

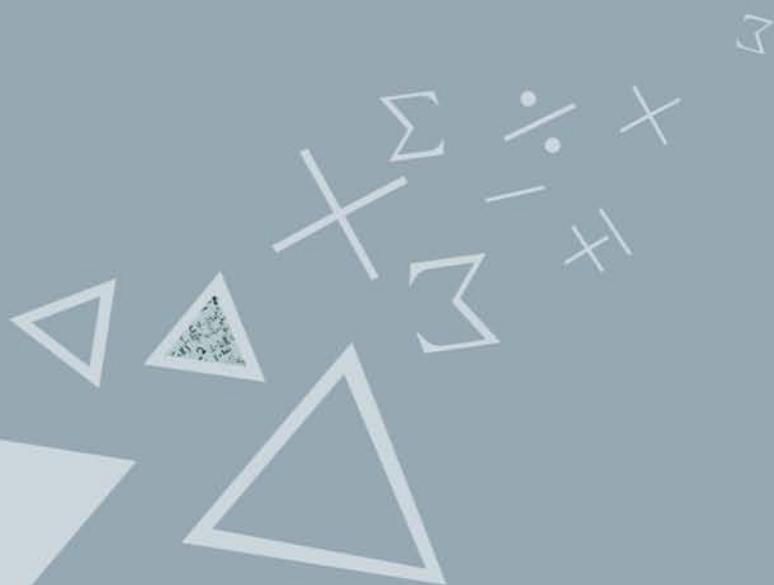
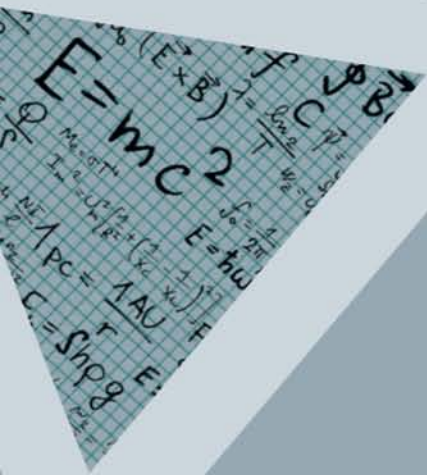
CONG GAOKAO TIXING FENXI
DAO SHIJI YINGYONG YANJIU

从高考题型分析 到实际应用研究

——数学教育与科研优秀成果展

主 编◇柯 铎

副主编◇虞中友 周仁国



西南交通大学出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

从高考题型分析到实际应用研究 : 数学教育与科研
优秀成果展 / 柯铎主编. —成都: 西南交通大学出版
社, 2015.8

ISBN 978-7-5643-3988-3

I. ①从… II. ①柯… III. ①中学数学课—教学研究
—高中 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 139127 号

从高考题型分析到实际应用研究

——数学教育与科研优秀成果展

主编 柯 铎

责 任 编 辑	张宝华
封 面 设 计	墨创文化
出 版 发 行	西南交通大学出版社 (四川省成都市金牛区交大路 146 号)
发 行 部 电 话	028-87600564 028-87600533
邮 政 编 码	610031
网 址	http://www.xnjdcbs.com
印 刷	四川嘉乐印务有限公司
成 品 尺 寸	185 mm × 260 mm
印 张	22.75
字 数	589 千
版 次	2015 年 8 月第 1 版
印 次	2015 年 8 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-3988-3
定 价	88.00 元

课件咨询电话: 028-87600533

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

自有人类社会及其教育活动以来,就有了教师工作.但是,专门的师范教育机构和制度的产生以及师范教育事业的大规模发展,则是距今两三百年的事情.世界上第一所师范学校诞生于法国.而我国最早的师范学校是 1897 年上海南洋公学所设的师范院,最早建立的一所高等师范学校是北京师范大学,其前身是 1902 年创办的京师大学堂师范馆.

