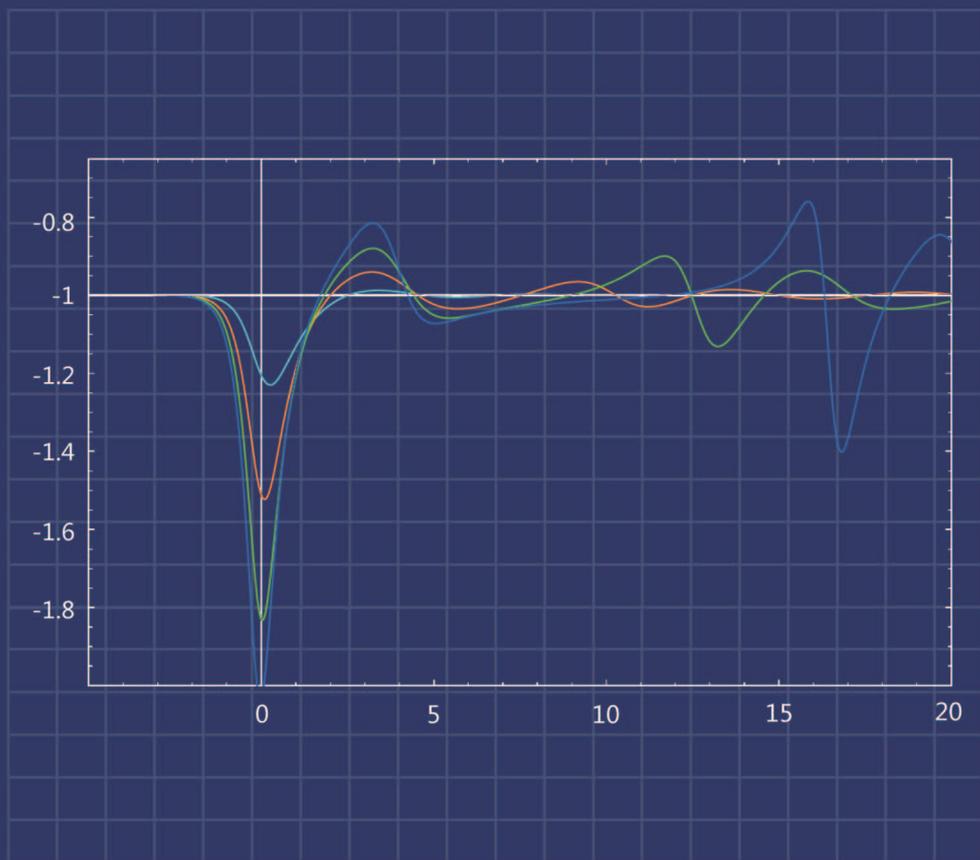


# 动力学暗能量模型的研究

张晓菲 著



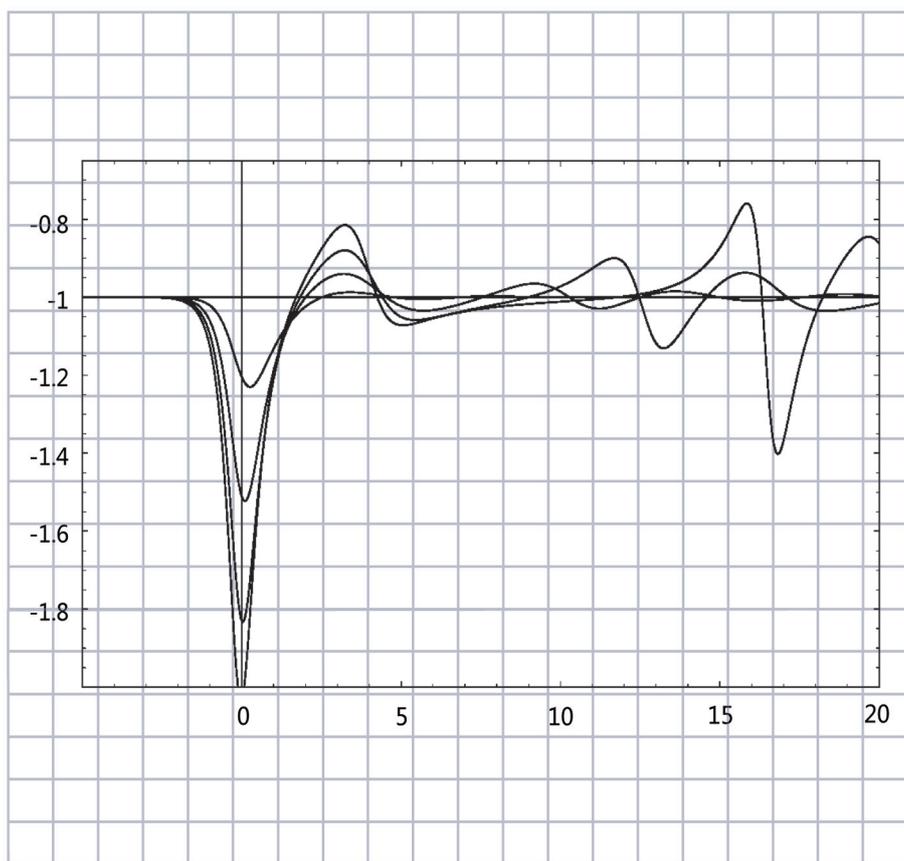
河北科学技术出版社



张晓菲，女，汉族，1979年生。2002年毕业于山东大学物理系物理学专业，2007年于中国科学院高能物理研究所获得理学博士学位，现任教于滨州学院物理与电子科学系，主要研究方向为宇宙学。

# 动力学暗能量模型的研究

张晓菲 著



河北科学技术出版社

# 前言

---

暗能量是现代宇宙学研究中最重要的问题之一，也是当前的热点问题。暗能量理论模型有多种，如宇宙学常数，动力学模型 Quintessence、Phantom、K-essence、Quintom 等。最近通过对天文观测数据的拟合表明宇宙学常数模型可以很好地符合观测，但是也不能排除动力学暗能量模型的存在，并且，有微弱的趋势支持状态方程参数  $w$  越过  $-1$  的模型，即 Quintom 暗能量模型。

本书着重于论述 Quintom 暗能量理论模型以及该模型下宇宙的演化特征。首先，本书简单综述了目前天文观测对暗能量状态方程的限制和现有的暗能量理论模型。其次，书中介绍了作者在研究 Quintom 模型方面的工作。这方面的模型有很多，主要详细研究了几种 Quintom 模型，例如由两种组分构成的模型：两个标量场（Quintessence+Phantom）或一个标量场（Phantom）和一个旋量场（中微子）。研究表明这种双场模型在某种程度上可以很容易地实现状态方程参数  $w$  越过  $-1$ 。书中研究的第二种 Quintom 模型是高阶导数项的单标量场模型，这种模型有趣的是当其状态方程参数  $w$  从大于  $-1$  演化到小于  $-1$  后，只在小于  $-1$  的状态停留一段时间，然后又回到  $-1$  以上，从而避免了  $w < -1$  引起的“大撕裂”问题。另外，本书

