物理实验教程

陈国杰　谢嘉宁　主编

湖北科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理实验教程/陈国杰　谢嘉宁主编. —武汉:湖北科学技术出版社,2004.5

ISBN 7—5352—3195—0

Ⅰ.物...　Ⅱ.陈...　Ⅲ.物理学—实验—高等学校—教材　Ⅳ.04—33

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第024415号

物理实验教程　　ⓒ陈国杰　谢嘉宁　主编

责任编辑:王连弟　　封面设计:喻　杨

出版发行:湖北科学技术出版社　　电话:87679468

地　　址:武汉市雄楚大街268号湖北出版文化城B座12—14层　　邮编:430070

印　　刷:华中科技大学印刷厂　　邮编:430074

督　　印:刘春尧

787毫米×1092毫米　16开　16印张　360千字

2004年6月第1版　　2004年6月第1次印刷

印数:0 001—2 100

ISBN 7—5352—3195—0/O·46　　定价:28.3元

本书如有印装质量问题　可找承印厂更换

前　　言

物理实验是高等院校理工科学生必修的一门重要基础实验课程，它对培养大学生严谨的科学态度和工作作风、锻炼提高实验技能、加深对物理理论的理解都起着十分重要的作用。本书是2002年《新世纪广东省教育教学改革工程项目立项课题》和2003年佛山科学技术学院优秀教学改革项目《大学物理实验教学改革与实践》的成果之一，是我校从事大学物理实验教学的全体教师和实验技术人员辛勤劳动的结晶，是根据地方院校人才培养的要求和物理实验室的实际情况编写的，是在原实验讲义的基础上经多届学生使用和反复修改而成的。

考虑到物理实验是学生进入大学后较早接触的一门实验课程，本书根据先简后繁、先易后难和循序渐进的原则选择编排实验项目，使学生较快地从中学物理实验过渡到大学物理实验。本书打破了传统的力、热、电、磁、光、原子物理独立分块的实验体系，根据学生认知过程和实验能力发展规律，建立基本实验、综合实验和设计创新实验三个层次的新体系；优化了教学内容，精选了基本实验，淘汰了科研和生产领域已过时的实验；增加了一批综合型、设计创新型实验和反映新知识、新技术的实验，如激光、全息、光纤通信等实验；用CCD摄像、计算机等现代实验手段改造了一批传统实验。教学体系层次化、教学内容现代化、教学技术先进化、教学模式开放化、教学目标素质化，是本书的特点和追求的目标。

本书共有48个实验，其中基本实验27个，综合实验15个，设计创新实验6个。第一层次主要包括一些基本物理量的测量或物理规律的验证，主要使学生得到基本测量方法及基本实验技能的训练；第二层次实验主要是加深学生对物理理论知识的理解和对物理知识的综合运用能力，实验的难度和要求有所提高；这两层次的实验都简明扼要地阐述实验原理，适当地介绍实验仪器，比较详细地说明了实验方法，不同的是第一层次还给出完整的数据记录表格及具体的误差分析方法，以作示范，第二层次则较为简略。第三层次实验主要培养学生的科研能力和创新能力，这类实验项目只给出实验的目的、要求和实验原理提示，由学生自己提出和设计实验方案，选择实验仪器，安排实验步骤等，经指导教师审查批准后方可进行实验；该层次实验要不断在教学过程中提高和丰富。根据不同专业的特点，可以选择实验项目中要求的部分内容。本书也编入了少量难度较大的内容，供学有余力的学生进一步的提高，以利于因材施教。在实验项目的开始扼要介绍了该实验的背景知识及实验意义，大多数实验项目的最后都给出预习思考题和思考题，前者一般与该实验的要领有关，可以促使学生积极思考，准备实验；后者可以帮助学生深入进行总结，加深对实验过程及物理知识的理解。

大学物理实验是一门独立开设的课程，学生往往在还没有学习大学物理理论课的情况下就要进行物理实验，学生很难在有限的时间内通过预习或自学理解和掌握实验原理、实验方法及仪器使用。根据我们的实践体会，建议采取两步教学法，先拿出约1/3的学时，集中进行实验理论教学，对该循环的实验从实验原理、实验方法及常用仪器使用等进行系统讲解，为学生预习和实验操作打下理论基础；然后再进行实验操作教学，这样不仅教学效率高，实验效果也好。通过几年的教学实践，我们认为本书所提供的实验内容和实验项目适合普通高校理工科

