

郭玉峰◎著

数学基本活动经验研究

量化与课堂实践

SHUXUE JIBEN HUODONG JINGYAN YANJIU
LIANGHUA YU KETANG SHIJIAN

最新义务教育数学课程标准在课程目标中明确提出“数学基本活动经验”，将原有“双基”变成“四基”：基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。如何理解课程标准提出的“数学基本活动经验”？实践中如何落实和贯彻？这是一个崭新的课题。本书从理论和实践探讨了数学基本活动经验的内涵、维度划分，创造性地给出了数学基本活动经验的量表，借助量表考察了学生数学基本活动经验的现状，并针对性地研究了日常课堂教师帮助学生积累数学基本活动经验的教学实际。

本书主要内容包括研究问题和研究价值、研究设计和研究方法、文献综述、数学基本活动经验内涵的构建、数学基本活动经验量表的创建、数学基本活动经验的量化研究、数学基本活动经验的课堂实践研究、研究结论与展望等。

本书的主要特色有：一是明晰了数学基本活动经验与基础知识、数学能力的区分；二是创造性地给出学生数学基本活动经验的量表。量表分为水平维度和竖直维度，水平维度分为观察联想、归纳猜想、数学表达、验证或证明四个方面；竖直维度分为三个层次水平：模仿阶段、性质阶段、实质阶段。借助量表，对学生数学基本活动经验的现状进行了量化，对日常课堂教学实践进行了深入分析和研究。本书从定性和定量两个角度、对课程标准提出的“数学基本活动经验”进行了深入、开创性的研究。



湖南教育出版社



郭玉峰博士，北京师范大学数学科学学院副教授，全国数学教育研究会理事、《数学教育学报》编委。研究领域数学教育。在《Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics》、《Australia: The China Papers—Tertiary Science and Mathematics Teaching for the 21st Century》、《课程·教材·教法》、《教育学报》、《中国教育学刊》、《数学通报》等国内外期刊发表学术论文30余篇。参编著作3部，主持或参与多项国家级、省部级项目。

责任编辑：胡 旺 装帧设计：熊玉心



ISBN 978-7-5539-0463-4



9 787553 904634 >

定价：35.00元

北京市教育科学“十二五”规划重点课题——“‘四基’之数学基本活动经验研究：量化与
课堂实践”研究成果（课题编号：ABA12020）

数学基本活动经验研究

量化与课堂实践

SHUXUE JIBEN HUODONG JINGYAN YANJIU
LIANGHUA YU KETANG SHIJIAN

郭玉峰◎著

湖南教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学基本活动经验研究：量化与课堂实践 / 郭玉峰；

—长沙：湖南教育出版社，2013.3

ISBN 978-7-5539-0463-4

I. ①数… II. ①郭… III. ①数学课—教学研究—中
小学 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 047646 号

书 名	数学基本活动经验研究：量化与课堂实践
主 编	郭玉峰
责任编辑	胡 旺
责任校对	刘 源 崔俊辉 张 征
出版发行	湖南教育出版社出版发行（长沙市韶山北路 443 号）
网 址	http://www.hneph.com http://www.shoulai.cn
电子邮箱	228411705@qq.com
客 服	电话 0731-85486742 QQ 228411705
经 销	湖南省新华书店经销
印 刷	湖南贝特尔印务有限公司印刷
开 本	710×1000 16 开
印 张	17.25
字 数	248 000
版 次	2013 年 4 月第 1 版 2013 年 4 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-5539-0463-4
定 价	35.00 元

本书若有印刷、装订错误，可向承印厂调换

序 XU

2011年版《义务教育数学课程标准》对原有的课程目标进行了修改，在原有的“基础知识”和“基本技能”这“双基”的基础上，进一步明确了“基本思想”和“基本活动经验”的要求，把“双基”扩展为“四基”。希望学生在义务教育阶段的数学学习中，除了获得必要的知识和技能之外，还能感悟数学的基本思想，积累数学思维活动和实践活动的经验。

