\frac{b}{a}=\frac{aq+r}{a}=\frac{aq}{a}+\frac{r}{a}=q+\frac{r}{a}.$$

【例 1·4】 试计算下式：

（1） $\dfrac{2x^2-1}{x-1}$，　　（2） $\dfrac{x^3+2x+1}{x^2-2}$。

【解】 （1） $\dfrac{2x^2-1}{x-1}=2(x+1)+\dfrac{1}{x-1}$.

$$\begin{array}{rl} & 2x+2 \\ x-1 & \overline{)\,2x^2 \qquad -1} \\ & \underline{2x^2-2x\qquad} \\ & \qquad 2x-1 \\ & \qquad \underline{2x-2} \\ & \qquad\qquad 1 \end{array}$$

（2） $\dfrac{x^3+2x+1}{x^2-2}=x+\dfrac{4x+1}{x^2-2}$.

$$\begin{array}{rl} & x \\ x^2-2 & \overline{)\,x^3+2x+1} \\ & \underline{x^3-2x\qquad} \\ & \qquad 4x+1 \end{array}$$

1·2·2 乘法和除法

分式乘法，是分母和分母相乘，分子和分子相乘．即

$$\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}=\frac{bd}{ac}.$$

分式除法，是将除数的分母和分子进行互换，而后做乘法计算．即

$$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}=\frac{bc}{ad}.$$

【例 1·5】 试计算下式：

（1） $\dfrac{x-1}{2x-1}\times\dfrac{2x^2+x-1}{x^2-2x+1}\times\dfrac{x-1}{x}$.

（2） $\dfrac{x^2-y^2}{x^2y+xy^2}\div\dfrac{x^2-2xy+y^2}{x^3-x^2y+xy^2}\div\dfrac{x^3+y^3}{xy-y^2+x-y}$.

【解】（1）$\dfrac{x-1}{2x-1}\times\dfrac{2x^2+x-1}{x^2-2x+1}\times\dfrac{x-1}{x}$

$$=\frac{x-1}{2x-1}\times\frac{(2x-1)(x+1)}{(x-1)^2}\times\frac{x-1}{x}$$

$$=\frac{x+1}{x}.$$

（2）$\dfrac{x^2-y^2}{x^2y+xy^2}\div\dfrac{x^2-2xy+y^2}{x^3-x^2y+xy^2}\div\dfrac{x^3+y^3}{xy-y^2+x-y}$

$$=\frac{x^2-y^2}{x^2y+xy^2}\times\frac{x^3-x^2y+xy^2}{x^2-2xy+y^2}\times\frac{xy-y^2+x-y}{x^3+y^3}$$

$$=\frac{(x-y)(x+y)}{xy(x+y)}\times\frac{x(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2}\times\frac{(x-y)(y+1)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$=\frac{y+1}{y(x+y)}.$$

1·2·3 繁 分 式

分子和分母皆为分式的分式，例如$(b/a)/(d/c)$，叫做繁分式．繁分式的计算如下式所示：

$$\left(\frac{b}{a}\right)\Big/\left(\frac{d}{c}\right)=\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}=\frac{bc}{ad}.$$

【例 1·6】 试将以下的繁分式化简：

（1）$\dfrac{1}{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}}$.　　（2）$\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}}$.

【解】（1）$$\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}=\frac{1}{\frac{yz+xz+xy}{xyz}}$$

$$=\frac{xyz}{yz+xz+xy}.$$

（2）.$$\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}=\frac{1}{1-\frac{x}{x-1}}=\frac{x-1}{x-1-x}$$

$$=-(x-1)=1-x.$$

1·2·4 比 例 式

x 除 y 的商 y/x $(x\neq0,\ y\neq0)$ 称为 y 比 x，写做 $y:x$。将 $a:b$ 和 $c:d$ 用等号连接起来的式子

$$a:b=c:d \qquad \left(即\quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\right),$$

叫做比例式.其中 a 和 d 称为外项，b 和 c 称为内项. 现在设这个比值为 k:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k,$$

则有

$$a=bk,\quad c=dk.$$

若在 $a/b=c/d$ 的两边分别乘以 bd，则得 $ad=bc$。因此，比例式的外项之积等于内项之积.

其次，如果 $a:b=b:c$，即 $b^2=ac$，则 b 叫做 a 和 c 的比例中项. 如果 b 为 a 和 c 的这样的比例中项: $a/b=b/c=k$,则 $b=ck$，$a=ck^2$.

假若 $a,b,c,\cdots$和 $a',b',c',\cdots$之间，有关系

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\cdots,$$

则称 $a,b,c,\cdots$ 与 a', b', c', $\cdots$ 成比例. 写做:

$$a:b:c:\cdots=a':b':c':\cdots,$$

$a:b:c,\cdots$ 称为 $a,b,c,\cdots$ 的连比.

【例 1·7】 假设 $2x+y-z=0$ 和 $x+y+3z=0$ 成立, 试求 $x:y:z$.

【解】 将二方程联立成方程组:

$$\begin{cases}2x+y-z=0, & ① \\ x+y+3z=0, & ②\end{cases}$$

①式减②式即得

$$x-4z=0,$$

所以

$$x:z=4:1.$$

将②式 2 倍后再减①式即得:

$$y+7z=0,$$

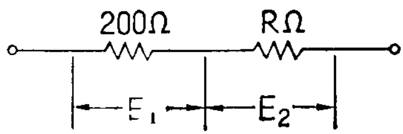
所以

$$y:z=-7:1.$$

因此,

$$x:y:z=4:-7:1.$$

【例 1·8】 如第 1·1 图所示, 200〔Ω〕的电阻和 R〔Ω〕的电阻串联, 200〔Ω〕电阻两端的电压 E_1〔v〕和 R〔Ω〕电阻两端的电压 E_2〔v〕之比为2 : 5. 试求电阻 R 值.



第 1·1 图

【解】 根据欧姆定律, 电压和电阻成比例:

$$E_1 : E_2 = 200 : R, \quad \left(\text{即} \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{200}{R}\right),$$

所以

$$R = \frac{E_2}{E_1} \times 200. \qquad ①$$

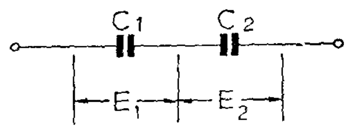
又由题意知 $E_1 : E_2 = 2 : 5$，故有

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{2}{5}, \qquad ②$$

将②式代入①式，即得所求的 R 值：

$$R = \frac{5}{2} \times 200 = 500 \text{〔}\Omega\text{〕}.$$

【例 1·9】 如第1·2图所示，C_1〔F〕两端的电压 E_1〔v〕是 C_2〔F〕两端的电压 E_2〔v〕的 3 倍，试求 C_1 和 C_2 的比。



第 1·2 图

【解】 C_1 和 C_2 的电抗用 $1/\omega C_1$，$1/\omega C_2$（ω 是角频率，$\omega = 2\pi f$）表示，根据欧姆定律有：

$$\left(\frac{1}{\omega C_1}\right) \Big/ \left(\frac{1}{\omega C_2}\right) = \frac{E_1}{E_2},$$

因此，

$$\frac{1}{\omega C_1} \times \frac{\omega C_2}{1} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{E_1}{E_2}.$$

由题意知，$E_1 = 3E_2$，将此式代入上式得：

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{3E_2}{E_2} = 3,$$

所以

$$C_2 : C_1 = 3 : 1.$$