还分析了这类模型包括的几种分类所具有的不同演化特征和可能带来的宇宙结局，由一种特殊的模型出发，分析了不同情况下所具有的演化过程，并做了一些普遍性的讨论。比如第一类高阶导数暗能量模型跟普通 Quintom 模型一样，会导致“大撕裂”；第二类的模型将会使状态方程参数  $w$  围绕  $-1$  震荡，或者末期趋于  $-1$ ，从而使宇宙一直膨胀下去；第三类模型状态方程参数  $w$  围绕  $0$  震荡，导致宇宙膨胀停止等。书中研究的第三种 Quintom 模型是计算了引力与暗能量场非最小耦合的情况，如果暗能量是一种单一的动力学场，那么它有可能与引力发生非最小耦合，从而在不引入第二种暗能量成分或不考虑暗能量场的高阶导数项的情况下实现 Quintom 演化图像。除此之外，这种模型具有某些特别的演化行为，比如书中所列举出的在宇宙演化早期，暗能量与当时占主导地位的辐射和物质发生相互作用，演化行为类似于辐射和物质；而随着辐射和物质在宇宙膨胀中被迅速稀释，暗能量场主导了演化，并在与引力的作用过程中，状态方程参数  $w$  由大于  $0$  减小到  $0$  以下，直至小于  $-1$ ，从而实现了 Quintom 图像。

# 目 录

---

第1章	引 言	1
第2章	暗能量的观测和理论模型	5
2.1	暗能量的观测限制	5
2.2	暗能量模型的候选者之一：宇宙学常数	18
2.3	暗能量模型的候选者之二：动力学场	22
2.3.1	Quintessence	22
2.3.2	Phantom	24
2.3.3	含非正则动能项的标量 (K-essence)	25
2.3.4	其他的几种暗能量模型	27
2.4	小 结	32
第3章	NoGo 定理和双场 Quintom 模型	33
3.1	NoGo 定理的证明	33
3.1.1	barotropic 单理想流体	34
3.1.2	non-barotropic 单理想流体	34
3.2	双场模型	37
3.2.1	双标量场 Quintom 模型	37
3.2.2	中微子和标量场耦合的双场 Quintom 模型	47
3.3	小结与讨论	52
第4章	含有高阶导数项的单场 Quintom 模型和其他模型	55
4.1	高阶导数单标量场模型	55
4.2	只在 Phantom 态存在一段时间的特例	59
4.3	对于更普遍的高阶导数单标量场模型的分析	64
4.4	状态方程越过 $-1$ 的其他可能的模型	76

