测量学

罗志清　主编

云南大学出版社

测　量　学

（第三版）

主　编　罗志清
副主编　龚振文　董　燕　龚欣繁
　　　　韩　丽　曾洪云

云南大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

测量学／罗志清主编．--3版．-- 昆明：云南大学出版社，2015
ISBN 978-7-5482-2505-8

Ⅰ．①测… Ⅱ．①罗… Ⅲ．①测量学—高等学校—教材 Ⅳ．①P2

中国版本图书馆CIP数据核字（2015）第292421号

测 量 学

主　　编：罗志清
策划编辑：徐　曼
责任编辑：石　可
封面设计：刘文娟
出版发行：云南大学出版社
开　　本：787×1092　1/16
印　　张：17.5
字　　数：426千字
印　　装：昆明研汇印刷有限责任公司
版　　次：2015年12月第3版
印　　次：2015年12月第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5482-2505-8
定　　价：36.00元

云南大学出版社地址：云南大学英华园内
电话：0871-65033244　　网址：http：//www.ynup.com
邮编：650091　　E-mail：market@ynup.com

第三版前言

在广泛征求任课教师的意见之后编写的第三版《测量学》，对部分章节的内容进行了删改、完善。除测绘工程专业外，凡是土建类专业（诸如：土地资源管理、地理信息工程、勘查技术与工程、采矿工程、土木工程、工程管理、工程造价、园林工程、园林景观等）的学生都要学习“测量学”或相近课程，只是对学习深度、广度的要求不同，因而学时数的安排也不一样。针对这一实际情况，第七篇扩充了相应内容以便相关专业选用。

为了让学生通过自学掌握测量仪器测量的原理、使用方法等，对第二篇内容编者采用了顺序渐进、由浅入深的叙述方式。

根据坐标反算方位角，编者选用了更为简易的计算方法（判断的次数最少）——用反余弦函数来求。

全站仪的广泛使用改变了以往大比例尺地形图测量的方法，也改变了以往控制测量的方法，但在高精度高差测量（相当于三、四等水准测量）方面稍显落后（国家测绘主管部门至今未出台相应的测量规范），编者根据在长期实践中积累的测量经验，将“全站仪中站法测高差”列入本教材。

第三版《测量学》的出版，得到了昆明理工大学教务处的大力支持，是昆明理工大学2014年度规划教材建设项目。

第一篇　坐标系统及测量工作原则

1.1　地球形状及大小

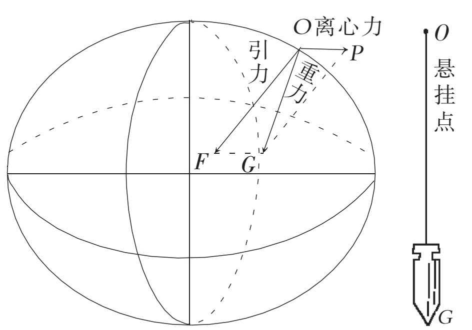
本章基本概念：水准面；大地水准面；水平面；大地体；旋转椭球；椭球定位；大地原点；等等。

本章难点内容：地球形状和大小确定的意义；大地水准面和铅垂线；旋转椭球面和法线之间的关系以及它们的应用范畴；等等。

测量工作的主要研究对象是地球的自然表面，而地球表面又是高低起伏极不规则的，有高山、丘陵、平原、荒漠、河流、湖泊和海洋等。因此，为了使地面点相对定位、合理处理测量数据和测绘地形图，就必须选择适当的基准面（参考体）作为测量的依据。为此，认识地球的形状与大小是非常必要的。

1.1.1　地球的形状

地球的自然表面上有陆地和海洋。位于我国西藏与尼泊尔交界处的喜马拉雅山的主峰——珠穆朗玛峰，海拔达 8844.43m（2005 年 10 月 9 日经国务院批准并授权，由国家测绘局公布），而位于太平洋西部的马里亚纳海沟，则低于海平面 11022m，两者之间的高度差近 20000m。这说明地球表面是一个有相当起伏的，极其复杂的不规则曲面。它不可能用一个数学公式概括和表达。这样，在地球表面上进行测量工作所获得的长度、角度等成果，就无法在这样不规则的曲面上进行数据处理和准确绘制地形图。因此，人们就需要寻求一个与地球形状相近而又能用数学模型表达的曲面来概括地球的自然表面，作为进行测量数据处理与制图的基准面。



（a）　（b）

图 1－1－1　铅垂线

通过测绘工作者的长期实践和科学调查，发现地球表面的总面积为 510083042 km^2，其中海洋占 70.8%，而陆地仅占 29.2%。因此人们设想把地球总的形状看成是被海水面所包围的球体，即设想将静止的海水面向陆地延伸，形成一个封闭的曲面，这样，地球的表面就成了一个较地球自然表面规则且光滑的曲面，这个曲面被称为水准面。

地球上的任一质点，因受地球的引力作用而不能脱离地球。同时，地球又在不停地自转，使质点受到离心力的作用，因此，一个质点 O 所受到的力实际上是地球引力 F 与离心力 P 的合力 G，这个合力就是大家所熟悉的重力，