各专业使用，也可以作为教师的参考用书。

本书由陈国杰、谢嘉宁主编。参加编写的有陈国杰（实验2、实验3、实验22、实验33、实验34、实验35、实验37、实验45、实验46），谢嘉宁（第二章光学仪器介绍、实验25、实验31、实验36、实验38、实验40、实验42、实验43、实验44），黄义清（第二章力热仪器介绍、电磁学仪器介绍、实验8、实验19、实验20、实验21、实验23、实验24、实验39），何立善（前言、绪论、实验26、实验27、实验41），张潞英（实验1、实验4、实验5、实验6、实验7、实验9、实验13、实验14、实验18、实验47），伍贤栋（第一章、实验15、实验16、实验17），刘森、周有平（实验10、实验11、实验12），朱星（实验29、实验48），李斌（实验28、实验30），陈伟成（实验32）。最后由陈国杰、谢嘉宁、黄义清统稿。教学改革是一项复杂的系统工程，我们所进行的工作只是其中的一部分，还需要不断的完善和改进。书中错漏在所难免，恳请读者指正。

此外，华中科技大学物理实验中心是度芳教授、赵维义教授对本书的编写给予了指导和大力支持。本书的编写和出版得到佛山科学技术学院教务处、理学院、物理系的大力支持，编写过程中参阅了兄弟院校的有关教材，在此一并表示衷心感谢。

目　录

绪　　论

物理学是一门重要的基础科学，是现代技术的支柱。物理学又是一门实验科学，许多理论和规律都是以实验的新发现为依据被提出来而又被进一步实验所验证，因此物理实验对物理学概念的形成、定律的建立和发展起着十分重要的作用。

高等院校物理实验课程的目的是通过实验课的预习、仪器使用、实验操作、现象观察、数据记录及处理和实验结果分析等环节，使学生掌握实验的基本知识和基本方法。通过实验使学生感知物理现象及演变过程，加深对物理知识的理解，在实验技能技巧等方面受到系统而严格的训练；实验中出现的物理现象、异常结果和仪器故障有利于培养学生提出问题、分析问题和解决问题的能力；实验课严格的要求和规范的管理可以培养学生严谨的科学作风和工作作风。物理实验是学生进入大学后最早接触的实验课程，因此对学生专业素质的培养起着重要的作用，也为学习后续课程打下良好的基础。

通过本课程的学习，应达到如下要求：

(1)掌握实验原理和实验方法；

(2)了解常用实验仪器的结构、工作原理，能熟练使用仪器、操作规范、读数正确；

(3)掌握误差的基本理论及实验结果的评价方法；

(4)掌握实验数据表格的设计和数据记录、处理方法，如作图法、逐差法、回归法等；

(5)具备科学研究的初步能力和科学素养。

本课程的教学包含预习、实验和报告三个环节，每个环节的要求如下：

1. 预习

预习是实验的基础，不预习做不好实验，边预习边实验也不科学。学生要发挥自己的主动性，不能依赖和满足于教师的一般性介绍。该环节要求如下：

(1)认真阅读教材，了解实验目的和要求，理解实验原理、实验方法和实验步骤，完成预习思考题；

(2)到实验室认识仪器，阅读仪器使用说明书，了解仪器的结构、工作原理、主要性能、使用方法和操作注意事项；练习仪器的调整、量程的选择、读数方法等。

(3)写出预习报告。**预习报告应包括**：a. 实验名称；b. 原理摘要(包括原理扼要说明，主要公式，电路图，光路图。不要照抄实验指导书)；c. 主要仪器设备；d. 注意事项摘要；e. 列出数据记录表格，其中要标明实验条件和实验参数，以及各物理量的符号、单位和数量级；f. 回答预习思考题。

2. 实验

实验环节是实验的主体，要求学生在教师指导下独立完成实验操作的全过程。该环节要求如下：

(1)对照实验图正确连接实验仪或实验装置，仪器摆设要合理，便于检查、操作和读数。仔细检查无误后才开始做实验。

(2)按仪器操作规程调整仪器，合理选择量程。

(3)细心操作，注意观察实验现象，认真记录测量数据，正确表示测量值的有效数字和单

位。要注意思考分析，看是否有异常现象或数据，如有就及时找出原因并加以解决。

(4)记录实验条件和仪器的主要参数、型号、编号，以及实验组别。如实记录实验中遇到的问题、故障及可疑现象。

(5)要科学分析实验数据和结果。实验数据与标准数据有所差别，不能笼统说实验结果不好。因为任何实验结果都是有误差的，问题是误差有多大？是否合理？如果误差在允许范围内，那就是正常的。如果误差太大，要分析检查误差的原因，首先要检查自己操作和读数是否正确？实验条件是否满足？其次检查仪器和装置是否工作正常？千万不能拼凑数据。