4.5 小 结 .....	82
第5章 总结与展望 .....	83
附 录 符号和约定 .....	85
参考文献 .....	87
后 记 .....	101

## 表 格

---

3-1 临界点列表 .....	42
3-2 临界点稳定性的判断情况列表 .....	45

## 插 图

---

2-1 最新的 182 个 Ia 型超新星数据点 <sup>[17]</sup> .....	6
2-2 红移分并的方法给出的状态方程演化趋势 <sup>[22]</sup> .....	8
2-3 157 个“金的”超新星数据加上宇宙年龄对小红移展开参数的限制, 中心点代表最佳拟合 <sup>[23]</sup> .....	10
2-4 157 个“金的”超新星数据加上宇宙年龄对小 $a$ 展开参数的限制, 中心点代表最佳拟合 <sup>[23]</sup> .....	11
2-5 超新星数据对 $w(z) = w_0 + w_a z / (1 + z)$ 的限制 <sup>[17]</sup> .....	12
2-6 状态方程的分类 I <sup>[27]</sup> .....	13
2-7 状态方程的分类 II <sup>[28]</sup> .....	14
2-8 Supernovae、Galaxy、Clustering 和 WMAP 第三年数据对暗能量模型的限制 <sup>[27]</sup> .....	15
2-9 WMAP + 157 “金的” SNIa 数据点 + SDSS 对 $w(z)$ 的限制 <sup>[27]</sup> .....	16
2-10 WMAP3 + SN182 + SDSS + 2dFGRS 对暗能量状态方程演化的限制 <sup>[31]</sup> .....	16

2-11 WMAP3 + SN182 + SDSS + 2dFGRS 对暗能量状态方程  $w(a) = w_0 + w_1 \sin(w_2 \ln a)$  中参数的限制<sup>[31]</sup> ..... 17

2-12 WMAP3 + SN182 + SDSS + 2dFGRS 对暗能量状态方程  $w(a) = w_0 + w_1(1 - a)$  中参数的限制<sup>[31]</sup> ..... 17

2-13 一致性问题<sup>[35]</sup> ..... 21

2-14  $V(Q) = M^4/Q^6$  的状态方程的演化<sup>[35]</sup> ..... 21

2-15 K-essence 与物质的相对能量密度的演化<sup>[40]</sup> ..... 27

2-16 K-essence 状态方程的演化<sup>[40]</sup> ..... 27

2-17 减速因子和哈勃常数间的关系之一<sup>[62]</sup> ..... 29

2-18 减速因子和哈勃常数间的关系之二<sup>[62]</sup> ..... 30

2-19 矢量场的能量密度。其中实线代表暗能量的能量密度，虚线和点线分别代表辐射和物质的能量密度，今天的暗能量密度占 0.72<sup>[63]</sup> ..... 32

2-20 矢量场的状态方程的演化<sup>[63]</sup> ..... 32

3-1 势能  $V(\phi_1, \phi_2) = V_0[\exp(-\frac{\lambda}{m_p}\phi_1) + \exp(-\frac{\lambda}{m_p}\phi_2)]$  的双场 Quintom 模型中状态方程  $w$  的演化<sup>[23]</sup> ..... 38

3-2 势能  $V(\phi, \sigma) = V_{\phi_0} e^{-\lambda_\phi \kappa \phi} + V_{\sigma_0} e^{-\lambda_\sigma \kappa \sigma}$  的双场暗能量模型状态方程  $w$  的演化<sup>[72]</sup> ..... 40

3-3 势能  $V(\phi, \sigma) = \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2$  的双场暗能量模型状态方程  $w$  的演化<sup>[72]</sup> ..... 40

3-4 势能  $V(\phi, \sigma) = V_{\phi_0} e^{-\lambda_\phi \kappa^2 \phi^2} + V_{\sigma_0} e^{-\lambda_\sigma \kappa^2 \sigma^2}$  的双场暗能量模型状态方程  $w$  的演化<sup>[72]</sup> ..... 40

3-5 势能  $V(\phi, \sigma) = V_{\phi_0} e^{-\lambda_1 \frac{\phi}{M_{pl}}} + V_{\sigma_0} e^{-\lambda_2 \frac{\sigma}{M_{pl}}} + \lambda(V(\phi) V(\sigma))^{1/2}$  时状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化 ..... 44