遵义师范学院位于闻名中外的中国革命历史文化名城——遵义市,始建于 1907 年,是一所拥有百年师范传统的学府.1958 年正式成立遵义师范专科学校,2001 年升格为遵义师范学院.2007 年以良好的成绩顺利通过国家教育部本科教学工作水平评估.为适应世界教育发展的新格局和国家教育部的新要求,我校正在由传统师范类教育向应用型综合大学转型发展:既要弘扬百年师范教育传统,做强做优师范教育,又要立足地方,服务基层,以适应和引领地方经济社会发展和文明进步的学科专业建设为重点,培养“留得住、下得去、用得上”的具有奉献精神、创新意识和实践能力的高素质应用型人才,把学校建设成为特色鲜明、对地方经济社会发展和文明进步具有人才、智力和技术支撑的开放、协同、创新、卓越的区域性应用型综合大学.

在近年来就业竞争日益激烈的情况下,数学与计算科学学院的就业率始终保持在 98%以上,连续六年在学校名列前茅.为适应学校转型和跨越式发展,在原来的数学与应用数学和统计学两个专业的基础上,又加挂了经济数学和物流系统建模与仿真两个方向.此论文集《从高考题型分析到实际应用研究》的出版,不是证明我们的办学已臻完善,而是说明我们还有许多值得进一步探讨和修正的地方,所以,出版此论文集,旨在为今后进一步做好教育教学工作提供一个新的基点.

本论文集题材定位于数学教育与科研,主要从遵义师范学院数学与计算科学学院 2014 届学生优秀学位论文和 2014 年我院新进的具有硕士、博士学位的教师力作中选取,共收录师生数学教育教学以及科研论文 70 篇,按内容分为高考研究、教学研究、方法研究、应用研究及其他等五个部分.所选的多数文章毕竟出自新人之手,稚嫩是难免的,然而新人之作,因较少受到陈见拘束,却也不乏清新之气.学术没有疆界,给学生和新人一个阐述个人见解的空间,在大学不失为一种培育学术新人的路径.

本论文集得到贵州省重点学科建设计划(黔学位合字 ZDXK〔2014〕23 号)、贵州省高等学校教学质量与教学改革工程项目(黔教高发〔2013〕446 号)、贵州省社科规划项目(12GZZC37)和贵州省教育科学规划项目(2010B038)的支持.本论文集的特点:一是选用了数学与应用数学专业学生关于高考和教学方法的论文,对基础教育层面来说有一定的指导作用;二是编入了一直在基础教育教学第一线的我院客座教授李雅琳老师的论文,对基础教育来说更接地气;三是录用了我院第一届统计学专业学生的优秀论文,对统计应用层面来说

有一定的借鉴意义；四是收录了我院新进硕、博士教师的论文，对理论和应用层面来说更具有一定的高度和广度；五是文集中所有论文的编录，体现了我院由传统师范类教育向应用性综合型转型发展的理念。

诚然，文集集中的教学建议在可操作性层面可能不强，认识与探究在理论深度层面也难免肤浅，还可能存在其他方面的疏漏等，再加之时间紧促，又受编者的视角与学术水平的限制，错漏之处在所难免，希望读者提出宝贵意见，以利于我们不断改进。

编 者

2015 年 3 月于汇川园

目 录

第一部分 高考研究

与时俱进认识数学“双基”