3. 报告

实验报告是实验工作的总结，是实验课的重要组成部分。实验报告一般包括以下几个部分：

(1)实验项目名称。

(2)实验原理摘要：扼要地叙述实验的物理思想和实验方法，计算公式及成立条件，画出实验原理图。

(3)数据记录及处理：合理设计数据表格，填入有关原始数据，进行数据整理和计算，绘制图线，计算及分析误差，求出实验结果，要特别注意有效数字和单位的正确表达。

(4)讨论：讨论是实验的升华。包括实验是否达到实验目的和要求？实验中观察到哪些物理现象？怎样解析这些现象？实验误差的主要原因及对实验结果的影响如何？等等。

(5)体会：包括通过实验取得了哪些收获？对实验过程及结果的评价如何？实验方法或实验装置有哪些需要改进的建议？等等。

总之，实验课是学生在教师指导下充分发挥能动性的学习过程，因此必须强调学习的自觉性和主动性，要将教师的要求变成自己的追求。实验前要认真预习，思考如何做好这个实验，应该注意哪些问题；实验后要对实验进行总结和评价。在整个实验过程中一定要既动手又动脑，这样才能提高实验能力，培养科学素质。

第一章　误差、不确定度和数据处理的基本知识

第一节　测量与误差

一、测量及其分类

测量就是由预定的标准与未知量进行定量比较的过程和结果。具体操作就是借助计量仪器把被测量的大小表示出来，即用实验方法找出物理量的测量值。

测量从形式上可分为直接测量和间接测量，而从测量条件的不同又可分为等精度测量和不等精度测量。

直接测量是指被测量可以用测量仪器（或量具）直接读出测量值的测量。如用米尺测量长度、用温度计测量温度、用电压表测量电压、用秒表测量时间等都属于直接测量。

间接测量是指被测量不能用直接测量的方法得到，而是由直接测量值按一定的物理公式计算得到，这种测量称为间接测量。例如，测量铜柱的密度 ρ 时，先用尺直接测量出它的直径 d 和高度 h，用天平称出它的质量 m，然后通过公式 $\rho = 4m/\pi d^2 h$ 计算出铜柱的密度 ρ，ρ 的测量就属于间接测量。

二、误差的定义和表示

在测量中，由于测量仪器准确度有限，测量方法不完善，测量环境和测量人员感觉器官的限制和被测对象不完善等，使测量结果与被测量本身所具有的真实大小，即与被测量的真值之间存在一定的差值，这个差值就是测量误差，并把它称为**绝对误差**，即

$$\text{绝对误差} = \text{测量值} - \text{真值} \tag{1-1-1}$$

测量误差还可以用**相对误差**表示，即

$$\text{相对误差 } E = \frac{\text{绝对误差}}{\text{被测量的真值}} \quad (\text{用百分数表示}) \tag{1-1-2}$$

这里需要指出，一个量的真值是客观存在的，但它是一个理想的概念，一般说来是不知道的。在实际测量中一般根据测量数据，只能估算出测量的最佳值。对于验证性测量，常取理论值或公认标准值表示真值。

三、测量误差分类及其处理

误差按其产生的原因和性质主要分为系统误差、随机误差两类。

（一）系统误差

在相同条件下（即测量仪器、环境等条件和人员都相同）多次测量同一被测量，其误差的大小和符号保持不变或按某个确定规律变化，这类误差称为**系统误差**。产生系统误差的原因很多，比如仪器装置本身的固有缺陷或没有按规定条件使用、实验测量依据的理论本身的近似性或测量方法不当、环境条件的变化、以及实验人员本身的生理反应能力或者习惯等等。系统误

差的大小直接影响到实验的准确度。

系统误差的特点是它的确定性和可修正性。根据对系统误差的确定性的掌握程度，系统误差又可分为已定系统误差和未定系统误差。

误差的大小(数值)、方向(符号)或变化规律已确知的系统误差称为**已定系统误差**。如实验仪器零点不准确，实验方法和理论不完善等原因引起的系统误差就属于这一类误差，其特点是，一旦发现，可确定它的大小和正负，从而予以消除或充分修正。例如，用千分尺进行测量前，应先检查其零点的情况如何，若确有零记数，则应记下其大小和符号，然后用实际测量值减去零记数，便得到修正后的数值。

误差的大小、方向和变化规律未能确定或无法确定，但一般情况下可以估计出它的最大变化范围的系统误差称为**未定系统误差**。如反映各种仪器、仪表及量具制造准确度程度的仪器允差(称为仪器误差 $\Delta_{仪}$)就属于这一类误差，其特点是只知道使用该仪器误差的极限误差，并不确切知道它的大小和正负，因而是无法忽略又无法消除和修正。

仪器的允许最大误差或准确度等级，通常由制造工厂或计量部门使用更精确的仪器、量具经过检定比较给出，一般写在仪器的标牌上或说明书中。如果量具和仪器没有标出允差或准确度等级，我们可以**取其最小分度值或其 1/2 作为该仪器的仪器误差**。

(二)随机误差

在相同条件下多次测量同一被测量时，误差时大时小、时正时负，无规则地涨落，但对大量测量数据而言，其误差遵循统计规律，这类误差称为**随机误差**，也叫偶然误差。产生随机误差的原因是那些不确定或无法控制的随机因素。如观察者视觉、听觉的分辨能力及外界环境因素的扰动等。

