

无线电应用数学

上册

〔日〕石上彦一 著
黄宗成 译

科学普及出版社

内 容 提 要

本书是针对无线电专业的实际需要而编写的。内容以初等数学为起点，由浅入深，直到微分方程和富里埃级数，讲述较细，紧密联系无线电技术的实际，每章有适量的例题及习题，并附有答案。

本书可供我国从事无线电专业的读者及无线电业余爱好者和广大知识青年学习参考。

無線工学のための応用数学

石上彦一 著

財団法人無線従事者教育協会

* * *

无 线 电 应 用 数 学

上 册

〔日〕石上彦一 著

黄 宗 成 译

*

科学普及出版社 出版（北京西郊友谊宾馆）
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
沈阳新华印刷厂印刷

*

开本：787×1092毫米^{1/32} 印张：5^{1/8} 字数：113千字

1980年5月第1版 1980年5月第1次印刷

印数：1—80,500册 定价：0.41元

统一书号：13051·1030 本社书号：0033

目 录

第 1 章 计算基础	1
1.1 整式	1
1.2 分式及其计算	2
1.2.1 加法和减法	3
1.2.2 乘法和除法	5
1.2.3 繁分式	6
1.2.4 比例式	7
1.3 一次方程的解法	10
1.4 二元一次方程组的解法	14
1.5 三元一次方程组的解法	17
1.6 一元二次方程的解法	23
1.7 二次方程的根和系数的关系	26
1.8 指数	27
1.8.1 指数计算 (之一)	27
1.8.2 指数计算 (之二)	29
1.9 对数	31
1.9.1 对数的性质	32
1.9.2 对数的计算	33
1.10 分贝	39
习题	42
习题解答	45
对数表	47
第 2 章 行列式和矩阵	51
2.1 行列式	51
2.2 方程组的解法	58

2.3 行列式应用举例	63
2.4 矩阵	69
2.4.1 矩阵的种类	69
2.4.2 矩阵的相等和加减法	72
2.4.3 矩阵的乘法	72
2.4.4 逆矩阵元素的求法	73
2.4.5 矩阵的除法	77
2.5 矩阵应用举例	79
2.5.1 电阻元件组成的电路	79
2.5.2 有关四端网络的矩阵	82
2.5.3 四端网络的联接	92
2.5.4 串并联元件组合电路的 F 矩阵	98
习题	102
习题解答	104
第 3 章 三角函数	106
3.1 角度的表示方法	106
3.2 三角函数	107
3.3 三角函数的相互关系	109
3.3.1 加法定理	111
3.3.2 倍角和半角公式的推导	113
3.3.3 三倍角公式的推导	114
3.3.4 相异角的正弦和余弦的乘积公式	116
3.3.5 相异角的正弦、余弦的和差公式	117
3.3.6 余弦第二定律的推导	117
3.4 三角函数应用举例	118
3.4.1 加法定理的应用例题	118
3.4.2 倍角及和、差、积公式的应用举例	122
3.4.3 应用勾股定理的情况	125
3.4.4 余弦第二定律的应用	127
3.4.5 正弦、余弦和差公式的应用	129
习题	129

习题解答	130
第4章 复数	133
4.1 复数的定义和定理	133
4.2 复数的表示方法	135
4.2.1 直角坐标形	135
4.2.2 三角函数形	138
4.2.3 指数函数形	140
4.3 复数的计算方法	141
4.3.1 加法	141
4.3.2 减法	141
4.3.3 乘法	142
4.3.4 除法	142
4.4 用指数函数形作复数的乘除计算	144
4.4.1 乘法	144
4.4.2 除法	145
4.5 应用三角函数形的复数计算	145
4.5.1 加减法	145
4.5.2 乘法	145
4.5.3 除法	146
4.6 复数计算应用举例	147
习题	154
习题解答	156

目 录

第 5 章 微分	159
5.1 函数的极限	159
5.2 微分法	165
5.3 微分法的定理和公式	167
5.3.1 幂函数的导数	167
5.3.2 $y = kf(x)$ 的导数 (k 为常数)	168
5.3.3 函数和的导数	169
5.3.4 两个函数乘积的导数	169
5.3.5 二函数商的导数	170
5.3.6 复合函数的导数	171
5.3.7 反函数的导数	172
5.3.8 含有参变量的函数的导数	172
5.3.9 三角函数的导数	175
5.3.10 反三角函数的导数	178
5.3.11 指数函数的导数	183
5.3.12 对数函数的导数	186
5.4 极大、极小的求法	189
5.4.1 比较 $f'(x)$ 符号变化的方法	190
5.4.2 根据 $f''(x)$ 的正负号来确定的方法	193
5.5 高阶导数	202
5.5.1 指数、对数、三角函数、反三角函数的 n 阶导数	203
5.5.2 函数和的高阶导数	205
5.5.3 函数积的高阶导数	205
5.6 偏导数	206
5.6.1 全微分和偏导数	207
5.6.2 高阶偏导数	208
5.7 函数的展开	209