——2012、2013 年高考“三角函数”内容剖析	翁小勇	徐增辉	3
2010—2013 几何证明选讲高考试题分析	赵兴杰	杨 银	7
2013 年高考“导数”专题分析	张 鹏	周 昌	11
2012 年部分高考数学试卷调研			
——椭圆及其性质	张 鹏	顾如敏	23
浅谈近几年高考中的数列问题	陈 明	王 波	30
浅谈高考中的三角函数问题	陈 明	冯俊杰	34
高考数列通项公式的求法探究	袁德智	王金玉	37
探究高考数列求和的几种常用方法	袁德智	马慧珍	41
近两年高考中三角函数问题解析	龙绍明	赵泽敏	47
近几年高考中三角函数问题浅析	龙绍明	曾云超	50
高考中常见导数题型及其解法探析	罗远峰	罗 斌	56
浅谈高中立体几何教学的几点思考			
——以近三年高考立体几何试题为例	唐鸣静	胡 东	60
高考中数列题型归类与解析	王常春	陈治余	63
浅谈高考中的圆锥曲线问题	张 杰	卢 娇	67
2013 年部分高考数学试卷调研			
——数列	张进新	刘 丽	75
高考概率与统计考点解析	周仁国	丁安福	79
浅谈导数在高考中的应用	周仁国	张 静	83
浅析三角函数在高考中的化简和求值	汤小燕	赵 跃	89
浅谈三角函数在高考中的应用			
——以 2013 年高考为例	柯 铎	石 毅	93
对中学生中考和高考情况的调查分析	度中友	张笑张	101
高考数学题中三角函数问题的考法与巧解	吴志勇		108
对一道 2014 年高考数列试题的探讨	张少华		116

第二部分 教学研究

七年级学生数学学习兴趣的现状调查*

——以遵义市为例	李雅琳	高小军	柯 铨	123
例谈初等数学解题中如何挖掘和利用隐含条件	翁小勇	陈 玲		127
从近四年高考中认识高中数列的教学	赵兴杰	林若兰		131
浅谈小学数学教学中数学思想方法的渗透	秦 玲	秦 进		135
浅谈中学数学教学中的情境创设	秦 进	郝 凡		139
浅析数列求和的类型及技巧	罗传智	何 刚		143
化归与转化思想在中学数学教学中的应用	潘永会	倪 军		147
浅谈运用黑塞矩阵解决初等数学中的最值问题	潘永会	徐占波		151
浅谈梅涅劳斯定理求解初中三角形的问题	唐鸣静	张鹏燕		154
创设情境常见的方法及注意问题	程建东	汪 欢		159
浅谈数学中的反例	王常春	代明星		164
浅谈如何巧用 Venn 图解决集合的基本运算问题	杨 梅	陈 婷		168
数学思想方法在中学数学中的应用	杨 梅	门 瑞		173
浅析放缩法在数列不等式证明中的应用	李 湘	汤桂花		178
巧用均值不等式解决最值问题的探究	李 湘	敖昌枫		183
浅谈小学数学课堂提问的有效性	代珊妮	王仕静		187
浅谈向量法在立体几何度量问题中的应用	张 杰	陈 涛		191
浅谈数形结合在函数中的运用	张转周	代 旭		199
如何上好一堂中学数学课	张转周	帅 池		203
浅析向量法在立体几何问题中的应用	王 杏	蒋昌信		207
特定数列求和法				
——错位相减法	汤小燕	赵仁芳		211
麦克劳林公式在解决实际问题中的应用	王 丹			214
浅谈数形结合思想在中学数学中的应用	曾庆雨			217

第三部分 方法研究

多项式函数导数和定积分的迭代计算方法	罗东升	穆 云	225
最优控制问题的最优参数计算方法	罗东升	陶中燕	230
函数空间迭代法的一种改进	张少华		233
基于贝叶斯公式对中学生掌握角平分线性质的分析研究	李红英		238

第四部分 应用研究

基于因子分析的遵义旅游竞争力评价研究·····	刘衍民	刘 慧	245
因子分析法在建筑业综合评价中的应用			
——以遵义市为例·····	刘衍民	邵华琴	250
遵义市高校毕业生就业情况分析·····	度中友	江贵丽	255
贵阳市固定资产投资展望与财政收入的关联性分析·····	黄建文	钟卫兰	262
贵州省和谐社会评价体系的构建和研究·····	黄建文	杜 剑	268
对遵义市交通运输情况问题的研究·····	吴祥标	严 蜜	275
关于大学生网络购物行为的调查研究·····	吴祥标	彭 波	279
餐饮业服务员流失原因及对策·····	羊 豪	陈 兰	284
关于中国房价问题的统计分析与预测研究·····	羊 豪	刘 娜	290
大一新生数学焦虑成因分析及相应对策·····	陈晓艳	何小波	296
基于 BP 神经网络的预测模型·····	刘向虎	李艳芳	300
蚁群算法在 TSP 问题中的应用研究·····	李艳芳	刘向虎	305
神经网络在股价预测中的应用研究·····	任泽容	田俊康	309
浅谈遗传算法与神经网络及其应用·····	田俊康	任泽容	312
对我国企业收缩性资本运营方式选择的思考·····	胡 诚	田茂海	316
大数据时代统计教学面临的挑战和变革·····	刘春杰		321
高校财务管理创新研究·····	陈晓英		326
并购企业人力资源整合路径探讨·····	陈晓英		331
基于灰色关联度的贵州省各州市经济发展评价研究·····	罗国旺		335
一类反应扩散系统的 Neumann 边界控制设计·····	赵爱亮		339