1. 随机误差的正态分布

实验表明，大多数随机误差(其中包括我们以后经常遇到的多次测量的算术平均值的随机误差以及间接测量结果的随机误差)可以认为近似服从正态分布。标准化的正态分布曲线如图 1-1-1 所示。德国数学家高斯于 1895 年求出正态分布的数学表达式(正态分布概率密度函数)为：

$$\rho(\delta)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)^2}\quad(-\infty<x<+\infty)\tag{1-1-3}$$

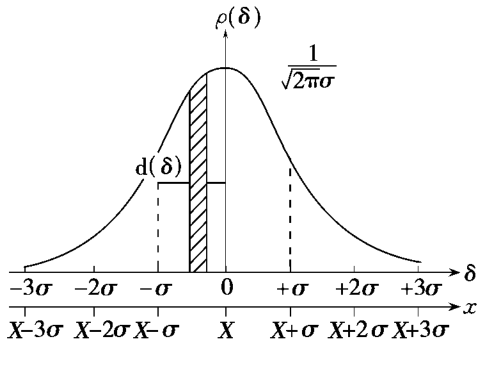

图 1-1-1　正态分布

上式中 $\delta=x-X$ 为每次测量的随机误差，X 为无限多次测量的总体平均值，在消除了系统误差后它就是被测量的真值；$\rho(\delta)$ 是随机误差 δ 出现的概率密度；$\sqrt{2\pi}$ 是为了满足归一化(曲线下总面积为 1)而引入的常数；σ 是决定 x 的离散程度的参数，称为**标准误差**，它的数学计算式是：

$$\sigma=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i}^{n}(x_i-X)^2}\tag{1-1-4}$$

2. 标准误差 σ 的意义

(1)σ 反映了测量的离散性。在一定测量条件下对同一物理量进行多次测量，随机误差的统计分布是唯一确定的，即 σ 有一确定值。σ 越小，离散度就越小，测量精密度越高。

(2)σ 具有明确的概率意义。利用概率密度分布函数 $\rho(\delta)$，我们可以求出由 $\delta=-\sigma$ 到

$\delta=+\sigma$ 之间的曲线下的面积：$\rho(\delta)=\int_{-\sigma}^{+\sigma}\rho(\delta)\mathrm{d}\delta=0.6827$。它表示对于只存在随机误差的测量，在 $[x_i-\sigma, x_i+\sigma]$ 测量区间内包含真值 X 的概率为 68.3%。人们把真值所出现的数据区间和概率分别称为置信区间和置信概率（或置信度）。如上面计算，在置信区间 $[-\sigma, +\sigma]$ 的置信概率为 68.3%。在置信区间 $[-2\sigma, +2\sigma]$ 和 $[-3\sigma, +3\sigma]$ 内的置信概率分别为 95.4% 和 99.7%。另外由 $[-3\sigma, +3\sigma]$ 内的置信概率为 99.7% 可知，当 $n\to\infty$ 时，测量的随机误差绝对值大于 3σ 的概率已经很小，只有 $1-99.73\%=0.27\%$，即测量 1 000 次才可能有约 3 次的测量误差大于 3σ，这对于有限次测量，这种可能性更是微乎其微。因此在有限次测量出现这种情况，可以认为是测量失误，或者说该测量值是“坏值”，应予以剔除。所以把 $\Delta=3\sigma$ **称为极限误差。**

3. 随机误差的估算

（1）有限次测量的标准偏差。误差理论证明：n 次等精度测量的一组数据的算术平均值为：

$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{1-1-5}$$

就是真值的最佳估计值。所以在有限次测量时，用算术平均值表示测量结果。

而标准误差则由标准偏差 S_x 作为最佳估算值。单次测量的标准偏差 S_x 的计算公式为：

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1}} \tag{1-1-6}$$

称为贝塞尔（Bessel）公式，式中的 $(x_i-\overline{x})$ 称为测量偏差。S_x 具有与 σ 相同的概率含义，即测量列中任一次测量值的偏差落在区间 $\pm S_x$ 内的概率为 68.3%。

（2）有限次测量算术平均值的标准偏差。可以证明，算术平均值的标准偏差 $S_{\overline{x}}$ 是单次测量标准偏差 S_x 的 $1/\sqrt{n}$，即：

$$S_{\overline{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1-1-7}$$

实际测量一般取 $n=6\sim10$ 即可，这是因为当 $n>10$ 以后，$S_{\overline{x}}$ 已减小得很慢。

我们为了表征随机误差的离散性而引入的标准误差 σ、标准偏差 S_x 和算术平均值的标准偏差 $S_{\overline{x}}$，它们都不是原来意义上的误差，而是属于不确定度的范畴。

习　题　一

（1）何谓系统误差和随机误差？系统误差和随机误差各有什么特点？

（2）指出下列情况分别属于系统误差还是偶然误差：

① 标尺刻度不均匀引起的误差；

② 水银温度计毛细管粗细不均匀引起的误差；

③ 伏安法测电阻实验中，根据欧姆定律 $R=U/I$，电流表内接法或外接法所测得电阻的阻值与实际值不相等引起的误差；

④ 天平不等臂引起的误差；

⑤ 天平平衡时指针的停点重复几次都不同引起的误差；

⑥ 电源不稳、温度变化引起的误差。

（3）工厂生产的仪器经检定为合格品，用它测量会有误差吗？

(4) 一组测量值,相互差异很小,此测量值的误差很小吗?