义务教育阶段的学生，长大之后大多数将不从事数学工作，在未来的学习和工作中，他们很可能把学到的数学知识和技能忘掉了，那么，数学教育应当给这些学生留下些什么东西，使得学生们能够终身受益呢？我想，这就是数学的基本思想和基本活动经验。思想的感悟和经验的积累是一种隐性的东西，但恰恰就是这种隐性的东西决定了一个人的思想方法，而一个人的事业是否成功，除却机遇、知识和技能之外，更大程度取决于思想方法。一个人的思想方法是在义务教育阶段形成的，这便是中国的一句古训：江山易改、本性难移。

思想的感悟和经验的积累仅仅依赖老师的讲授是不行的，主要依赖学生参与其中的数学活动，依赖学生的独立思考，让学生从中感悟应当如何思考问题，积累思维的经验，这是一种过程的教育。比如，一个好的数学教学活动，在培养学生演绎推理的基础上，还要注重归纳推理（包括类比）能力的培养，能够设计出合适的问题、合理的教学过程，让学生感悟如何从具体事例出发得到一般结果的思维过程。通过这样的教学过程，帮助学生积累思维的经验，让学生逐渐形成自己的、合理的思维方法。

“数学基本思想”大概包括三方面的内容：抽象、推理和模型，我计划写六本书来阐述这些思想。其中，关于抽象两本：数量与数量关系的抽象、图形与图形关系的抽象；关于推理两本：数学中的演绎推理、数学中的归纳推理；关于模型两本：自然界中的数学模型、生活中的数学模型。现在已经写完了前五本书并且陆续出版了。很高兴的是，关于“数学基本活动经验”的专著也将出版。作者郭玉峰是北京师范大学的副教授，2007年开始攻读我的博士生。当时，正值我牵头修改《义务教育数学课程标准》，在我的建议下，郭玉峰自那时起就开始研究数学基本活动经验，一直持续到现在。将要奉献给读者的《数学基本活动经验研究：量化与课堂实践》这本专著，是郭玉峰在她的博士学位论文的基础上修改的。

“数学基本活动经验”研究是一个非常有意义的课题，甚至比“数学基本思想”的研究更富有挑战性，因为这方面的研究刚刚起步。我想，目前我国中小学生最需要积累的经验至少有两个方面：思维活动经验和实践活动经验。郭玉峰的这本专著主要讨论思维活动经验。

显然，一个人积累了良好的数学思维经验，就会从数学的角度看问题、想问题。这本专著致力于寻求一种培养学生数学思维的模式，以供数学教育研究者和广大中小学教师参考。这个模式包括观察联想、归纳猜想、数学表达、验证证明四个方面，努力实现归纳推理和演绎推理的有机结合。为了建立数学思维经验的量表，选取的切入点是：经历从具体问题出发、尝试数值计算和简单推理的过程，实现从特例入手、摸索规律、得到一般结论的目标。作为可行性研究，郭玉峰研制了一些测试题目，进行了学生数学基本活动经验的现状调查，并对日常课堂教学情况进行跟踪；在调查的基础上，进行数据分析和理论研究，从而清晰地界定了数学基本活动经验的内涵，规划了实施建议和效果评价。

书中认为：帮助学生积累数学的基本活动经验，需要设计合适的教学活动，让学生在思考和感悟的基础上，逐渐形成下意识的而不是有意识的结果；让学生在经历了归纳推理和演绎推理的过程后，逐渐形成的一种思维模式，书中强调：好的数学教学活动的效果，除了知识的记忆和技能的熟练之外，还有思维经验的积累；数学基本活动经验是回忆的基础，随着