第五部分 其 他

浅谈师范教育的发展历程与趋势·····	柯 铎	345
---------------------	-----	-----

第一部分

高考研究



与时俱进认识数学“双基”

——2012、2013 年高考“三角函数”内容剖析

翁小勇 徐增辉

(遵义师范学院 数学与计算科学学院, 贵州 遵义 563002)

摘 要: 通过研究近几年全国各省市数学高考卷可以发现, 三角函数的试题既是考试的热点, 也是考试的重点. 考查内容一般是单一的基础知识、基本技巧的运用以及与其他知识点的交叉. 其题型难度多以中低档题为主, 考查分数占整张试卷分数的 12% 左右, 题目类型有选择题、填空题、解答题三种形式. 可以预测未来几年高考数学中三角函数试题考查的内容、题型基本不变.

关键词: 三角函数; 高考; 统计分析

1 三角函数问题在高考中的地位

高考是以分数论成败的, 所以分数的高低显得十分重要. 然而对于一张数学高考卷来讲, 题型的分数比例就体现了它在高考中的地位. 因此, 我们统计了“2012、2013 年全国各省市高考数学试卷三角函数问题”所占的分数, 分析发现:

(1) 2012 年高考数学试卷中三角函数问题所占分值比例为 11% 左右. 由于地区的差异性, 导致三角函数问题在各个地区分值比例在 11% 左右波动.

(2) 2013 年高考数学试卷中三角函数问题所占分值比例为 12% 左右. 由于地区的差异性, 导致三角函数问题在各个地区分值比例在 12% 左右波动.

综上分析: 三角函数问题在高考中, 分值一般在 17 分与 22 分之间波动, 也有少部分地区, 其分数可能低于 17 分或者高于 22 分. 由此我们得出一个结论: 三角函数问题在高考中的地位非常重要, 绝非“鸡肋”. 所以把握住三角函数问题, 也就把握住了高考数学.

2 三角函数问题在高考中的考查要点

随着新课程标准的实施, 高考中三角函数的问题也发生了变化, 即“摒弃了复杂的三角恒等式变换和特殊技巧的运用, 将重点变成了对三角函数图像与性质的考查以及基础知识与基本技能的考查”^[1]. 具体分析如下:

2.1 2012 年全国各省市数学高考试卷三角函数考试知识要点

通过统计分析 2012 年全国各省市的数学高考试卷发现, 考查要点主要有: 三角函数的图像和三角函数的基本性质, 三角函数的增减性与值域结合问题, 简单的三角恒等变换和求值问题, 解三角形问题, 三角函数的周期性, 三角函数与函数、向量、数列、导数相结合问题等.

2.2 2012 年高考卷与 2013 年高考卷三角函数知识对比

通过对比 2012 年与 2013 年全国各省市的数学高考卷, 我们发现, 2013 年加强了对三角函数图像和三角函数基本性质、三角函数的增减性和最值结合问题、解三角形问题以及三角函数和充要条件、向量、数列、函数相结合问题的考查.

综合分析: 三角函数问题的考查要点可以分为四个方面:

- (1) 三角函数的图像与性质;
- (2) 三角函数恒等变换问题;
- (3) 解三角形的三角函数问题;
- (4) 三角函数与向量及其他知识点相结合问题.