第二节 测量不确定度和测量结果的报道

一、测量不确定度的概念

设某被测量 X 的测量结果为 $\overline{x}$,误差限为 u,则

$$|\overline{x}-X|\leqslant u \longrightarrow \overline{x}-u\leqslant X\leqslant \overline{x}+u$$

上式表明,虽然真值 X 不能确切知道,但它将以一定的置信概率落在以 $\overline{x}$ 为中值的 $[\overline{x}-u, \overline{x}+u]$ 区间内。u 越大,表示真值可能出现的范围越大,真值不确定程度也越大。可见 u 的取值说明了测量结果的不确定程度,因此我们把 u **称为测量不确定度,表示由于测量误差的存在而对被测量值的真值不能确定的程度。**

按不确定度的获得方法,在将可修正的已定系统误差修正后,把余下的全部误差引起的不确定度划分为**两类不确定度分量**:凡是可以用统计方法计算的误差(如随机误差),称为不确定度的 A **类分量** u_A;凡是用非统计其他方法估算的误差(如仪器误差),称为不确定度的 B **类分量** u_B。

应当注意,不确定度和误差是两个不同的概念。误差是指测量值与真值之差,一般情况下,它是未知的、确定的、可正可负的量;不确定度是表示误差可能存在的范围,它的大小可以按一定的方法计算(或估算)出来。不确定度大,不一定误差的绝对值也大。另外,A 类不确定度和 B 类不确定度不一定与通常所讲的随机误差和系统误差存在简单的对应关系。

二、测量不确定度的评定

对测量不确定度的评定,常以估计标准偏差去表示大小,称其为标准不确定度。

1. A 类标准不确定度的评定

对直接测量,若测量次数足够多,测量结果以平均值 $\overline{x}$ 表示,其 A **类标准不确定度**可以直接用平均值的标准偏差来评定,即:

$$u_A = S_{\overline{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1-2-1}$$

对有限次测量,当测量次数减小时,概率密度分布曲线变得平坦,随机误差分布会偏离正态分布而遵循 t 分布(也叫学生分布)。这样,在有限次测量的情况下,为要保持同样的置信概率,(1-2-1) 式要乘上一个大于 1 且与测量次数有关的因子 t_p。但本课程为了简化计算起见,我们约定,在处理数据的时候,一律按式(1-2-1) 计算 A 类不确定度,不作 t 分布修正。

2. B 类标准不确定度的评定

在本课程的物理实验中,B 类标准不确定度的评定,我们可以只取仪器的标准误差 $\sigma_{仪} = (\Delta_{仪}/\sqrt{3})$ 一项来计算,即:

$$u_B = \sigma_{仪} = \Delta_{仪}/\sqrt{3} \tag{1-2-2}$$

其中系数$\sqrt{3}$ 是把仪器误差 $\Delta_{仪}$ 转换为标准误差 $\sigma_{仪}$ 时的变换系数。

对由式(1-2-2) 表示的符合均匀分布的标准误差的概率水平比正态分布要低些,这里我们忽略了这种差异,仍按它有 68 %概率水平去考虑。

计算B类不确定度时，如果查不到该仪器的误差限信息，可取 $\Delta_{仪}$ 等于分度值或其1/2，或某一估计值，但要注明。

3. 合成标准不确定度 u_C

将 A 类不确定度分量和 B 类不确定度分量进行方和根合成，即得**合成标准不确定度** u_C：

$$u_C = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{(S_{\bar{x}})^2 + \left(\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}\right)^2} \qquad (P = 68.3\%) \tag{1-2-3}$$

对于受多个（如 k 个）误差来源影响的直接测量，如果不确定度的各个分量彼此独立，则测量结果的合成不确定度 u_C，用广义方和根法计算评定：

$$U_C = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} u_{Ci}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_{Ai}^2 + \sum_{i=1}^{k-n} u_{Bi}^2} \tag{1-2-4}$$

4. 标准不确定度的传递合成公式

对于间接测量量 $y = f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，设直接测量量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 互相独立，且相应的标准不确定度分别为 $u_1, u_2, \cdots, u_n$。根据误差理论，将微分式中的各项求“方和根”，便可得到间接测量量 y 的合成标准不确定度：

$$\begin{aligned} u_C &= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 u_i^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 u_1^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 u_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n}\right)^2 u_n^2} \end{aligned} \tag{1-2-5}$$