经验的丰富能够逐渐形成思维模式或案例模式，最终建立数学直观。我想，这些观点和看法都是正确的，对培养H 性人ē 是重要的。

本书的主要贡献在于：创建了数学基本活动经验的量表，在此基础上进行了量化研究和课堂实践研究。事实上，这个量表的确立，也明确了现阶段课程改革所提倡的“过程教学”的含义。对于思维方法的形成，“意会”的作用要远远大于“言传”，因为这是一种经验的积累，我们应当记住欧拉和波利亚的建议：从观察出发积累最正确的经验。关于这一点，本书认为认识是从观察开始的、想象是从联想开始的，因此数学基本活动经验积累的起始是观察联想，最终形成一定的直观能力和想象能力。这样，书中提出的观察联想、归纳猜想、数学表达、验证或证明，就明晰了“过程教学”的阶段和主旨，希望学生在不断地经历这样的过程中感悟应当如何思维，逐渐形成自己的、合理的思维方法。

无论如何，量化研究是必要的也是重要的。郭玉峰的工作是具有开创性的，必将推动相关研究的进展，也必将对中小学教师的教学实践带来积极的影响。

中国教育学会副会长
东北师范大学教授

史宁中

2013年1月

前言 QIANYAN

2001年,《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》将“数学活动经验”作为数学知识的一部分,在课程目标中首次提出。2011年,《义务教育数学课程标准》将“数学基本活动经验”与“数学知识”并列,作为“四基”^①之一单独提出。为什么在数学课程目标中单独提出?怎么理解?实践中如何落实?相关问题的研究具有时代意义和现实意义。

数学基本活动经验包括“思维活动的经验”和“实践活动的经验”,本书针对“思维活动的经验”进行了较为深入的理论结合实践的探讨。本书创造性的工作主要有三方面:1.创造性地构建了数学基本活动经验的量表;2.创造性地进行了学生数学基本活动经验的量化研究;3.结合数学基本活动经验的量表,针对初中“一次函数”的内容,进行了日常数学课堂教学追踪研究。

数学基本活动经验量表从水平维度的四个方面、竖直维度的三个层次水平进行了刻画。水平维度的四个方面分别是观察联想、归纳猜想、数学表达、验证或证明,体现数学思维活动较为完整的过程;竖直维度的三个层次水平分别是模仿、性质、实质阶段,体现水平维度的四个方面所达到的不同层次。

借助数学基本活动经验量表,进行了学生数学基本活动经验现状的研究。通过自行研制测试问卷,调查研究了1295名初中学生数学基本活动经验的现状,对测试的数据结果进行了统计处理;借助数学基本活动经验

^① “四基”指基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验。

量表，选取初中“一次函数”内容，进行了日常课堂教学追踪研究。研究采用定性和定量相结合的方法，数学基本活动经验量表的创建主要通过定性研究，学生数学基本活动经验现状的调研主要通过定量研究。定量研究包括根据美国运筹学家 A. L. Saaty 的层次分析法（Analytical Hierarchy Process，简称 AHP 方法）确定测试题每题不同层次的相对合理赋分；对测试问卷的数据进行统计处理：求样本均值考察总体状况；进行方差分析检验年级间差异；通过聚类分析确定层次水平划分等。

本书研究得到的主要结论如下：

1. 数学基本活动经验的提出是基于创新人才的培养，是时代发展和数学发展的需要。数学基本活动经验是亲身经历和感悟的结果，它不同于数学知识，也不同于数学能力。知识能够传递，可以不经过亲身实践而被告知；能力更细化，直接体现在数学活动效率上；数学基本活动经验不能传递，必须亲身实践和感悟，更为综合，需要长时间积淀。

2. 数学基本活动经验是长时间经历和感悟了数学的归纳推理和演绎推理后，形成的一种数学思维模式，进而获得一定的数学直观。表现在中小學生身上，主要为“从最简单问题入手、循序渐进地摸索规律和性质，并获得一般结论的数学思维模式”。其中“摸索规律”，是尝试性分析特例，发现共性、特性、关系的“思考”过程。