如图 1－1－1。重力的作用线 OG 又称铅垂线。

水准面是受地球重力影响而形成的，是一个处处与重力方向垂直的连续曲面，并且是一个重力场的等位面。与水准面相切的平面称为水平面。

海水面可高可低，因此符合上述特征的水准面有无穷多个，其中与静止的平均海水面相吻合的一个，称为大地水准面。由大地水准面所包围的地球实体，称为大地体，它代表了地球的自然形状和大小。

大地水准面虽然比地球的自然表面要规则得多，但由于地球内部物质分布的不均匀性，导致地球上各点的铅垂线方向产生不规则的变化，这就使得大地水准面实际上是一个有微小起伏变化的不规则曲面。它的精确形态目前还无法用数学模型来描述。如果将地面各点投影到这样复杂的曲面上，根本无法进行测量计算工作。为了使测量计算和制图工作能够进行，可以采用一个和大地水准面非常接近而又能以数学公式表达的曲面来代替大地水准面。

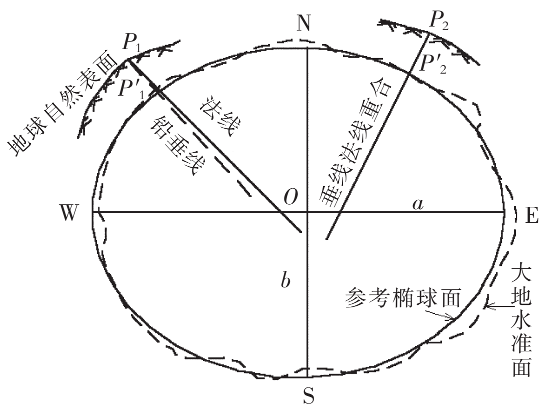


图 1－1－2　大地水准面及参考椭球面

经过大量的测量实践研究证明，大地体与一个以椭圆的短轴为旋转轴的旋转椭球的形状十分近似，其横切面接近一个圆，纵切面接近一个椭圆；而旋转椭球是可以用数学公式严格表示的，因此，测量上就是用这个旋转椭球体的表面来近似代替大地水准面，并以此作为测量计算和制图的基准面。如图 1－1－2 所示。

根据近年来不同轨道卫星长期观测结果发现，地球实际上是一个南北两极略扁、北极稍凸、南极稍凹的类似于梨形的形体，称为梨形地球。它的北极较平均地球椭球凸出 18.9m，南极凹进 25.8m。

1.1.2　地球的大小

地球椭球既然可以概括地球形状，那么，它的大小就可用其基本参数：

$$长半轴\ a、短半轴\ b、扁率\ \alpha = \frac{a-b}{a}$$

来表示。

几个世纪以来，各国学者都在致力于研究这个椭球的元素值，使之能最接近于大地体。由于他们都利用局部资料推算出了表达椭球大小的有关参数 a 和 b ，因此，这些椭球都有局限性，只能作为地球的形状和大小的参考，故称为参考椭球，其外表面称为参考椭球面。表 1－1－1 列出的是几个有代表性的椭球参数计算成果。

椭球的形状和大小确定之后，还应确定大地水准面与椭球面的相对关系，使椭球与大地体间达到最好的密合，这一工作称为椭球定位。当两者相对位置关系确定好之后，就可以将地面测量成果投影到椭球面上进行计算。如图 1－1－2 所示，椭球定位就是在本国范围内选择一个合适的地点 P_2 ，先将 P_2 点沿铅垂线投影到大地水准面上得 $P_2{}'$ ，使旋转椭

球面与大地水准面在该点相切，这时椭球面上 P_2' 点的法线（过 P_2' 点与椭球面正交的直线）与过该点的大地水准面的铅垂线重合，而且使旋转椭球体的短半轴与地球的自转轴平行，这样，椭球体与大地体之间的关系就确定好了。切点 P_2' 称为大地原点，该点的大地坐标就是全国其他点大地坐标的起算数据。

表 1－1－1　各国推算的椭球参数

椭球名称	长半轴 a（m）	短半轴 b（m）	扁率 α	年代和国家
德兰布尔	6375653	6356564	1:334	1800 年　法国
白塞尔	6377397	6356079	1:299.2	1841 年　德国
克拉克	6378249	6356515	1:293.5	1880 年　英国
海福特	6378388	6356912	1:297.0	1909 年　美国
克拉索夫斯基	6378245	6356863	1:298.3	1940 年　苏联
我国 1980 年国家大地测量坐标系	6378140	6356755.3	1:298.257	1975 年　国际大地测量与地球物理联合会推荐
WGS－84 椭球	6378137	6356752.3	1:298.26	1984 年　美国
我国 2000 国家大地坐标系	6378137	6356752.3	1:298.26	2008 年　中国

各国为处理其大地测量成果，往往根据本国及其他国家所进行的天文、大地、重力测量资料，采用适合本国领土范围的椭球参数并将其定位。我国在解放前采用海福特椭球。解放后，因经济建设、国防建设特别是地形测图的急需，采用了前苏联克拉索夫斯基椭球参数。但从以后在我国广大地区进行的大地测量结果来看，这一参考椭球及其定位与我国大地水准面的符合很不理想。参考椭球面普遍低于大地水准面，平均低 30m，最多低 65m。此外，自 20 世纪 60 年代末以来，国际上利用卫星大地测量技术，得到了当时最佳拟合于全球大地水准面的椭球。因此，我国目前采用的是 1975 年“国际大地测量与地球物理联合会”推荐的椭球，称为“1980 年国家大地测量坐标系”，其大地原点位于陕西省泾阳县永乐镇境内。