当间接测量的函数式为积商（或含和差的积商）形式时，为使运算简便起见，可以先将函数式两边同时取自然对数，然后再求全微分和各项的“方和根”，便可得到间接测量量的相对不确定度：

$$\frac{u_C}{y} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_1}\right)^2 u_1^2 + \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_2}\right)^2 u_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_n}\right)^2 u_n^2} \tag{1-2-6}$$

上面两式叫做**不确定度传递合成公式**，其中的偏导数 $\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)$ 和 $\left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_i}\right)$ 为不确定度传递系数。

表1-2-1给出了一些常用函数的不确定度传递合成公式。

表 1-2-1　常用函数的不确定度传递公式

函数的表达式	不确定度的传递公式
$y = x_1 \pm x_2$	$u_C = \sqrt{u_{x_1}^2 + u_{x_2}^2}$
$y = x_1 \cdot x_2$ 或 $y = \frac{x_1}{x_2}$	$\frac{u_C}{y} = \sqrt{\left(\frac{u_{x_1}}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u_{x_2}}{x_2}\right)^2}$
$y = \frac{x_1^k \cdot x_2^m}{x_3^n}$	$\frac{u_C}{y} = \sqrt{k^2\left(\frac{u_{x_1}}{x_1}\right)^2 + m^2\left(\frac{u_{x_2}}{x_2}\right)^2 + n^2\left(\frac{u_{x_3}}{x_3}\right)^2}$
$y = kx$	$u_C = ku_x$ 或 $\frac{u_C}{y} = \frac{u_x}{x}$
$y = \sqrt[k]{x}$	$\frac{u_C}{y} = \frac{1}{k}\frac{u_x}{x}$
$y = \sin x$	$u_C = \lvert \cos x \rvert \cdot u_x$
$y = \ln x$	$u_C = \frac{u_x}{x}$

三、测量结果报道

不确定度的大小反映了测量结果的可信赖程度，不确定度小的测量结果可信赖程度高，反之则低。所以在报道测量结果时，为了既能反映测量结果又能反映测量结果的可靠程度，对物理量 x 测量的最终结果应按如下形式表达：

$$x = \overline{x} \pm u_x(\text{单位}) \qquad (P = 0.683) \tag{1-2-7}$$

$$E_x = \frac{u_x}{\overline{x}} \times 100\%$$

即要求同时报告测量平均值 $\overline{x}$，**绝对不确定度** u_x，**相对不确定度** E_x，**并注明置信概率** P，当然还要有单位。另外 u_x 一般取一位（特殊情况可以取 2 位）有效数字（有效数字概念后面讲到），实验结果平均值的最后一位与不确定度的最后一位对齐。相对不确定度 E_x 取一位或两位有效数字。

四、由测量数据计算报道测量结果举例

1. 由测量数据计算测量结果的步骤

（1）对测量数据中的可定系统误差加以修正；

（2）计算各测量列的算术平均值，作为各直接测量结果的最佳值；

（3）计算各测量列中各次测得值的测量偏差；

（4）计算各平均值的标准偏差，作为 A 类不确定度；

（5）由测量仪器的仪器误差估算 B 类不确定度；

（6）计算间接测量的测得值，将各直接测量的算术平均值或单次测量值代入测量公式，算出间接测量值；

（7）选择适当形式的不确定度传递公式计算间接测量的 A、B 类不确定度和合成不确定度。

2. 报道测量结果

$$\left.\begin{aligned} X &= \overline{x} \pm u_C \\ E_x &= \frac{U_x}{\overline{x}} \times 100\% \end{aligned}\right. \qquad (\text{单位}) \qquad (\text{置信概率 } P = 68.3010)$$

例 2－1　用单摆测重力加速度 g。设摆长为 l，摆动 n 次的时间为 t，则 $g = \frac{4\pi^2 n^2 l}{t^2}$。

记录：用钢卷尺测摆线长为 0.972 2m（测 1 次），用游标卡尺测摆球直径为 1.265cm（测 1 次），摆幅小于 3°，用精度为 0.1s 的停表测单摆摆动 50 次时间 t，记录于下表。

次数	1	2	3	4
t(s)	99.32	99.35	99.26	99.22

请计算并报道测量结果。

解：1）计算各直接测量量的平均值

$$\overline{l} = 0.972\,2\text{m} + \frac{0.012\,65\text{m}}{2} = 0.978\,52\text{m}$$

$$\overline{t} = \frac{99.32 + 99.35 + 99.26 + 99.22}{4}\text{s} = 99.288\text{s}$$