3. 数学基本活动经验的维度划分是观察联想、归纳猜想、数学表达、验证或证明，层次水平划分包括模仿阶段、性质阶段和实质阶段。“ $\vdots$ 阶段”没有形成“观察入手、特例启发、探索规律和结论”的有效数学思维模式，只是单纯 $\vdots$ ；“性质阶段”形成了这种有效数学思维模式，能看到问题共性，但还不能看到问题的最本质，也不能触类旁通；“实质阶段”能看到问题的共性、特性和关系，看到问题的核心和本质，能进行问题的远端联想。

4. 自行研制的测试问卷从数学基本活动经验的四个维度进行了考察。结果表明：初中学生数学基本活动经验总体状况一般；四个维度中，学生在归纳猜想维度发展均衡，其他维度呈偏态分布；聚类分析结果表明，初中学生大部分处于数学基本活动经验的第一级水平“模仿阶段”和第二级

水平“性质阶段”，即能进行模仿，初步归纳概括，看到问题的形式或表面；很少一部分学生达到第三级水平“实质阶段”，能看到问题的核心和实质，但没有丰富联想；极少一部分学生达到第三级水平“实质阶段”，能看到问题的核心和实质，并有丰富联想。

5. 课堂教学观察的结果，以及教学过程中“看图编故事”的测试表明：教师不能自觉、有意识地帮助学生建立“从最简单问题入手，循序渐进探索规律和结论”的数学思维模式；学生的思考往往带有自己的原始直观，教学容易忽视学生的原始直观；达到数学基本活动经验层次水平三是重要的，即能看到问题“实质”并展开“联想”，但看到“实质”未必一定有丰富“联想”，教学需要帮助学生在认识问题实质的基础上进一步联想。

在此基础上提出：教学要保护学生的原始直观，要正确引导、帮助学生建立起正确的直观；要让学生“学会数学思考”，即观察入手、特例揭示，归纳推理得到猜想；广泛联想，进入“漫江碧透、鱼翔浅底”的浮想联翩的境地。

目 录 MULU

前言	1
第一章 研究问题和研究价值	1
一、问题提出	1
(一) 问题提出的背景	1
(二) 问题研究的背景	3
二、研究问题的确立	8
(一) 明确数学基本活动经验的内涵	9
(二) 创建数学基本活动经验的量表	9
(三) 借助量表, 对学生数学基本活动经验进行量化	10
(四) 借助量表, 考查日常课堂积累学生数学基本活动经验的现状	10
三、研究意义和研究创新	11
(一) 澄清相关问题理论和实践研究中的不足	11
(二) 明确数学基本活动经验提出的价值	12
(三) 梳理数学基本活动经验的核心: 形成归纳推理的思维模式	14
(四) 研究创新: 创造量表实施量化, 进行课堂追踪	15
第二章 文献综述	17
一、国内文献研究	17
(一) 为什么提出数学基本活动经验	19
(二) 数学基本活动经验是什么	20
(三) 数学基本活动经验的分类	22
(四) 数学基本活动经验层次水平划分	24

(五) 数学基本活动经验与“双基”的关系	26
二、国外文献研究	28
(一) 从社会、文化、课堂等多重角度研究经验，经验是一个大范畴	28
(二) 将“经验”视为学习后的感受和体会	30
(三) 从数学学科角度出发，研究学生的数学学习经验	30
三、文献述评	35
第三章 研究设计、方法和过程	38
一、研究设计	38
(一) 研究目的	38
(二) 研究问题	39
(三) 研究假设	40
(四) 研究重点和难点	40
二、研究方法	40
(一) 文献法	41
(二) 调查法和统计法	42
(三) 课堂观察法	42
三、研究过程	43
(一) 探究、摸索阶段	43
(二) 逐步明朗阶段	45
(三) 清晰、明确阶段	45
四、测试问卷的研制过程	48
(一) 测试问卷的研制过程	48
(二) 正式测试问卷的确立	49
第四章 数学基本活动经验内涵的构建	51
一、数学基本活动经验的提出	51
(一) 关于数学的存在与作用的认知	51
(二) 关于数学创造的认识	57