3-6 势能  $V(\phi, \sigma) = \lambda_1 \cos(\xi \frac{\phi}{M_{pl}}) + \lambda_2 \cos(\alpha \frac{\sigma}{M_{pl}}) + \lambda\phi^2\sigma^2$  时状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化 ..... 46

3-7 势能  $V(\phi, \sigma) = \frac{1}{2}m_1^2\phi^2 + \frac{1}{2}m_2^2\sigma^2 + \lambda\phi^2\sigma^2$  时状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化 ..... 46

3-8 中微子与 Phantom 场耦合系统状态方程  $w$  随  $\ln a$  演化的情况 ..... 49

3-9 势能  $V_{eff}(\psi, \chi) = \frac{M_{pl}^2 \chi^2}{2C_0 [1 + \tanh(\frac{\lambda(\chi - \psi)}{M_{pl}})]}$  的双场模型状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化情况。其中  $\lambda = 2$ ,  $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 50

3-10  $V'_\psi$  随  $\ln a$  的演化情况 ..... 50

3-11 双场模型中  $\psi$  和  $\chi$  随  $\ln a$  的演化 ..... 51

- 4-1 文献<sup>[88]</sup>中状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化 ..... 57
- 4-2  $A(\phi) = -1$ ,  $V(\phi) = 0$  时有效势  $V_{eff} \times C_0$  和  $\psi$  随  $\ln a$  的演化过程 ..... 62
- 4-3  $A(\phi) = -1$ ,  $V(\phi) = 0$  时状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化 I .. 62
- 4-4  $A(\phi) = -1$ ,  $V(\phi) = 0$  时状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化 II . 63
- 4-5  $A(\phi) = 1$ ,  $V(\phi) = 0$  时  $\psi$  和  $\chi$  随  $\ln a$  的演化 ..... 66
- 4-6  $A(\phi) = 1$ ,  $V(\phi) = 0$  时状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化 ..... 66
- 4-7  $\chi$  和  $\psi$  随  $\ln a$  的演化  $A(\phi) = 1$ ,  $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$ , 所选参数为  $\lambda = 25$ ,  $C/M_{pl}^2 = 6.0 \times 10^{121}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 0.01M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 10^{-63}M_{pl}^2$ ,  $\square\phi = 2.4 \times 10^{-123}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = -4 \times 10^{-184}M_{pl}^4$ .  $m = 1 \times 10^{-66}M_{pl}$ ,  $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 68
- 4-8  $V(\phi) \neq 0$  时状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化  $A(\phi) = 1$ ,  $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$ , 所选参数为  $\lambda = 25$ ,  $C/M_{pl}^2 = 6.0 \times 10^{121}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 0.01M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 10^{-63}M_{pl}^2$ ,  $\square\phi = 2.4 \times 10^{-123}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = -4 \times 10^{-184}M_{pl}^4$ .  $m = 1 \times 10^{-66}M_{pl}$ ,  $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 68
- 4-9  $V(\phi) \neq 0$  时状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化  $A(\phi) = 1$ ,  $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$ , 所选参数为  $\lambda = 25$ ,  $C/M_{pl}^2 = 6.0 \times 10^{121}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 0.01M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = -10^{-63}M_{pl}^2$ ,  $\square\phi = 2.4 \times 10^{-123}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = -4 \times 10^{-184}M_{pl}^4$ .  $m = 1 \times 10^{-66}M_{pl}$ ,  $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 70
- 4-10  $\chi$  和  $\psi$  随  $\ln a$  的演化  $A(\phi) = -1$ ,  $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$ , 所选参数为  $\lambda = 25$ ,  $C/M_{pl}^2 = 6.0 \times 10^{121}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 0.01M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 10^{-63}M_{pl}^2$ ,  $\square\phi = 3.1 \times 10^{-123}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = -4 \times 10^{-184}M_{pl}^4$ .  $m = 1 \times 10^{-64}M_{pl}$ ,  $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 70
- 4-11  $V(\phi) \neq 0$  时状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化  $A(\phi) = -1$ ,  $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$ , 所选参数为  $\lambda = 25$ ,  $C/M_{pl}^2 = 6.0 \times 10^{121}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 0.01M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 10^{-63}M_{pl}^2$ ,  $\square\phi = 3.1 \times 10^{-123}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = -4 \times 10^{-184}M_{pl}^4$ .  $m = 1 \times 10^{-64}M_{pl}$ ,  $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 71