由于参考椭球的扁率很小，所以在地形测量的研究范围内，可以近似地将地球作为圆球看待，其半径采用椭球曲率半径的平均值，即：

$$R = \frac{1}{3}(a + a + b) = 6371014 \text{ m}$$

若以 km 计，其近似值为 6371km。

1.1　习　题

1. 地球形状是什么？
2. 为什么要引进大地水准面和旋转椭球面？
3. “1980 年国家大地测量坐标系”意味着什么？

1.2　测量常用坐标系统

本章基本概念：大地坐标系；地理坐标系；独立平面直角坐标系；高斯－克吕格平面直角坐标系；长度比。

本章基本公式：高斯投影带中各带带号与中央子午线经度的公式转换。

本章难点内容：测量的基准面和基准线；独立平面直角坐标系的坐标轴；正形投影；横坐标的自然值和通用值。

研究地球的形状，最终的目的是为了确定地面点的空间位置。研究空间物体的位置，测量上常采用投影的方法加以处理。由几何学可知，一个地面点的空间位置需要三个量来确定，其中两个量表示地面点沿基准线投影到基准面后，在基准面上的位置，所以又将这两个量称为坐标；第三个量表示地面点沿基准线到基准面的距离，在测量上称为高程。在这里，基准线可以是点的铅垂线，也可以是法线；基准面可以是椭球面，也可以是大地水准面或平面。实际测绘工作中，一般采用大地水准面和铅垂线作为基准面和基准线。

在较大区域内进行测量工作时，必须顾及地球的曲率，故地面点的投影位置可采用球面坐标系。而在较小区域范围内，可把地球表面当做平面看待，此时可建立相应的平面直角坐标系。

表示地面点位置的平面坐标和高程，都是针对某一特定坐标系和高程系而言的。测量工作中常用的球面坐标系是大地坐标系，平面坐标系是高斯一克吕格平面直角坐标系，常用的高程系是正高系，下面分别予以介绍。

1.2.1　球面坐标系

（一）大地坐标系

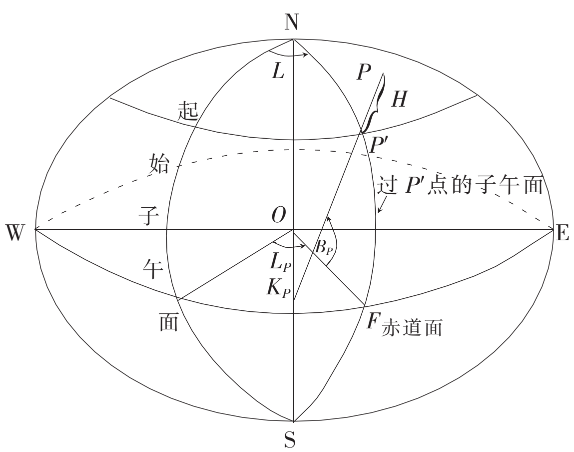


图 1－2－1　大地坐标

如图 1－2－1 所示，NS 表示椭球的旋转轴，N 表示北极、S 表示南极，包括椭球旋转轴 NS 的平面称为子午面，其中通过英国原格林尼治天文台的子午面称为起始子午面。子午面与椭球面的交线是一个椭圆，称为子午圈或子午线。子午圈也称经圈，它有无数个，图中 $NP'SN$ 为经过 P' 点的子午圈。垂直于旋转轴 NS 的平面与椭球面的交线称为平行圈，平行圈也称纬圈。平行圈也有无数个，其中通过椭球中心 O 且与旋转轴 NS 正交的平面称为赤道面。赤道面与椭球面的交线 $EFWE$ 称为赤道。

以参考椭球面和法线为依据，确定

地面上任一点在参考椭球面上的位置而建立的坐标系，称为大地坐标系。大地坐标系是以大地经度 L、大地纬度 B 和大地高 H 三个量来表示地面点空间位置的，称为点的大地坐标。图 1－2－1 中，P 为地面上一点，将 P 沿法线 PKp 方向投影到椭球面上，得 P'点，P 点的大地经度 L 是指过 P'点的子午面与起始子午面间的夹角，由起始子午面起算，向东为正，称为东经，向西为负，称为西经，其值域为 0°～±180°，实地上东经 180°与西经 180°是同一个子午面；P 点的大地纬度 B 是指过 P 点的法线 PKp 与赤道面的夹角，由赤道面起算，向北为正，称为北纬，向南为负，称为南纬，其值域为 0°～±90°；P 点的大地高 H 是 P 点沿法线到椭球面的距离 PP'，由椭球面起算，向外大地高为正，向内为负。我国的疆域位于赤道以北的东半球，所以各地的大地经度 L 和大地纬度 B 都是正值。