5.7.1 泰勒级数	209
5.7.2 麦克劳林级数	213
5.8 微分计算应用举例	219
习题	223
习题解答	225
第 6 章 积分	229
6.1 积分的研究方法	229
6.2 不定积分的定理和公式	233
6.2.1 代数函数的不定积分公式	233
6.2.2 常数可以提到积分号的外面	234
6.2.3 函数的和或差的积分	234
6.2.4 置换积分法	235
6.2.5 分部积分法	237
6.2.6 指数函数的不定积分公式	239
6.2.7 三角函数的不定积分公式	240
6.2.8 反三角函数的不定积分公式	241
6.3 积分应用举例	246
习题	259
习题解答	261
第 7 章 微分方程	263
7.1 微分方程	263
7.2 微分方程的解	264
7.3 一阶常微分方程的解	265
7.3.1 变量分离的微分方程	265
7.3.2 齐次微分方程	266
7.3.3 线性微分方程	268
7.4 二阶线性微分方程的解法	270
7.4.1 特殊形	270
7.4.2 常系数二阶线性微分方程	273
7.5 微分方程应用举例	286

习题	295
习题解答	297
第 8 章 富里埃级数	299
8.1 富里埃级数	299
8.1.1 常数项 B_0 的求法	300
8.1.2 正弦项系数 A_m 的求法	301
8.1.3 余弦项系数 B_m 的求法	305
8.2 特殊波形的谐波分析	308
8.2.1 对称波	308
8.2.2 奇函数波	314
8.2.3 偶函数波	317
8.3 富里埃级数应用举例	321
习题	328
习题解答	329

第1章 计算基础

电子学和无线电工程学的电路计算，首先是列出电路方程，然后进行代数和算术计算，以求解方程。下面介绍简单的代数计算方法。

1.1 整 式

将数字和字母相乘而构成单项式，用加减号连接几个单项式而构成多项式，整式则是单项式与多项式的总称。

数和代数式的加法及乘法遵守交换律、结合律和分配律：

交换律

$$a + b = b + a, \quad ab = ba,$$

结合律

$$(a + b) + c = a + (b + c),$$

$$(ab)c = a(bc),$$

分配律

$$a(b + c) = ab + ac,$$

【例 1.1】 $6x - x^3 + 5x^2 + 4$

$$= -x^3 + 6x + 5x^2 + 4 \quad (\text{加法交换律})$$

$$= -x^3 + (6x + 5x^2) + 4 \quad (\text{加法结合律})$$

$$= -x^3 + (6 + 5x)x + 4. \quad (\text{分配律})$$

在单项式中，各字母的指数之和称为单项式的次数。多

项式中则是把它的各项中最高的次数称为多项式的次数。

1.2 分式及其计算

设 a, b 为整式, 则 $\frac{b}{a}$ 的形式 (但 $a \neq 0$) 叫做分式, 又

叫做有理式。分式有以下性质:

1. 分式的分子和分母同乘以不等于零的任意数, 其值不变。即有

$$\frac{bc}{ac} = \frac{b}{a} \quad (\text{但 } c \neq 0)$$

成立。

2. 分式的分子和分母同用不等于零的任意数除, 其值不变。即有

$$\frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{b}{a} \quad (\text{但 } c \neq 0)$$

成立。因此, 分子和分母有公约数时, 可以约分。分子和分母互为素数的分式, 称为既约分式。

将分式用分子和分母的最大公约数^①约分即成为既约分式。

【例 1.2】 试将下列两式约分:

① 在几个整式的公约数中, 次数最高的称为最大公约数。例如: $15x^3y$, $12x^2y^2$, $9x^2yz$ 的最大公约数为 $3x^2y$ 。又, $(x-1)(x+2)$ 和 $(x-2)(x-1)$ 的最大公约数为 $(x-1)$ 。

$$(1) \quad \frac{x^2-1}{x^3-1}, \quad (2) \quad \frac{a^3-a^2-2a}{a^3-4a}.$$

【解】

$$(1) \quad \frac{x^2-1}{x^3-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x+1}{x^2+x+1}.$$

$$(2) \quad \frac{a^3-a^2-2a}{a^3-4a} = \frac{a(a^2-a-2)}{a(a^2-4)} \\ = \frac{a(a+1)(a-2)}{a(a-2)(a+2)} = \frac{a+1}{a+2}.$$