2）计算时间测量值的标准偏差

$$S_{\bar{t}}=\sqrt{\frac{(99.32-99.288)^2+(99.35-99.288)^2+(99.26-99.288)^2+(99.22-99.288)^2}{4\times(4-1)}}$$

$$=0.029(\mathrm{s})$$

3）计算直接测量量的不确定度

（1）l 的标准不确定度：l 只测量一次，其 A 类不确定度为 0。测量摆球直径用游标卡尺引入的不确定度较小，故只考虑来源于测量器具钢卷尺和目测读数引起的不确定度，即有

$$u_{B_1}(l)=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}=\frac{0.5\mathrm{mm}}{\sqrt{3}}=0.29\mathrm{mm}\quad（取钢卷尺分度值 1/2 为误差限）$$

$$u_{B_2}(l)=\frac{\Delta_{目测}}{\sqrt{3}}=\frac{0.5\mathrm{mm}}{\sqrt{3}}=0.29\mathrm{mm}\quad（目测读数估计误差限 \Delta_{目测}=0.5\mathrm{mm}）$$

$$u_C(l)=\sqrt{\sum u_A^2+\sum u_B^2}=\sqrt{(0.29)^2+(0.29)^2}=0.41(\mathrm{mm})$$

（2）t 的标准不确定度：

$$u_A(t)=S_{\bar{t}}=0.029(\mathrm{s})$$

$$u_B(t)=\frac{\Delta_{秒表}}{\sqrt{3}}=\frac{0.3}{\sqrt{3}}=0.17(\mathrm{s})$$

考虑到实验者在判定计时开始和结束时会有约 0.1s 的估计误差，再加上秒表本身的 0.1s 精度，所以估计 $\Delta_{秒表}=0.3\mathrm{s}$。

$$\therefore u_C(t)=\sqrt{0.035^2+0.17^2}=0.17(\mathrm{s})$$

由摆的幅角、锤的直径、摆线质量及空气浮力等项引起的不确定度较小，略去不计。

4）计算间接测量量 g 的测量结果和不确定度

$$\bar{g}=4\pi^2\bar{l}/(\bar{t}/n)^2=4\pi^2\times0.97852/(99.288/50)^2=9.7967(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

$$u_C(g)=\bar{g}\cdot\sqrt{\left(\frac{U_C(l)}{\bar{l}}\right)^2+(2)^2\cdot\left(\frac{u_C(t)}{\bar{t}}\right)^2}$$

$$=9.7967\times\sqrt{\left(\frac{0.00041}{0.97852}\right)^2+\left(2\times\frac{0.17}{99.28}\right)^2}$$

$$=0.03(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

5）报道测量结果

$$\mathrm{g}=(9.80\pm0.03)\mathrm{m/s^{-2}}\qquad(P=0.683)$$

$$E_g=0.03/9.80=0.3\%$$

习　题　二

（1）如何理解不确定度概念？它与测量结果的误差有什么关系？

（2）测量的真值是不可确知的，但在测量之后对真值毫无所知吗？

（3）某电阻的测量结果为 $R=(35.78\pm0.05)\Omega$ $(P=68\%)$，下列各种解释中哪一个正确的？

① 被测电阻值是 35.73Ω 或 35.83Ω；

② 被测电阻值是 35.73Ω 到 35.83Ω 之间；

③ 在 35.73～35.83Ω 范围内含被测电阻真值的概率约 68%；

④ 用 35.73Ω 表示被测电阻时，其测量误差的绝对值小于 0.05Ω 的概率约为 0.68。

（4）级别为 0.5、量程为 10mA 的电流表对电路的电流作 10 次等精度测量，测得数据为：9.552，9.560，9.500，9.534，9.600，9.400，9.576，9.620，9.592，9.560（单位：mA）。请计算并以规定形式报道测量结果。

(5) 用一级千分尺(示值误差限为±0.004mm)测量某物体长度10次,测得值为14.298、14.256、14.262、14.290、14.234、14.263、14.242、14.272、14.278、14.216(单位:mm)。请计算和报道测量结果。

第三节　有效数字及其运算

一、有效数字的概念

1. 有效数字定义及其意义

测量结果的第一位非零数字起到最末一位可疑数字(误差所在位)止的全部数字,统称为测量结果的**有效数字**。例如,如图1-3-1用米尺(最小刻度是1mm)测量钢棒的长度,我们可以读出4.26cm,4.27cm,或4.28cm,前二位数“4.2”可以从米尺上直接读出来,是确切数字,而第三位数是测量者靠眼睛分辨估读出来的,可能因人各异,是有疑问的,称为可疑数字,所以该测量结果共有三位有效数字。又如10.245,1.0245,0.10245都是5位有效数据,其中最后一位是可疑数据。

有效数字的意义在于有效数字位数能反映所使用仪器和测量的精度,表示了测量所能达到的准确程度。例:测量某物体长度的两个数据1.3500cm和1.35cm有效数字不同,前一个数据的有效数字位数是5位,而后一个的有效数字位数是3个。因此可以判定测量前一个数据的量具比测量后一个数据的量具的准确度高。所以,小数点后的“0”,不可随意取舍。