大地坐标系是大地测量的基本坐标系，它对于大地测量计算、地球形状大小的研究和地图编制等都非常有用。

（二）地理坐标系

以大地水准面和铅垂线为依据，用地理经度、地理纬度确定地面任一点在大地水准面上的位置而建立的坐标系，称为地理坐标系。

确定地面某点的位置，通常是在该点上安置仪器，用天文测量的方法来测定的。这时仪器的竖轴与铅垂线重合，即仪器的竖轴与该处的大地水准面相垂直。因此，用天文观测所得到的数据是以铅垂线为准，也就是说以大地水准面为依据。地面点 P 的位置以地理经度 λ_P 和地理纬度 φ_P 表示，如图 1－2－2 所示。我国首都北京某地的地理坐标为东经 116°23′，北纬 39°54′。

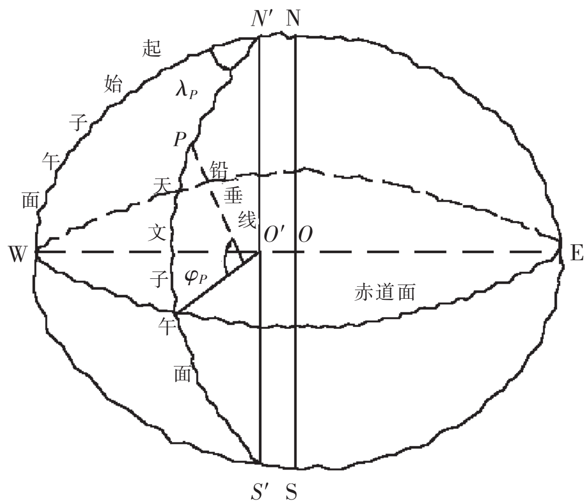


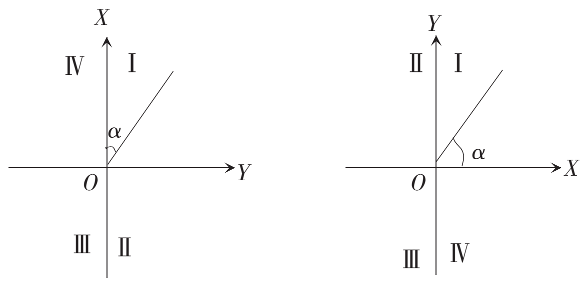
图 1－2－2　地理坐标

各地面点的铅垂线与其在椭球面上对应的法线一般是不重合的，其交角称为垂线偏差。因此，同一地面点的地理坐标与大地坐标是有差异的。一般说来，在不大的区域内各点垂线偏差的相对变化值是很微小的，因此在地形测量中可以忽略不计。

上一节所述的参考椭球的定位，实际上就是在适当的地区选择一个地面点，用较高精度测定该点的天文经纬度，该点到大地水准面的垂直距离（高程）及该点到附近另一点的天文方位角，而后把该点的天文经纬度、该点到另一点的天文方位角及该点到大地水准面的距离，视为该点在参考椭球面上的大地经纬度、大地方位角和大地高（即地面点沿法线到参考椭球面的距离）。在大地测量的计算工作中，把该点作为全部大地坐标计算的起点，也就是该大地坐标系的“坐标原点”。

1.2.2 独立平面直角坐标系

在小区域内进行测量工作，若采用大地坐标来表示地面点的位置是不方便的，通常采用平面直角坐标。由于地球的半径很大，所以在较小区域内将椭球面看做平面而不失其应有的严密性。既然把投影面当做平面，就可以采用平面直角坐标来表示地面点在投影面上的位置（图 1－2－3）。测量工作中所采用的平面直角坐标系与数学中所介绍的相似，只是坐标轴位置互易。如图1－2－3所示，以 X 轴为纵轴，一般用它表示南北方向，以 Y 轴为横轴，表示东西方向。纵横坐标轴的交点称为坐标原点。在象限的编号顺序上，测量坐标系按顺时针编号，而数学坐标系则按逆时针编号。这是因为测量上规定所有直线的方向都是从纵坐标轴北端起按顺时针方向量度的，而数学中的角度则是从横轴正方向起按逆时针方向量取的。把 X 轴与 Y 轴互换后，全部三角公式都可在测量计算中直接应用。



(a)测量采用的平面直角坐标系　(b)数学上采用的平面直角坐标系

图 1－2－3　平面直角坐标系

实际工作中，为了避免坐标出现负值，通常将平面直角坐标系的原点选在测量区域（测区）的西南角某点上，以北方向或建筑物的主轴线为纵坐标轴。由于这里介绍的平面直角坐标系未与国家统一坐标系相联系，故称为任意坐标系或独立坐标系。在没有国家控制点或不便于与国家控制点联测的小地区测量中，允许暂时建立独立坐标系以保证测绘工作的顺利开展。

1.2.3 高斯—克吕格平面直角坐标系

当测区范围较小时，可将地球表面看成平面，这时测得的地面数据可直接缩绘到平面图上。但是，如果测区范围较大，就不能再将地球表面当做平面看待，而应将地面点投影到参考椭球面上，按有关理论进行计算和制图。但人们在规划、设计和施工中又习惯使用平面图来反映地面形态，而且在平面上进行计算和绘图要比在球面上方便得多。这样就产生了如何将球面上的物体转换到平面上的技影变换问题。在测量工作中，是采用高斯投影的方法来解决的。

（一）高斯投影的概念

椭球面是一个不可展曲面，将椭球面上的图形转换到平面上，就必然要产生一定的变形。此种变形一般分为角度变形、长度变形和面积变形。尽管投影变形不可避免，但是变形的大小却是可以控制的。根据变形的性质，地图投影可以分为等角投影、等距离投影和等面积投影三种。从地形测图和用图的角度出发，最适宜的投影是等角投影。