(三) 关于学生的数学创造的认识	60
二、数学基本活动经验内涵的构建	68
(一) 数学基础知识、基本技能、能力的大纲(课程标准)演变	68
(二) 数学基本活动经验与基础知识、数学能力	70
(三) 数学基本活动经验的内涵	73
第五章 数学基本活动经验量表的创建	78
一、数学基本活动经验量表：水平方向的维度划分	78
(一) 起始阶段：观察联想	79
(二) 积累的第二步：归纳猜想	94
(三) 积累的第三步：数学表达	103
(四) 积累的第四步：验证或证明	105
二、数学基本活动经验量表：竖直方向的层次水平划分	108
(一) 三级层次水平划分：模仿、性质、实质	108
(二) 层次水平划分的实践依据	109
(三) 层次水平划分的理论阐述	117
三、数学基本活动经验量表的创建	120
第六章 数学基本活动经验的量化研究	122
一、量化工具：测试问卷	122
(一) 测试目的	122
(二) 测试题目考查目的、来源及设计思想	123
(三) 测试题目权重分配及层次划分	126
(四) 测试题的评分依据	128
(五) 测试对象的选择和测试过程	133
二、量化数据：测试的数据结果	134
(一) 各学校平均分	134
(二) 各年级平均分	135
(三) 每题得分	137

(四) 四个维度得分	138
(五) 每题各层次得分	139
(六) 所有题目的聚类分析	145
三、量化结果：测试的主要结论	148
(一) 初中学生数学基本活动经验总体状况一般	148
(二) 归纳猜想维度，学生表现均衡，其他维度偏态分布	150
(三) 聚类分析结果表明，学生数学基本活动经验可分为三级层次水平	151
(四) 学生不易达到数学基本活动经验的层次水平三	152
(五) 达到数学基本活动经验层次水平三，是平时数学成绩中上等的学生	153
 第七章 数学基本活动经验的课堂实践研究	158
一、课堂实践研究设计	158
(一) 研究对象和研究内容	158
(二) 研究方法	159
二、课堂实践研究 1：初中“一次函数”内容	160
(一) “一次函数”教科书内容的编排	160
(二) “抽象一次函数概念”的课堂实践研究	161
(三) “一次函数”图象的课堂实践研究	169
(四) “一次函数”应用的课堂实践研究	186
三、课堂实践研究 1 的研究结果	190
(一) 很多教师不能有意识地建立学生有效数学思维模式	190
(二) “课题学习”更多是应用题教学	191
(三) 教学容易忽视学生的原始直观	192
(四) 教学应注意引导学生实现丰富联想	193
四、课堂实践研究 2：“看图编故事”测试	194
(一) 测试问题	195
(二) 测试目的和测试形式	196
(三) 学生测试情况汇总	197
五、课堂实践研究 2 的研究结果	207

(一) 很多学生达到数学基本活动经验层次水平三“认识实质”	208
(二) 极少数学生达到数学基本活动经验层次水平三“大跨度联想”	210
(三) 能“认识实质”的学生, 期末数学成绩一般较好	210
(四) 达到层次水平三“大跨度联想”有一定年龄和阅历区分	212
第八章 研究结论、启示与展望	214
一、研究结论	214
(一) 数学基本活动经验内涵的构建: 建立一定的数学思维模式	214
(二) 维度划分: 观察联想、归纳猜想、数学表达、验证或证明	217
(三) 层次水平划分: 模仿、性质、实质三级水平	218
(四) 学生数学基本活动经验的现状: 总体一般	219
二、启示与展望	221
(一) 研究启示一: 由观察启发、特例揭示, 归纳推理得到猜想	221
(二) 研究启示二: 广泛联想, 进入浮想联翩的境地	225
(三) 展望: 继续深入研究, 落实课程目标要求	229
参考文献	231
附录 1: 预研究 1	238
附录 2: 预研究 2	239
附录 3: 正式测试问卷	246
附录 4: “看图编故事”	254
后 记	255