- 4-12  $V(\phi) \neq 0$  时状态方程  $w$  随  $\ln a$  的演化  $A(\phi) = -1$ ,  
 $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$ , 所选参数为  $\lambda = 25$ ,  $C/M_{pl}^2 = 6.0 \times 10^{121}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 0.01M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = -10^{-63}M_{pl}^2$ ,  
 $\square\phi = 3.1 \times 10^{-123}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = -4 \times 10^{-184}M_{pl}^4$ .  $m = 1 \times 10^{-64}M_{pl}$ ,  $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 71
- 4-13  $A(\phi) = -\sin(\lambda\phi)$  时  $w$  随  $\ln a$  的演化  $V(\phi) = 0$ , 所选参数为  $\lambda = 10$ ,  $C/M_{pl}^2 = 1 \times 10^{120}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 1M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 0$ ,  $\square\phi = 3.5 \times 10^{-124}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = 0$ .  
 $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 72
- 4-14  $A(\phi) = -\sin(\lambda\phi)$  时  $\phi$  随  $\ln a$  的演化  $V(\phi) = 0$ , 所选参数为  $\lambda = 10$ ,  $C/M_{pl}^2 = 1 \times 10^{120}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 1M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 0$ ,  $\square\phi = 3.5 \times 10^{-124}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = 0$ .  
 $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 72
- 4-15  $A(\phi) = -\sin(\lambda\phi)$  时  $\dot{\phi}$  随  $\ln a$  的演化  $V(\phi) = 0$ , 所选参数为  $\lambda = 10$ ,  $C/M_{pl}^2 = 1 \times 10^{120}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 1M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 0$ ,  $\square\phi = 3.5 \times 10^{-124}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = 0$ .  
 $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 73
- 4-16  $A(\phi) = -\sin(\lambda\phi)$  时  $\square\phi$  随  $\ln a$  的演化  $V(\phi) = 0$ , 所选参数为  $\lambda = 10$ ,  $C/M_{pl}^2 = 1 \times 10^{120}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 1M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 0$ ,  $\square\phi = 3.5 \times 10^{-124}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = 0$ .  
 $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 73
- 4-17  $A(\phi) = -\sin(\lambda\phi)$  时  $\dot{\square}\phi$  随  $\ln a$  的演化  $V(\phi) = 0$ , 所选参数为  $\lambda = 10$ ,  $C/M_{pl}^2 = 1 \times 10^{120}M_{pl}^{-2}$ , 初条件为  $\phi = 1M_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 0$ ,  $\square\phi = 3.5 \times 10^{-124}M_{pl}^3$ ,  $\dot{\square}\phi = 0$ .  
 $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 74
- 4-18  $w$  随  $\ln a$  的演化  $V_0 = 0.8$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\beta = -0.8$ . 初条件为  $\phi_i = 0.9M_{pl}$ ,  $\dot{\phi}_i = 0.6M_{pl}^2$ ,  $(\square\phi)_i = \frac{d}{dt}(\square\phi)_i = 0^{[103]}$  ..... 75
- 4-19  $w$  随  $\ln a$  的演化  $V(\phi) = V_0(e^{\lambda\phi} + e^{-\lambda\phi})$ , 其中  $V_0 = 0.5$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\beta = -1.2$ . 初条件为  $\phi_i = 0.9M_{pl}$ ,  $\dot{\phi}_i = 0.6M_{pl}^2$ ,  $(\square\phi)_i = \frac{d}{dt}(\square\phi)_i = 0^{[103]}$  ..... 75
- 4-20  $w_{tot}$  随  $\ln a$  的演化  $F(\phi) = 1 + a\phi^2$ ,  $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$ ,  $\omega(\phi) = 1$ , 初值选取  $a = -0.01$ ,  $\phi_0 = 1.55m_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 0$ ,  $m = 1m_{pl}$ ,  $\Omega_{DE_0} \approx 0.73$  ..... 80

- 4-21 状态方程参数  $w_{DE}$  随  $\ln a$  的演化  $F(\phi) = 1 + a\phi^2$ ,  
 $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$ ,  $\omega(\phi) = 1$ , 初值选取  $a = -0.01$ ,  
 $\phi_0 = 1.55m_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 0$ ,  $m = 1m_{pl}$ ,  $\Omega_{DE_0} \approx 0.73 \dots\dots\dots$  80
- 4-22 标量场  $\phi$  随  $\ln a$  的演化  $F(\phi) = 1 + a\phi^2$ ,  $V(\phi) =$   
 $\frac{1}{2}m^2\phi^2$ ,  $\omega(\phi) = 1$ , 初值选取  $a = -0.01$ ,  $\phi_0 =$   
 $1.55m_{pl}$ ,  $\dot{\phi} = 0$ ,  $m = 1m_{pl}$ ,  $\Omega_{DE_0} \approx 0.73 \dots\dots\dots$  81