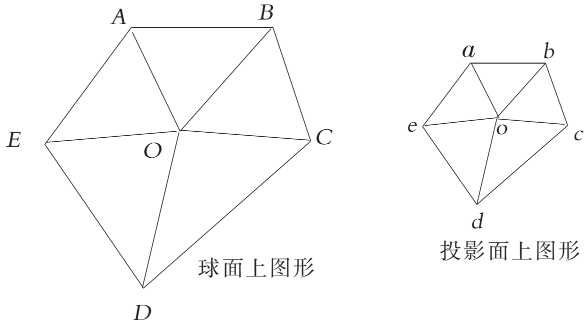


图 1－2－4　高斯投影

等角投影，又叫正形投影，它能保证椭球面的微小图形与其在平面上的投影保持相似，这样测图时可以直接缩绘，用图时可以直接量取。正形投影有两个基本条件，一是保角性，即角度投影前后大小不变，这就保证了微分图形投影后的相似性；二是伸长的固定性，即长度投影后产生变形，但同一点上不同方向的微分线段，投影后长度比为一常数，如图 1－2－4 所示。

球面上无穷小的多边形 *ABCDE* 和它的正形投影 *abcde*，由于角度不变形，故其任意方向的长度比为：

$$m=\frac{ao}{AO}=\frac{bo}{BO}=\frac{co}{CO}=\frac{do}{DO}=\frac{eo}{EO}=\text{常数}$$

即：

$$m=\frac{\text{投影面上长度}}{\text{球面上长度}}=\frac{ds}{dS}=k(\text{常数}) \qquad (1-2-1)$$

高斯投影是正形投影的一种，最早由德国数学家高斯提出，后经克吕格加以改进和完善，并应用到参考椭球面上，所以常称这种投影为“高斯—克吕格投影”，简称“高斯投影”。高斯投影是一种横椭圆柱投影。如图 1－2－5 所示，设想将椭球装进一个椭圆柱内，使横椭圆柱内面恰好与椭球面上某个子午线相切，这条切线称为中央子午线或轴子午线。这样，中央子午线就毫无改变地转移到椭圆柱面，即投影面上。然后将中央子午线附近的一定经差（通常为中央子午线左右各 3°或 1°30′）范围内椭球面上的点线按正形投影的条件向横椭圆柱上投影，并从两极将椭圆柱面剪开展为平面，此即高斯投影平面（图 1－2－5）。投影后，中央子午线为一直线，且长度不变，其他子午线投影后均为曲线，且对称地凹向中央子午线。赤道投影后为一直线，且与中央子午线正交，各平行圈投影为曲线，以赤道为对称轴凸向赤道，并与子午线正交。

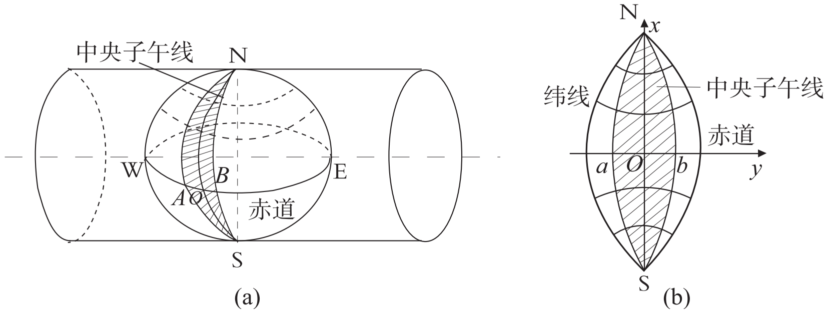


图 1－2－5　横椭圆柱投影及高斯平面坐标系

在这个投影面上建立的直角坐标系称为高斯平面坐标系。需要指出的是，高斯投影不是几何透视投影，而是一种复杂的数学投影。

（二）高斯投影分带

高斯投影保持了投影前后图形的等角条件，但除中央子午线投影后为一直线，且长度不变外，其他长度都产生变形，投影面上的长度总比球面上为大，且离中央子午线越远，变形越大。长度变形过大，会影响测图、施工的精度，因此，必须对这种变形加以限制，使其不超过某一限度。限制的方法就是采用分带投影，使每一投影带只包括位于中央子午线两侧的邻近部分。

投影带宽度是以相邻子午面间的经度差来划分的，有6°带和3°带两种。这样，就将椭球面沿子午线划分成若干个经差为6°或3°的投影带，每个投影带按高斯投影的规律分别进行投影，位于各带中央的子午线就是该带的中央子午线，而各带边缘的子午线则称为分带子午线或界子午线。

6°带是自起始子午面（东经0°）起，自西向东每隔经差6°划分一带，全球共分60个带，编号为1～60，以 N_6 表示，称为带号。各带的中央子午线经度 L_0 依次为3°，9°，15°，…，357°。3°带是自东经1°30′开始每隔经差3°划分，全球分120个带，编号依次为1～120，各带的中央子午线经度 L_0 依次为3°，6°，9°，…，360°。6°带和3°带关系如图1－2－6所示。