3 高考中三角函数典型例题分析

3.1 考查数学基本概念的问题分析

例 1 (全国大纲卷, 理科)^[2] 已知 α 为第二象限角, $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ().

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{9}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{9}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

解: $\because \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$$\therefore (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore 2\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{2}{3}.$$

$$\therefore \sin 2\alpha = -\frac{2}{3}.$$

$\because \alpha$ 为第二象限角, 且 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} > 0$,

$$\therefore 2k\pi + \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \ (k \in \mathbf{Z}),$$

$$\therefore 4k\pi + \pi < 2\alpha < \frac{3\pi}{2} + 4k\pi \ (k \in \mathbf{Z}),$$

$\therefore 2\alpha$ 在第三象限,

$$\therefore \cos 2\alpha = \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha} = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

分析: 本题考查了二倍角公式和同角三角函数的基本关系, 要求学生具有运算求解能力和转化化归的思想, 试题难度中等.

3.2 考查数学基本原理的问题分析

例 2 (陕西卷, 文科)^[3] 函数 $f(x) = A \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$ ($A > 0, \omega > 0$) 的最大值为 3, 其图像

相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(Ⅱ) 设 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2$, 求 α 的值.

解: (Ⅰ) $\because$ 函数 $f(x)$ 的最大值为 3,

$$\therefore A+1=3.$$

$$\therefore A=2.$$

$\therefore$ 函数图像相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$,

$$\therefore \text{最小正周期 } T = \pi.$$

$$\therefore \omega = \frac{2\pi}{T} = 2.$$

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的解析式为 $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$.

(Ⅱ) $\because f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 2$,

$$\therefore \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$

$$\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2},$$

$$\therefore -\frac{\pi}{6} < \alpha - \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3}.$$

$$\therefore \alpha - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}.$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

分析: 本题考查正弦函数的性质, 要求学生具有运算求解能力, 试题难度较小.

3.3 考查学生数学运算能力的问题分析

例 3 (辽宁卷, 文科)^[3] 设向量 $\mathbf{a} = (\sqrt{3}\sin x, \sin x)$, $\mathbf{b} = (\cos x, \sin x)$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$,

(Ⅰ) 若 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$, 求 x 的值;

(Ⅱ) 设函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, 求 $f(x)$ 的最大值.

解: (Ⅰ) $|\mathbf{a}|^2 = (\sqrt{3}\sin x)^2 + \sin^2 x = 4\sin^2 x$,

$$|\mathbf{b}|^2 = \sin^2 x + \cos^2 x = 1.$$

$$\because |\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|,$$

$$\therefore 4\sin^2 x = 1.$$

$$\because x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right],$$

$$\therefore \sin x = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{6}.$$

(Ⅱ) $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sqrt{3}\sin x \cdot \cos x + \sin^2 x$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \\
 &= \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) + \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

$\therefore$ 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$ 时, $\sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right)$ 取最大值 1, $f(x)$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$.

分析: 本题考查三角恒等变换、数量积的运算和向量模的求法, 要求学生具有简单的运算求解能力, 试题难度较小.

4 三角函数问题在高考中的发展趋势

通过研究 2012、2013 年全国各省市数学高考卷, 我们预测今后的高考考试中三角函数问题考查的内容、题型基本保持稳定, 还是会把低档题、中档题作为考查重点. 同时也暗示这部分题是学生的主要得分题. 下面是对今后高考考试中三角函数问题的猜测:

- (1) 有关三角函数的图像和三角函数的基本性质, 出题类型为选择题或填空题.
- (2) 有关三角恒等变换求值和三角恒等变换与其他知识点相结合, 出题类型为选择题或解答题.
- (3) 运用三角函数知识解决生活中的实际问题, 出题类型为解答题.
- (4) 在三角形中运用三角函数知识求解的问题, 出题类型为解答题.
- (5) 正、余弦公式及二倍角公式的应用, 出题类型为选择题、填空题或解答题.
- (6) 三角函数与函数零点、向量、不等式、数列、函数、充要条件、导数等相结合的题, 出题类型为选择题、填空题、解答题.