1.2.1 加法和减法

分母相同的分式的加法和减法如下：

$$\frac{b}{a} \pm \frac{c}{a} = \frac{b \pm c}{a}.$$

分母不同时，则将各个分式的分母、分子分别乘以相同的数，将分母化为相同，叫做通分。通分是以最小公倍数①

作为公共分母。即， $\frac{b}{a} \pm \frac{d}{c}$ 的计算为：

1. 求分母的最小公倍数 ac ，

2. 将各个分母都化为 ac ：

$$\frac{b}{a} = \frac{bc}{ac}, \quad \frac{d}{c} = \frac{ad}{ac}.$$

3. 将分子进行加减计算。

① 在几个整式的共同倍数中，次数最低的叫做最小公倍数。例如， $4a^2b^2$ 和 $6ab^2c$ 的最小公倍数为 $12a^2b^2c$ 。 $x^2(x-1)$ 和 $x(x-1)(x+1)$ 的最小公倍数为 $x^2(x-1)(x+1)$ 。

【例 1.3】 试计算下列的加法和减法:

$$(1) \quad \frac{y}{xy-x^2} + \frac{x}{xy-y^2}, \quad (2) \quad \frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}.$$

【解】

$$\begin{aligned}(1) \quad \frac{y}{xy-x^2} + \frac{x}{xy-y^2} &= \frac{y}{x(y-x)} - \frac{x}{y(y-x)} \\&= \frac{y^2-x^2}{xy(y-x)} = \frac{(y-x)(y+x)}{xy(y-x)} \\&= \frac{y+x}{xy} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} &= \frac{1}{1+x} + \frac{2x}{(1+x)(1-x)} \\&= \frac{1-x+2x}{(1+x)(1-x)} = \frac{1+x}{(1+x)(1-x)} \\&= \frac{1}{1-x}.\end{aligned}$$

如果整式 b 的次数不低于整式 a 的次数, 若用 a 除 b 得商 q 余 r , 则:

$$\frac{b}{a} = \frac{aq+r}{a} = \frac{aq}{a} + \frac{r}{a} = q + \frac{r}{a}.$$

【例 1.4】 试计算下式:

$$(1) \quad \frac{2x^2-1}{x-1}, \quad (2) \quad \frac{x^3+2x+1}{x^2-2}.$$

$$\text{【解】} \quad (1) \quad \frac{2x^2-1}{x-1} = 2(x+1) + \frac{1}{x-1}.$$

$$\begin{array}{r} 2x+2 \\ x-1 \overline{) 2x^2-1} \\ \underline{2x^2-2x} \\ 2x-1 \\ \underline{2x-2} \\ 1 \end{array}$$

$$(2) \quad \frac{x^3+2x+1}{x^2-2} = x + \frac{4x+1}{x^2-2}.$$

$$\begin{array}{r} x \\ x^2-2 \overline{) x^3+2x+1} \\ \underline{x^3-2x} \\ 4x+1 \end{array}$$

1.2.2 乘 法 和 除 法

分式乘法，是分母和分母相乘，分子和分子相乘。即

$$\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{bd}{ac}.$$

分式除法，是将除数的分母和分子进行互换，而后做乘法计算。即

$$\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} = \frac{bc}{ad}.$$

【例 1.5】 试计算下式：

$$(1) \quad \frac{x-1}{2x-1} \times \frac{2x^2+x-1}{x^2-2x+1} \times \frac{x-1}{x}.$$

$$(2) \quad \frac{x^2-y^2}{x^2y+xy^2} \div \frac{x^2-2xy+y^2}{x^3-x^2y+xy^2} \div \frac{x^3+y^3}{xy-y^2+x-y}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 (1)} \quad & \frac{x-1}{2x-1} \times \frac{2x^2+x-1}{x^2-2x+1} \times \frac{x-1}{x} \\
 &= \frac{x-1}{2x-1} \times \frac{(2x-1)(x+1)}{(x-1)^2} \times \frac{x-1}{x} \\
 &= \frac{x+1}{x}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \frac{x^2-y^2}{x^2y+xy^2} \div \frac{x^2-2xy+y^2}{x^3-x^2y+xy^2} \div \frac{x^3+y^3}{xy-y^2+x-y} \\
 &= \frac{x^2-y^2}{x^2y+xy^2} \times \frac{x^3-x^2y+xy^2}{x^2-2xy+y^2} \times \frac{xy-y^2+x-y}{x^3+y^3} \\
 &= \frac{(x-y)(x+y)}{xy(x+y)} \times \frac{x(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2} \\
 &\quad \times \frac{(x-y)(y+1)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \\
 &= \frac{y+1}{y(x+y)}.
 \end{aligned}$$