# 第 1 章 引 言

---

“天地四方谓之宇，古往今来谓之宙”，从史前到今天，人们从未间断过对自身所处时空的关注，但直到20世纪初，现代宇宙学才真正建立，它是以哈勃发现宇宙正在膨胀为标志的，后者和微波背景辐射，轻元素合成一起构成了现代宇宙学的三大基石。标准的大爆炸宇宙学<sup>[1~3]</sup>是建立在爱因斯坦广义相对论和宇宙学原理基础上的，后者的表述是在宇宙大尺度上，物质分布均匀且各向同性。它认为宇宙起始于一个密度无穷大且温度极高的状态，然后在演化中不断膨胀冷却直到今天。近年来随着天文观测的进展，来自Wilkinson微波背景各向异性探测器(WMAP)<sup>[4~11]</sup>、Sloan数字巡天<sup>[12,13]</sup>和超新星<sup>[14~17]</sup>等的实验数据带来了精确宇宙学时代，它们的实验数据都符合“暴涨+暗能量+暗物质”宇宙学模型。

1998年，对超新星的观测数据表明宇宙正在加速膨胀<sup>[14,15]</sup>，推动宇宙加速膨胀的原因引起了人们的关注。根据爱因斯坦场方程，宇宙的加速膨胀需要负压物质，观测表明这种负压物质在今天约占宇宙总成分的2/3，它除了具有负压这一标志特征外，还有分布均匀，大尺度不结团的特点。如果它分布不均匀，在其占主导地位的今天，将会破坏宇宙的各向同性；而如果它在大尺度上结团，将会带来引力效应，这些都是与实验观测不符的。同时出于要满足实验观测的要求，在宇宙早期，暗能量所占的比例很小，以保证辐射和物质主导演化。暗能量是由什么充当的？这个问题的答案仍然未知，有待下一步的探索。暗能量在今天起主导作用，并且决定了宇宙将来的演化，因此对于暗能量的研究就相当重要

了。在研究暗能量的时候，人们构造了多种不同的暗能量模型。首先，人们构造的是宇宙学常数模型，由状态方程  $w$  始终为  $-1$  的真空能充当暗能量，同时爱因斯坦场方程允许一个不为零的常数存在，而在观测上这个常数和真空能密度是不可分的，它们共同作用提供了观测值。但根据量子场论求出的真空能密度是远小于观测值的，所以需要爱因斯坦场方程中的常数符号与真空能密度的符号相反，互相抵消成量级上相对极小的观测值，这是很不自然的，这被称作真空能密度的“精细调节问题”。另外，状态方程  $w$  为  $-1$  的物质在演化中密度不变，而辐射和物质的能量密度会随宇宙膨胀迅速减小，为了使今天的暗能量密度占总组分的  $2/3$ ，就要求初始状态的暗能量是一个非常凑巧的值（“一致性问题”）。上面所述的两个问题导致了宇宙学常数模型是不自然的，因此人们又开始用动力学场来构造暗能量模型。如果暗能量是动力学的，那么它将可能与物质发生相互作用，从而带来宇宙学常数模型中没有的效应。最简单的动力学暗能量模型是 Quintessence 模型，它的状态方程  $w$  取值空间是  $[-1, +1]$ ，能满足负压的要求，它的能量密度随宇宙膨胀减小。同时，它在满足一定条件的情况下，可以有追踪解，从而解决“一致性问题”。并且因为它是动力学场，就有可能与粒子产生相互作用，从而带来观测效应。此外，状态方程小于  $-1$  的情况也不能被观测排除，于是人们提出了一种有别于普通标量场的 Phantom 暗能量模型，它的特点是状态方程  $w$  始终小于  $-1$ ，这是由它的负动能项造成的。它在演化中，能量密度随宇宙膨胀而增大，并且有可能会造成“大撕裂”的宇宙结局，即在有限时间内，宇宙的能量密度、压强和标度因子都达到无穷，这就带来了奇异性。另外，还有 K-essence 模型、Chaplygin 气体模型、矢量场模型、复标量场模型等，修改引力也是构造暗能量模型的方法之一。因为在用实验数据作拟合的时候，发现暗能量的状态方程  $w$  有在今天附近越过  $-1$  的趋势，构造能够实现这种图像模型就有了必要性，这在场论上是具有挑战性的，在后文中会详细解释。这种状态方程越过  $-1$  的模型被称为精灵 (Quintom) 模型。它有可能带来新的演化图像，并避免 Phantom 场有可能带来的“大撕裂”问题。在本书中，我将详细介绍构造 Quintom 模型的困难 (NoGo 定理) 和我在构造 Quintom 模型方面所做的工作。NoGo 定理是指：① 在平坦的四维 FRW 宇宙中；② 广义相对