按照“近几年高考数学大纲的要求, 命题突出能力立意, 加强了对学生综合能力和素质的考查, 因此出题往往具有综合性和应用性, 且常常是多重知识点交汇”.^[4-8]

参考文献

- [1] 方晓玲. 三角函数图像的对称性 —— 河南中学生数理化 (尝试创新版) [J]. 河南教育报刊, 2011(10).
- [2] 薛金星. 数学卷 —— 2012 年全国及各省市高考试题全解 [J]. 陕西人民教育, 2012(6).
- [3] 薛金星. 2013 年全国及各省市高考试题全解. 数学卷 [J]. 西安: 陕西人民教育出版社, 2013(1).
- [4] 蒋启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [5] 钟启泉. 新课程的理念与创新 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [6] 课程教材研究所, 中学数学课程教材研究开发中心. 普通高课程标准实验教科书必修 [M] 4A 版. 北京: 人民教育出版社, 2007.
- [7] 孙伟. 高中数学解题方法 [M]. 延吉: 延边大学出版社, 2009.
- [8] 杨玉东, 范文贵. 高中数学新课程理念与实施 [M]. 海口: 海南出版社, 2004.

2010—2013 几何证明选讲高考试题分析

赵兴杰 杨 银

(遵义师范学院 数学与计算科学学院, 贵州 遵义 563002)

摘 要: 通过对 2010 年至 2013 年全国及各省(区、市)高考题中的几何证明选讲试题进行统计分析, 归纳出: 试题考核的主要知识点为切割线定理、相交弦定理、弦切角定理、垂径定理、勾股定理、射影定理、圆的切线的性质、圆内接四边形的性质定理和判定定理、圆周角定理和圆心角定理和相似三角形性质; 试题的主要能力要求: 掌握勾股定理、射影定理和圆心(周)角定理三种重要的基础解题工具, 在此基础上, 熟练掌握圆的相关定理, 能将圆的相关定理与相似三角形的性质相结合, 综合解题.

关键词: 高考; 几何; 证明; 试题; 分析

1 引 言

2010 年以来, 全国大部分省(区、市)实施《普通高中数学课程标准(实验)》^[1](以下简称新课标)教科书, 高考将选修 4-1《几何证明选讲》^[1]作为选作题的内容命题, 占 5 分到 10 分. 因此研究几何证明选讲的高考试题, 对提高该课程的教学质量^[2-4]具有重要的指导意义.

近几年有不少研究几何证明选讲教学相关的文献, 如丁文斌对几何证明选讲部分的命题视角做了分析^[2]; 张雄、廖运章对 2007—2010 年几何证明选讲高考试题的考点做了总结^[3]; 熊月琴等着重对几何证明选讲相关问题的教学方法进行了分析^[4]; 胡勇进研究了高考数学几何证明中有关圆的问题的解决策略^[5]. 上述文献虽然从不同的角度对几何证明选讲做了研究和探讨, 但几乎都是针对某一板块或是某一年的高考题, 而通过对近四年的全国各地高考题研究教学的文献尚未见发表.

本文以 2010—2013 年四年间全国及各省(区、市)高考理科几何证明选讲试题为基础材料, 通过分析试题所考查的知识点及对学生的能力要求, 为高中数学教学提供参考.

2 2010—2013 年全国高考理科立体几何试题统计与分析

几何证明选讲试题主要涉及三角形相似、成比例线段、直角三角形的射影定理、圆幂定理(切割线定理、相交弦定理、割线定理)等内容.