1.2.3 繁 分 式

分子和分母皆为分式的分式，例如 $(b/a)/(d/c)$ ，叫做繁分式。繁分式的计算如下式所示：

$$\left(\frac{b}{a}\right) \div \left(\frac{d}{c}\right) = \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} = \frac{bc}{ad}.$$

【例 1.6】 试将以下的繁分式化简：

$$(1) \quad \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}. \quad (2) \quad \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}.$$

$$\begin{aligned} \text{【解】} \quad (1) \quad \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}} &= \frac{1}{\frac{yz + xz + xy}{xyz}} \\ &= \frac{xyz}{yz + xz + xy}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} = \frac{x-1}{x-1-x} \\ &= -(x-1) = 1-x. \end{aligned}$$

1.2.4 比 例 式

x 除 y 的商 y/x ($x \neq 0, y \neq 0$) 称为 y 比 x , 写做 $y:x$.
将 $a:b$ 和 $c:d$ 用等号连接起来的式子

$$a:b = c:d \quad \left(\text{即} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \right),$$

叫做比例式. 其中 a 和 d 称为外项, b 和 c 称为内项. 现在设这个比值为 k :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k,$$

则有

$$a = bk, \quad c = dk.$$

若在 $a/b = c/d$ 的两边分别乘以 bd , 则得 $ad = bc$. 因此, 比例式的外项之积等于内项之积.

其次, 如果 $a:b = b:c$, 即 $b^2 = ac$, 则 b 叫做 a 和 c 的比例中项. 如果 b 为 a 和 c 的这样的比例中项:
 $a/b = b/c = k$, 则 $b = ck, a = ck^2$.

假若 $a, b, c, \dots$ 和 $a', b', c', \dots$ 之间, 有关系

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots,$$

则称 $a, b, c, \dots$ 与 $a', b', c', \dots$ 成比例。写做:

$$a:b:c:\dots = a':b':c':\dots,$$

$a:b:c, \dots$ 称为 $a, b, c, \dots$ 的连比。

【例 1.7】 假设 $2x + y - z = 0$ 和 $x + y + 3z = 0$ 成立, 试求 $x:y:z$ 。

【解】 将二方程联立成方程组:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0, & \text{①} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 0, & \text{②} \end{cases}$$

①式减②式即得

$$x - 4z = 0,$$

所以

$$x:z = 4:1.$$

将②式 2 倍后再减①式即得:

$$y + 7z = 0,$$

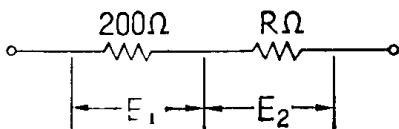
所以

$$y:z = -7:1.$$

因此,

$$x:y:z = 4:-7:1.$$

【例 1.8】 如第 1.1 图所示, $200[\Omega]$ 的电阻和 $R[\Omega]$ 的电阻串联, $200[\Omega]$ 电阻两端的电压 $E_1[\text{v}]$ 和 $R[\Omega]$ 电阻两端的电压 $E_2[\text{v}]$ 之比为 $2:5$ 。试求电阻 R 值。



第 1.1 图

【解】 根据欧姆定律, 电压和电阻成比例:

$$E_1:E_2=200:R, \quad \left(\text{即 } \frac{E_1}{E_2}=\frac{200}{R}\right),$$

所以

$$R=\frac{E_2}{E_1}\times 200. \quad \textcircled{1}$$

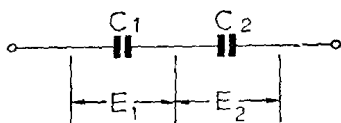
又由题意知 $E_1:E_2=2:5$, 故有

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{2}{5}, \quad \textcircled{2}$$

将②式代入①式, 即得所求的 R 值:

$$R=\frac{5}{2}\times 200=500[\Omega].$$

【例 1·9】如第1·2图所示, C_1 [F] 两端的电压 E_1 [V] 是 C_2 [F] 两端的电压 E_2 [V] 的 3 倍, 试求 C_1 和 C_2 的比.



第 1·2 图

【解】 C_1 和 C_2 的电抗用 $1/\omega C_1$, $1/\omega C_2$ (ω 是角频率, $\omega=2\pi f$) 表示, 根据欧姆定律有:

$$\left(\frac{1}{\omega C_1}\right) \bigg/ \left(\frac{1}{\omega C_2}\right) = \frac{E_1}{E_2},$$

因此,

$$\frac{1}{\omega C_1} \times \frac{\omega C_2}{1} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{E_1}{E_2}.$$

由题意知, $E_1=3E_2$, 将此式代入上式得:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{3E_2}{E_2} = 3,$$

所以

$$C_2:C_1=3:1.$$