论有效；③ 暗能量是单理想流体或不含高阶导数的单标量场；④ 引力和物质最小耦合，那么，它的状态方程就不能越过 $-1$ ，否则将会出现声速发散等问题。因此，要构造 Quintom 模型，需要至少破坏上述四个条件的其中之一。破坏上面几个条件的过程就是构造模型的可行途径，这个过程增加了暗能量模型的自由度，因此给解决  $w$  越过 $-1$  的问题提供了可能性。

首先，我们用了两个标量场来构造暗能量模型，这是最简单的实现形式。该模型包括一个 Quintessence 场和一个 Phantom 场，我们考虑的是它们之间有相互作用的普遍情况，相互作用通过两个场在势能项中的耦合表现出来，宇宙的演化取决于这两个标量场构成的整个系统的作用。由于它们各自的性质，这种模型能够实现状态方程越过 $-1$ 。双标量场能够得到宇宙演化的不同命运：① De Sitter 时空（宇宙将一直膨胀下去，演化后期行为类似于宇宙学常数）；② “大撕裂”（在有限时间内，宇宙的标度因子、暗能量的能量密度、压强都达到无穷大）；③ 暗能量以类似于物质的行为演化，宇宙停止加速膨胀。前两种情况可以由较为普通的模型得到，暗能量最后表现出 Phantom 场的演化行为；而最后这种情况需要选取比较特殊的势能，使 Phantom 场退出演化，Quintessence 场因获得较大的质量而振荡，从而使暗能量最后按物质行为演化下去。并且，在某些情况下，暗能量的状态方程能够反复穿越 $-1$  几次，当这种现象出现在过去时，有可能带来观测效应；如果出现在将来，就可能带来对将来宇宙演化的预言。另外，Phantom 场和中微子的耦合也可以实现 Quintom 的演化图像，在这个模型中，中微子的质量与标量场 Phantom 相关，起初是中微子主导演化，后来以 Phantom 主导结束。根据 NoGo 定理中的条件，修改爱因斯坦引力理论也是可行的方法之一，修改引力项或使引力与物质耦合都可能实现 Quintom。然后，书中介绍了由基本理论如弦理论等出发的，在拉氏量中引入高阶导数项的单标量场模型，这种模型可以不需要第二个暗能量场的存在就可以实现 Quintom。可以证明高阶导数单标量场模型在某种情况下可以等价于双场模型。书中研究了高阶导数单场模型的演化和由此带来的宇宙命运，可以和上面介绍的双场模型相对照。因为这种单场模型的某些特例能够等价于两个标量场构成的暗能量模型，双标量场能得到的演化行为它都具有。高阶导数单标量场模型的

更加普遍的形式不能等价于双场，演化行为也将更加复杂。如果 Quintom 模型只是在一段时间内按 Phantom 场的行为演化，就避免了 Phantom 场所带来的不稳定性及将来的“大撕裂”问题。我们研究的第三种 Quintom 模型是计算了引力与暗能量场发生非最小耦合的情况，如果暗能量是一种单一的动力学场，那么它有可能与引力发生非最小耦合，从而在不引入第二种暗能量成分或不考虑暗能量场的高阶导数项的情况下实现 Quintom 演化图像。除此之外，这种模型具有某些特别的演化行为，比如书中所列举出的在宇宙演化早期，暗能量与当时占主导地位的辐射和物质发生相互作用，演化行为类似于辐射和物质；而随着辐射和物质在宇宙膨胀中被迅速稀释，暗能量场主导了演化，并在与引力的作用过程中，状态方程参数  $w$  由大于 0 减小到 0 以下，直至小于  $-1$ ，从而实现了 Quintom 图像。上面所述的这些模型都是不能被现有的实验观测排除的，有待于实验的进一步精确。

本书第 2 章简单介绍暗能量的研究现状和目前人们提出的暗能量的候选者。第 3 章介绍 NoGo 定理和双场 Quintom 模型。第 4 章介绍高阶导数单标量场模型和其他可能的 Quintom 模型，如关于暗能量场和引力相互作用的模型。第 5 章是展望。

# 第 2 章

## 暗能量的观测和理论模型

---

### 2.1 暗能量的观测限制

1998 年，对 Ia 类超新星的观测表明现阶段的宇宙正在加速膨胀<sup>[14,15]</sup>，从而给出了暗能量存在的直接证据。在标准宇宙学模型框架下，根据爱因斯坦方程可得出：