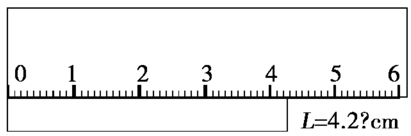

图1-3-1　钢棒测量

2. 测量结果有效数字位数的确定

(1) 不确定度的位数一般只取一位,若首位是1时可取两位。相对不确定度为百分之几,一般也只取一、两位。

(2) 由不确定度决定测量结果有效数字位数,即测量结果的有效数字最后一位应与不确定度所在位对齐;若不确定度取两位,则测量结果有效数字的末位和不确定度末位取齐。

例如,$U=(6.040\pm0.005)\text{V}$ 和 $g=(981.2\pm1.8)\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$。

(3) 有效数字尾数舍入规则:尾数**“小于五则舍,大于五则入,等于五凑偶”**。这种舍入法则使尾数入与舍的概率相同。例如:将下列数值取四位有效数字。

$3.14159\rightarrow3.142$,$2.71729\rightarrow2.717$,$4.510501\rightarrow4.511$,$4.511500\rightarrow4.512$。

(4) 同一个测量值,其精度不应随单位变换而改变。有效数字位数与小数点的位置无关。例如:

$$\bar{l}=13.00\text{cm}=130.0\text{mm}=1.300\times10^{5}\mu\text{m}\neq130000\mu\text{m}$$

$$\bar{V}=2.50\text{cm}^{3}=0.00000250\text{m}^{3}=2.50\times10^{-6}\text{m}^{3}\neq2.5\times10^{-6}\text{m}^{3}$$

对非十进制单位变换时,则以保持误差所在位为有效数字的末位为原则。

例如:$\bar{\varphi}=93.5^{\circ}$,粗略判断其误差不小于$0.1^{\circ}$。若要改用弧度为单位,则先换算其误差约为$\frac{\pi}{180}\times0.1\approx0.002\text{rad}$,然后将测量值换算,应保留到误差所在位为止。所以$\bar{\varphi}=\frac{\pi}{180}\times93.5=1.632\text{rad}$。

3. 测量结果的科学表示方法

测量结果的表示,一般应采用科学表示法,即用有效数字乘以10的幂指数的形式来表示。

一般小数点前只取一位数字，幂指数不是有效数字。

例如　　　1.5kg 可写成 1.5×10^3g，不能写成 1500g

(5234 ± 1)km 应写成$(5.234\pm0.001)\times10^6$m

(0.000456 ± 0.000003)s 应写成$(4.56\pm0.03)\times10^{-4}$s

二、有效数字的运算规则

在间接测量中必然要遇到有效数字的运算。运算结果的有效数字一般要由不确定度的量级来决定。所以，对于已经给出了不确定度的有效数字，在运算时应先计算出运算结果的不确定度，然后根据这个不确定度决定结果的有效数字位数。而对于没有给出不确定度的有效数字，在运算时则按以下几种具体运算的规则来确定运算结果的有效数字位数。

(1) 加减法运算规则：以参与运算各量中有效数字最后一位位数最高的为准并与之取齐。

(2) 乘除法运算规则：以参加运算各量中有效数字最少的为准，结果原则上与有效数字最少的相同，但当结果第一位数是 1、2、3 时，可多取一位。

(3) 指数法运算规则：指数运算结果的有效数字位数与指数的小数点后的位数相同（注意包括紧接小数点后的零）。

(4) 三角函数法运算规则：三角函数计算结果的有效数字与角度的有效数字位数相同。

(5) 对其他函数运算我们给出一种简单直观的方法：将自变量可疑位上下变动一个单位，观察函数结果在哪一位上变动，结果的可疑位就取在该位上。

另外，对一个包含几种不同形式运算的运算式，应按上述的运算原则按部就班进行运算。必须注意，运算中途得到的中间结果应比按有效数字运算规则规定的多保留一位，以防止由于多次取舍引入计算误差，但运算最后仍应舍去。

习　题　三

(1) 以毫米(mm) 为单位表示下列各值：

1.58m　　0.01m　　2cm　　3.0μm　　2.58km

(2) 指出下列记录中，按有效数字要求哪些有错误：

① 用米尺(最小分度为 mm) 测量物体的长度：

3.2cm　　50cm　　78.86cm　　60.00cm　　16.175cm

② 用安培计(最小分度为 0.05A) 测电流：

2.0A　　1.450A　　1.010A　　0.605A　　0.982A

(3) 应用有效数字规则计算下列各式：

① $3.00\times4.00+40.0\times1.00+10\times0.1=?$

② $2.4\times10^2-2.5=?$

(4) 按照测量结果报道要求和有效数字规则，检查并改正以下错误：

①$L=(10.8000\pm0.2)$cm

②$R=(9.75\pm0.0626)$cm

第四节　常用数据处理方法

正确处理实验数据是实验能力的基本训练之一。根据不同的实验内容、不同的要求，可以采取不同的数据处理方法。下面介绍物理实验中较常用的数据处理方法。