2.1 考查知识点归纳

近四年“几何证明选讲”考查的主要知识点是: 切割线定理(如 2010、2011 年北京卷, 2010 年陕西卷, 2011、2012 年天津卷, 2012 年湖南卷); 相交弦定理(如 2010 年广东卷, 2012 年天津卷, 2013 年湖南卷, 2013 年陕西卷); 弦切角定理(如 2010 年全国卷, 2013 年全国卷, 2013 年广东卷); 垂径定理(如 2010 年广东卷, 2013 年陕西卷); 勾股定理(几乎

大部分省市高考题都会出现);射影定理(几乎大部分省市高考题都会出现);圆内接四边形的性质定理和判定定理(如2011年全国卷,2011年辽宁卷);圆周角定理和圆心角定理(几乎大部分省市高考题都会出现);相似三角形性质(如2010年全国卷,2011年广东卷,2013年广东卷,2011—2013年辽宁卷).

2.2 基本能力要求

近四年的高考几何证明试题中,绝大部分考题都以圆和三角形为载体,把圆的相关知识隐含在图形之中,这就要求考生能通过观察分析图形,结合已知,利用相关定理进行求解.圆的相关性质及定理是高考考查重点,也是解题的难点所在.所以,试题要求考生熟练掌握相关定理,能通过运用相关性质理论实现角与角的转换、线段与线段的转换,从而找到解题思路.其具体要求为:对切割线定理,要求在圆的一条切线与另一条弦交于圆外一点时,能利用切割线定理结合已知求取未知线段长度;对相交弦定理,要求当圆的两条弦交于圆内时,能利用相交弦定理结合已知三条线段长度求取第四条线段的长度;对弦切角定理,要求能利用弦切角定理实现弦切角与同弧所对的圆周角之间的转化,从而为证明三角形相似提供条件;对垂径定理,要求能由垂径定理得出垂足为这条弦的中点或是垂线平分这条弦所对的弧,进一步得出线段相等或是同弧所对圆周角相等;对勾股定理,要求能在已知两条边的直角三角形中应用勾股定理求出第三条线段的长度;对射影定理,要求能由射影定理得出直角三角形及其斜边上的高之间的乘积关系;对圆内接四边形的性质定理和判定定理,要求能由性质定理得出角相等并实现角的转化,能利用已知角相等得出四点共圆;对圆周角定理和圆心角定理,要求能在同圆或等圆中,利用此定理实现弧相等与角相等之间的相互推导;对相似三角形性质,要求能由相似三角形性质得出角相等或是线段成比例,进一步实现角的转化或是求取线段长度.

2.3 命题方式分析

直线与圆相切是一个常考的知识点,绝大多数几何证明选讲命题都会把它作为已知条件.对于这类考题可分三种情况:(1)若圆的某条弦也过这个切点,这时应用弦切角定理得出弦切角等于同弧所对的圆周角;(2)若圆的切线与圆的某条弦相交于一点,则可利用切线长定理得出线段长度间的关系;(3)若连接圆心和切点,这时得出的结论是半径垂直于切线,通常将垂直这一已知条件放在直角三角形中加以利用.

射影定理是解题的一个必备工具.通过对“2010—2013年高考几何证明选讲试题知识点与能力要求登记表”进行分析不难发现,几何证明题中,只要告知一直角三角形及其斜边上的高,通常都要使用射影定理得出三角形中线段间的关系.此知识点的考查主要分三种情况:(1)利用射影定理求直角三角形中某条线段的长度;(2)利用射影定理求直角三角形中某两条线段乘积的关系(如2013年陕西卷);(3)利用两次射影定理求直角三角形中某两条线段的比值(如2013年湖北卷).

圆内接四边形的性质定理和判定定理是解决四点共圆问题的必要条件.四点共圆的性质定理主要是通过四点共圆这一条件得出圆内接四边形的对角相等或是内角等于外对角,进一步应用角相等这一结论可推导出三角形的相似或全等;圆内接四边形的判定定理则主要是通过相似三角形或是角的转化得出四边形对角相等或是内角等于外对角,从而证明四点共圆.