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P) \quad (2-1)$$

描述宇宙中组分性质的一个重要参量是  $w = \frac{P}{\rho}$ ，要使今天的宇宙加速膨胀需要负的  $w$ ，且  $w < -\frac{1}{3}$ ，辐射和物质的状态方程参数  $w$  均为非负，所以，要实现宇宙加速膨胀，需要存在一种组分，其压强为负，这种组分被称为暗能量。由超新星观测给出的 157 个“金的”数据点作拟合的结果是：如果用的是  $\Lambda_{CDM}$ （即宇宙学常数—冷暗物质模型），在  $4\sigma$  范围内，暗能量在宇宙中所占的比例为  $\Omega_\Lambda > 0$ ，即暗能量存在。如果宇宙是平坦的，即曲率所占的比例  $\Omega_k$  为 0，且暗能量的状态方程参数  $w$  为常数，那么，得到的物质所占比例是  $\Omega_M = 0.29 \pm_{0.03}^{0.05}$ ，等效于暗能量在宇宙中占的比例为  $\Omega_\Lambda = 0.71$ 。在考虑了 WMAP 的数据后，给出了对常数状态方程的限制： $w = -1.02 \pm_{0.19}^{0.13}$ ，在 95% 精度内  $w < -0.76$ ；对于小红移展开参数化：

$$w(z) = w_0 + w_1 z \quad (2-2)$$

的限制为  $w_0 = -1.31^{+0.22}_{-0.28}$ ， $w_1 = 1.48^{+0.81}_{-0.90}$ 。

随后，最新的182个超新星数据（图2-1）进一步地证实了这一点，给出的结果是一个暗能量状态方程是 $-1$ 的模型仍然是符合观测的<sup>[17]</sup>。在98%精度内， $z < 1$ 时，宇宙是加速膨胀的，即具有负压的暗能量存在。暗能量存在的证据除了由Ia类超新星的观测给出的宇宙加速膨胀<sup>[14,17]</sup>，还有目前由WMAP公布的三年的数据给出 $\Omega_\Lambda = 0.72 \pm 0.04$ ，以及通过探测微波背景的后期的积分 *Sachs - Wolfe* 效应等。总之，现有的天文观测数据都支持有暗能量的存在。目前观测表明这种组分具有与通常物质不同的性质，例如，它在空间中是均匀分布的，几乎不结团，不受引力吸引等。由于暗能量的特殊性质和它在宇宙中所有组分中所占的比例，所以对它的研究至关重要，它决定宇宙演化的命运。本章介绍了暗能量的背景知识和目前观测对暗能量的限制情况以及暗能量的候选者。首先介绍怎样利用超新星的观测数据对暗能量进行限制。

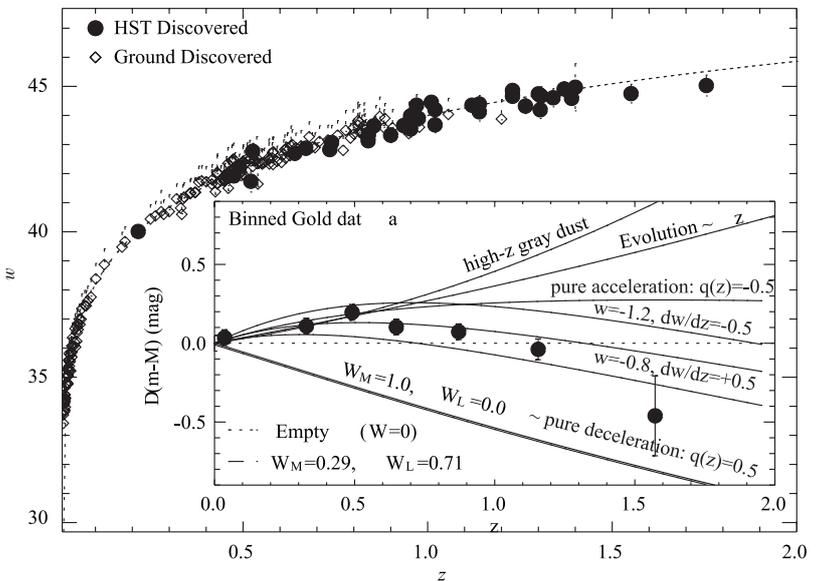


图 2-1 最新的 182 个 Ia 型超新星数据点<sup>[17]</sup>

在用实验数据对模型进行拟合的时候，通常会先对暗能量的状态方程做参数化，即把暗能量模型的状态方程写作关于红移  $z$  的函数  $w(z)$ 。下面将介绍怎样利用实验数据对参数化后的模型进行限制。通常情况下，我们可以一般地定义光源的光度距离  $d_L$  为：