各带带号 N 与中央子午线经度的关系为：

$$\left.\begin{aligned} L_0^6 &= 6°N_6 - 3° \\ L_0^3 &= 3°N_3 \end{aligned}\right\} \qquad (1-2-2)$$

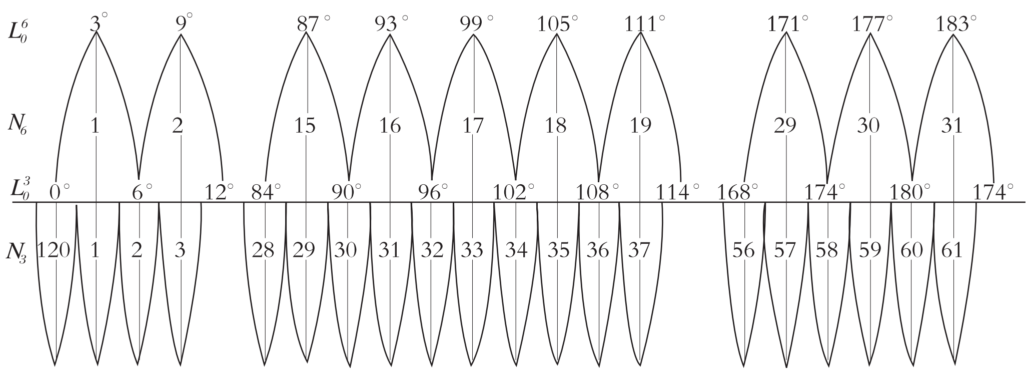


图1－2－6　6°带及3°带的划分

我国采用6°和3°两种分度带。6°带在赤道上的宽度约667km，其边缘的长度变形达0.00138，即每公里增长1.38m。因此，6°分带适于1∶2.5万～1∶50万比例尺测图；而大比例尺图采用3°分带。我国中央子午线的经度范围从75°到135°，6°分带带号由13到23带，而3°分带带号由25带到45带，两者之间没有重叠带号，从带号本身就可看出是3°带还是6°带。不难看出，3°带的中央子午线经度有一半与6°带中央子午线经度是相同的。

根据我国某地的经度 L 可按下式计算得相应的6°带和3°带带号 N：

$N_6 = INT(L/6°) + 1; N_3 = INT[(L - 1.5°)/3°] + 1$（适合我国经度）；

式中：$INT(x)$ 是一取整函数，其结果是不超过 x 的最大整数（或：将数值向下取整为最接近的整数），如：$INT(2.568) = 2$；$INT(7.99) = 7$；$INT(-2.345) = -3$；$INT(-6.999) = -7$。

例如，首都北京某地位于东经 116°23′，所在 6°带和 3°带的带号为 $N_6 = 20$，$N_3 = 39$，相应中央子午线经度可按（1-2-2）计算，结果为 $L_0^6 = L_0^3 = 117°$。

（三）高斯—克吕格平面直角坐标系

采用分带投影后，各带的中央子午线与赤道垂直相交于 O 点，称为坐标原点（图 1-2-7）。以每一带的中央子午线投影为纵坐标轴，用 X 表示，赤道以北为正，赤道以南为负；以赤道投影为横坐标轴，用 Y 表示，中央子午线以东为正，以西为负。

这样，各带就构成了独立的平面直角坐标系，称为高斯—克吕格平面直角坐标系。对 6°带而言，有 60 个这样的坐标系，对 3°带而言，有 120 个这样的坐标系。地面点在高斯平面直角坐标系的坐标，用点到两个坐标轴的垂直距离量度。我国位于北半球，纵坐标均为正值，而横坐标则有正有负。为了避免横坐标出现负值，把纵轴自中央子午线向西移动 500km（图 1-2-7（b）），即在 Y 坐标上统一加上 500km。由于赤道上经差为 3°的平行圈长约为 330km，当纵轴西移后，凡位于中央子午线以东的点，它的横坐标值都大于 500km，而位于中央子午线以西的点，其横坐标值都小于 500km，但均为正值。此外，为了区分某点位于哪一带，还规定在横坐标值前冠以带号。通常把未加 500km 和带号的横坐标值称为自然值，加上的则称为通用值。图 1-2-7 中，设 A、B 两点位于 6°带的第 20 带内，横坐标的自然值分别为：