相交弦定理与切线长定理是统一的. 通过对全国 2010—2013 这四年理科数学高考试题的总结分析发现, 相交弦定理是一个出现频率很高的考点, 而考题分三种考法: (1) 两条弦的交点在圆内; (2) 两条弦的交点在圆外, 且两条弦与圆都有两个交点; (3) 两条弦的交点在圆外, 一条弦与圆有两个交点, 另一条弦与圆相切. 前两种情况都是相交弦定理的直接应用, 第三种情况可理解为特殊的相交弦定理, 是两个交点重合到一个点的特殊情况, 可应用切线长定理加以解决.

圆与三角形的相关知识相结合的综合性考题一直都是一个考查重点. 通过试题的统计与分析不难发现, 全国绝大部分省市考的都是此类综合性考题, 如 2010 年湖北卷、2013 年全国卷、2013 年辽宁卷等, 而单独考查圆或三角形的相关考题几乎很少出现. 解决此类问题的关键是熟练掌握相关定理并具备一定的转化能力和综合分析能力.

3 对几何证明选讲教学的几点看法

3.1 教学重点内容

从上述命题方式分析可以看出, 高中教材几何证明选讲的重点内容应当是“勾股定理、射影定理、圆心(周)角定理、圆幂定理(相交弦定理、切割线定理和割线定理)以及相似三角形的性质”等.

3.2 可采取相关定理的分类教学

由于与高考几何证明选讲试题相关定理有十个之多, 所以对其进行分类教学更有利于学生的准确记忆和熟练运用. 教师在教学时可将其分为两大类: 第一类定理主要解决线与线之间的关系, 具体有: 圆幂定理、射影定理、垂径定理、勾股定理、相似三角形性质; 第二类定理主要解决与角相关的问题, 具体有: 弦切角定理、圆周角定理和圆心角定理、圆内接四边形的判定定理. 学生在解决问题时, 通过分析需要哪些条件, 就可以观察几何图形并选取相应类别的定理, 有利于提高解题效率.

3.3 注重圆幂定理与三角形相结合的教学

通过上述统计与分析发现, 与直角三角形有关的勾股定理和射影定理几乎是各个省市每年高考的必考知识点, 而高考几何证明选讲试题一般不会单独考查, 往往都与圆幂定理相结合, 实现圆与三角形的相关条件的转换. 因此, 教师应注重圆幂定理与三角形相结合的教学.

3.4 重视培养学生的转化能力和综合分析能力

在几何证明选讲高考试题中, 大多数考题都采取圆的相关知识与三角形的相关知识相结合的综合性考查, 这既体现了考察知识点的全面性, 同时也要求教师在平时的教学过程中, 着重培养学生的转化能力和综合分析能力.

4 结束语

上述对《新课标》几何证明选讲相关知识的总结与启示, 仅为笔者在分析 2010—2013 年高考理科试题的基础上得到的见解, 望与广大读者共同交流. 要真正掌握并灵活运用几何证明选讲部分的相关知识, 还需认真研读教材和《新课标》, 并在此基础上领会试题所考查的知识点及能力要求.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2003.
- [2] 课程教材研究所, 中学数学课程教材研究开发中心. 普通高中课程标准实验教科书数学选修 4-1 (A 版)[M]. 2 版. 北京: 人民教育出版社, 2007.
- [3] 丁文斌. 几何证明选讲部分命题视角例析[J]. 数学教学, 2012(1): 27-28.
- [5] 张雄, 廖运章. 2007—2010 几何证明选讲高考题分析与启示[J]. 数学教学, 2011(6): 41-43.
- [5] 熊月琴, 陆康, 程丹. 与时俱进的高中《几何证明选讲》的教学[J]. 2008(6): 25-28.
- [6] 胡勇进. 高考数学几何证明中有关圆的问题问题的解决策略[J]. 数学学习与研究, 2010(1): 76-77.
- [7] 朱德祥, 朱维宗. 初等几何研究[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [8] 骆魁敏. 高中数学实验教学的探究与实践[J]. 数学通讯, 2003(1): 2-34.
- [9] 刘延升. 2011 年高考平面几何题型与解析[J]. 理科考试研究(高中). 2012(1): 32-36.