$$y'_A = +153460.650\text{m}; y'_B = -112890.340\ \text{m}$$

将 A、B 两点横坐标的自然值加上 500km，并在前面冠以带号，则通用坐标值为：

$$y_A = 20653460.650\ \text{m}; y_B = 20387109.660\text{m}$$

测绘管理部门提供的坐标成果一般为通用值。

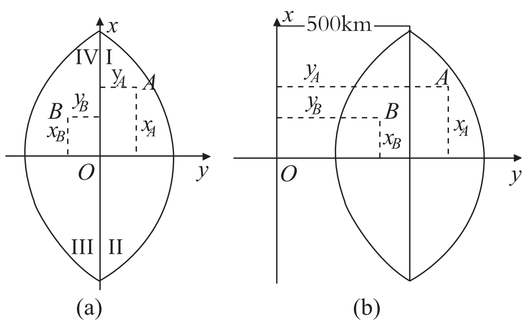


图 1-2-7　高斯—克吕格平面直角坐标系

1.2　习　题

1. 作图说明大地坐标和地理坐标。
2. 高斯—克吕格平面直角坐标系是如何建立的？
3. 为什么要进行分带投影？

4. 横坐标的自然值与通用值有何不同？如何换算？

5. 测量中的平面直角坐标系和数学中的平面直角坐标系有什么不同？为什么要这样规定？

6. 表示地面点的位置有哪几种坐标系统？各起什么作用？

7. 某点的经度为119°40′，试计算它所在6°带和3°带的带号，以及其中央子午线的经度。

1.3 高程系统

本章基本概念：绝对高程；相对高程；高差。

本章基本公式：高差的计算公式。

本章难点内容：两点之间高差所代表的含义。

为了确定地面点的空间位置，除了要确定其在基准面上的投影位置外，还应确定其沿投影方向到基准面的距离，即确定地面点的高程。

高程有绝对高程与相对高程之分，定义如下：

绝对高程：地球表面某点沿铅垂线到大地水准面的距离叫该点的绝对高程（简称高程或标高，也叫海拔），一般用 H 表示。

相对高程：地球表面某点沿铅垂线到任一假定水准面的距离叫该点的相对高程。一般建筑图纸上标注的高程就是相对高程。用 H' 表示。

由上述定义可看出，建立高程系的核心问题是如何建立高程起算面。大地水准面是高程的基准面（起算面）。我国各地的地面点的高程，都是以青岛国家水准原点的黄海高程为起算数据，因而高程系统是全国统一的。这一高程基准面的确切位置是由青岛验潮站1952—1979 年间的验潮资料计算得到的，以这个高程基准面作为全国高程的统一起算面，称为“1985 年国家高程基准”。

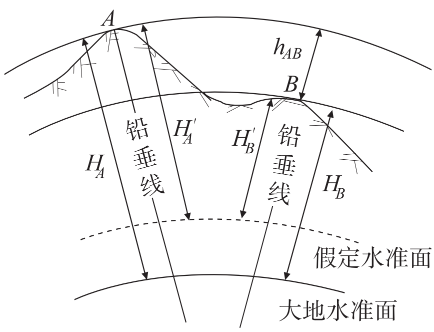


图 1-3-1　高程及高差

为了长期、牢固地表示出高程基准面的位置，作为传递高程的起算点，必须建立稳固的水准原点，用精密水准测量方法将它与验潮站的水准标尺进行联测，以高程基准面为零推求水准原点的高程，以此高程作为全国各地推算高程的依据。在“1985 年国家高程基准”系统中，我国水准原点的高程为 $H_0 = 72.2604\text{m}$ 。

我国的水准原点网建于青岛，其网点设置在地壳比较稳定，质地坚硬的花岗岩基岩上。围绕原点刻有“中华人民共和国水准原点”。

必须指出，我国在解放前曾采用过以不同地点的平均海水面作为高程基准面。由于高程基准面的不统一，使高程比较混乱。并且应注意：1956 年黄海高程系及其对应的水准原点高程（$H_0 = 72.289\text{m}$），已由国测发〔1987〕198 号文件通告废止。因此，在使用过去旧有的高程资料时，应弄清楚当时采用的是以什么地点的平均海水面作为高程基准面。

在局部地区，如果远离已知高程的国家水准点，也可建立假定高程系统，即假定某个固定点的高程作为起算点，测算出其他各点的假定高程（也称相对高程）。

高程值有正有负，在基准面以上的点，其高程值为正，反之为负。

两个地面点的高程差称为高差，用 h 表示。图1－3－1中 A 点到 B 点的高差为：

$$h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A$$

由此可见，两点间的高差与高程起算面无关。

高差有正负之分，它反映相邻两点间的地面是上坡还是下坡，因此，高差值前应冠以正负号。如果 h_{AB} 为正，表示地面上 B 点高于 A 点，是上坡；h_{AB} 为负，表示 B 点低于 A 点，是下坡；h_{AB} 为零，表示地面上 A、B 两点同高。

1.3　习　题

1. 什么是绝对高程？
2. 什么是相对高程？
3. 什么是高差？$h_{AB} < 0$ 和 $h_{AB} > 0$ 其代表的含义有什么区别？
4. 我国的高程起算面是如何确定的？中华人民共和国水准原点高程是多少？

1.4　用水平面代替水准面的限度

本章基本概念：水准面；水平面；距离误差；球面角超值；高差误差。

本章基本公式：水平面代替水准面的距离误差和相对误差；高差误差计算公式。

本章难点内容：各误差计算公式推导过程。

地形测量的任务是绘制各种比例尺的地形图，而地形图是绘制在平面图纸上的。由以上的章节可知，水准面是一个曲面，曲面上的图形不破裂、不起皱是不能展为平面的。在普通测量中，虽然可将地球作为圆球看待，但如果将地面点先投影到圆球面上，然后再投影描绘到平面图纸上，将是很麻烦的。

从理论上来说，将极小部分的水准面当做平面也是要产生变形的。但在实际测量工作中，在满足一定的测量精度要求和测区面积不大的情况下，往往用水平面来直接代替水准面，即直接把地面点沿铅垂线投影到水平面上来决定其位置。这样既可简化一些复杂的计算，又不会影响工程质量。因此，本节将要讨论的内容就是，在多大面积范围内允许以平面投影代替水准面投影的问题。为了讨论方便起见，我们把地球当做圆球看待。

用水平面代替水准面，通常会对距离、角度和高程产生影响，下面分别加以讨论。

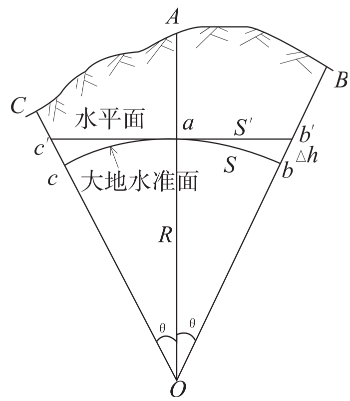


图1－4－1　水平面代替水准面

1.4.1 地球曲率对水平距离的影响

如图 1－4－1 所示为地表的一个小区域，A、B、C 为地面点，它们在大地水准面上的投影为 a、b、c，如果用切于 a 点的水平面代替水准面，且地面点在其上的投影为 a、b'、c'。设 S 为 A、B 两点在大地水准面上的距离，S' 为 A、B 两点在水平面上的距离，θ 为 S 所对的圆心角，R 为地球平均曲率半径。若以平面上的直线距离 S' 代替圆弧长 $\overset{\frown}{ab}$，则在距离方面将产生距离误差 ΔS，即：

$$\Delta S = ab' - \overset{\frown}{ab} = S' - S \tag{1-4-1}$$

其中

$$ab' = S' = R\tan\theta$$

$$\overset{\frown}{ab} = S = R \cdot \theta$$

代入式（1－4－1），并按级数展开得：

$$\tan\theta - \theta = \frac{1}{3}\theta^3 + \frac{2}{15}\theta^5 + \cdots$$

因 θ 角值一般很小，故略去五次方以上各项，并以 $\theta = \dfrac{S}{R}$ 代入，则得：

$$\Delta S = \frac{1}{3}\frac{S^3}{R^2} \tag{1-4-2}$$

两端同除以 S，得相对误差为：

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{1}{3}\left(\frac{S}{R}\right)^2 \tag{1-4-3}$$

取地球半径 R ＝6371 km 以及不同的距离 S 代入式（1－4－2）和式（1－4－3），便得表 1－4－1 所列的结果。

计算结果表明，当两点间的距离为 10km 时，以水平面代替水准面所产生的距离误差为距离的 1/120 万，而当代精密测距仪的测距精度也只有 1/100 万。可见，在半径为 10km 的范围内进行测量时，可以用水平面代替水准面，由此带来的距离误差可以忽略不计。

表 1－4－1 水平面代替水准面的距离误差和相对误差

距离 S（km）	距离误差 ΔS（cm）	相对误差 $\Delta S/S$
10	8	1∶1200000
25	12.8	1∶200000
50	102.6	1∶49000
100	821.2	1∶12000

1.4.2 地球曲率对水平角的影响

由球面三角学知道，同一个空间多边形在球面上投影的各内角之和比在平面上投影的内角之和要大。这多出来的部分称为球面角超值，其值可用多边形的面积求得，即：

$$\varepsilon'' = \rho\frac{P}{R^2} \tag{1-4-4}$$

式中：P 为球面多边形面积；R 为地球曲率半径；ρ 为一弧度对应的秒值。

（$\rho = 57°17'45'' = 3438' = 206265''$）。

在测量工程中，实测的是球面面积，绘制成地形图时则是平面图形的面积。以球面上不同面积代人式（1－4－4），便得表1－4－2所列的结果。

表1－4－2　不同面积多边形的球面角超值

P（km^2）	ε''
10	0.05
100	0.51
500	2.54
2500	12.71

计算结果表明，当测区面积为100 km^2 时，以水平面代替水准面，地球曲率对水平角的影响很小，球面角超值才0.51″，可以忽略不计。

1.4.3　地球曲率对高差的影响

由于高程的起算面为大地水准面，如果用水平面代替水准面进行高程测量，地球曲率必然要对高差产生影响。由图1－4－1可知，用水平面代替水准面时，产生的高差误差为 Δh，其值可由三角形 oab' 求得。

由三角形 oab' 知：

$$(R + \Delta h)^2 = R^2 + S'^2$$

$$2R \cdot \Delta h + (\Delta h)^2 = S'^2$$

$$\Delta h = \frac{S'^2}{2R + \Delta h} \qquad (1-4-5)$$

前已证明，两点间投影的水平距离与在大地水准面上的弧长相差很小，故可用 S 代替 S'，同时因 Δh 与地球半径 R 相比要小得多，故可略去，则上式可写成：

$$\Delta h = \frac{S^2}{2R} \qquad (1-4-6)$$

仍设 $R = 6371km$，则以不同距离代人上式，便得表1－4－3所列的结果。

表1－4－3　水平面代替水准面的高差误差

距离 S（km）	0.1	0.5	1	2	3	4	5	10
Δh（cm）	0.08	1.96	7.85	31	71	125	196	785

计算结果表明，用水平面代替水准面，对高差的影响是很大的，距离为500m就有2cm的高差误差，这是不能允许的。因此，在高差测量中，即使距离很短，也应顾及地球曲率对高差的影响。

1.4.4　地球形状的近似

从以上章节的叙述可以看出：地球的自然表面是一个高低起伏极不规则的曲面，当人