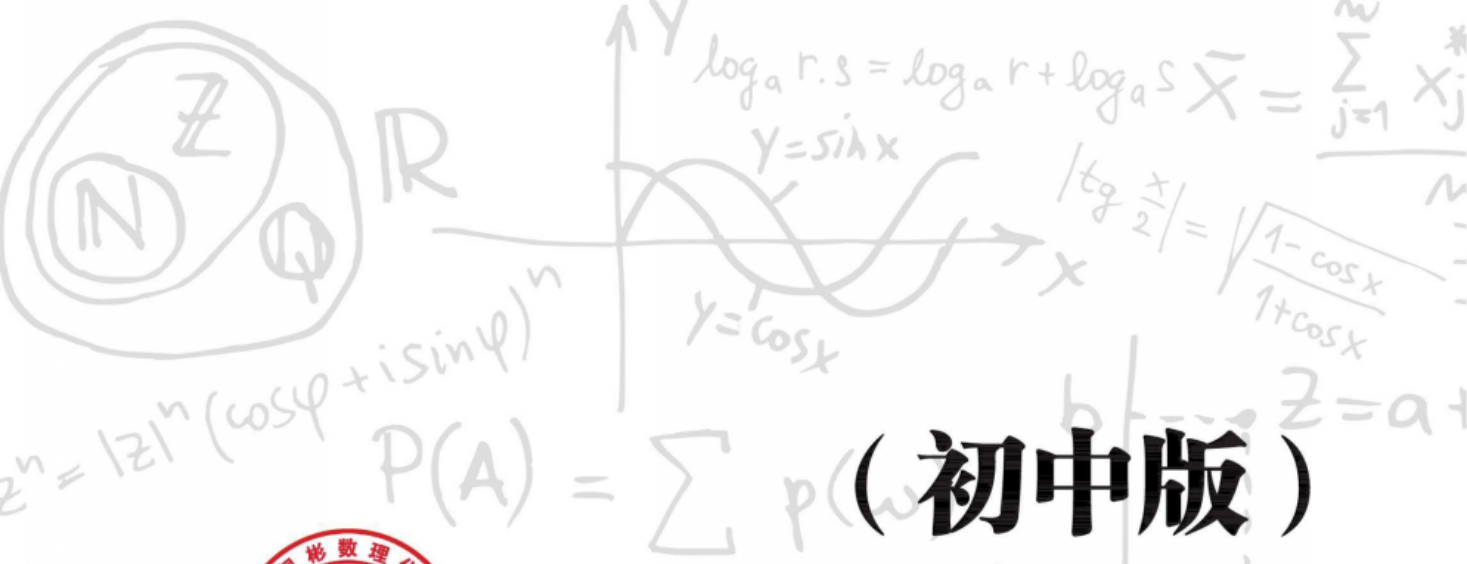




(初中版)



闻彬 数理化 系列

疯狂的几何

FENGKUANG DE JIHE

一场学习的革命

闻彬◎著



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

团购热线：021-64250306

封面设计：视界创意+杜静静
TEL: 13366829408

闻彬 数理化系列

疯狂的几何

FENGKUANG DE JIHE

一场学习的革命

华东理工大学出版社



扫描关注官方微博

华东理工大学出版社



扫描关注官方微信

ISBN 978-7-5628-4431-0



9 787562 844310 >

定价：25.00元



(初中版)

闻彬 数理化 系列

疯狂的几何

FENGKUANG DE JIHE

一场学习的革命

闻彬◎著



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

闻彬数理化系列 ——疯狂的几何

(初中版)

闻 彬 著



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·



公元前 4 世纪,欧氏几何创立以来,不知孕育了多少伟人,从哥白尼到伽利略,从牛顿到爱因斯坦,可以说,几何创造了整个西方文明.在古希腊,“几何”被公认为专门提高智商的一门课.这种观点,在西方一直延续至今.

我国的中考,尤以“欧氏几何”为最重要的内容,而几何学“头”上的皇冠——“几何辅助线”问题,从来都是中考压轴题的不二之选.

教育界公认,学好“辅助线”,需要极高的智商和个人的天赋.由于学习难度太大,能够掌握“辅助线”的学生不到 1%,关于“辅助线”的教学,一直在黑暗中摸索,关于“几何”,也一直没有形成一种行之有效的教学方式……

《疯狂的几何》揭示了几何学的“6 大基本要素”及由“6 大基本要素”组成的 29 张基本图形,全面揭开了几何学的基因图谱.第一次让“几何”的教学,从“黑暗”走向“光明”.

金字塔、沙漏、大山、母子、兄弟等 29 张基本图形的发现,标志着《疯狂的几何》进入了完善的阶段,“29 张基本图形”在几何教学中的地位,相当于“三基色”在“色度学”中的地位,“三基色”按照不同比例进行组合,组成了成千上万种颜色,形成了多姿多彩的世界.同样,“几何学”的所有题目,都是由“29 张基本图形”不同组合的结果,只要掌握了“29 张基本图形”,就可以在几何的世界里游刃有余.

《疯狂的几何》可以让 50% 的学生彻底掌握“辅助线”技巧,可以让 100% 的学生将几何能力提高到自己的“极限”.“几何”这扇智慧之门,将彻底向普通大众敞开……

《疯狂的几何》的诞生,标志着几何的教学,将进入一个崭新的时代,出版后,人手一本,只是一个时间问题.

《疯狂的几何》也是“闻彬数理化”最得意之作.

一群孩子迎面走来,你能一眼看出,哪些是我们的学生,那些满嘴都是“金字塔、扫把、飞机”的后生,皆是“闻彬数理化”的子弟……

闻彬数理化工作室

2015 年 10 月 10 日



目 录

第 1 讲	几何中的 6 大基本要素[总纲]	1
第 2 讲	三角图(1)[全等三角形(1)]	2
第 3 讲	T 台折线[全等三角形(2)]	5
第 4 讲	踩高跷[平行线(1)]	7
第 5 讲	大队长[平行线(2)]	9
第 6 讲	小红旗[全等三角形(3)]	12
第 7 讲	尺字形小红旗[全等三角形(4)]	15
第 8 讲	金字塔基础题[全等三角形(5)]	18
第 9 讲	来自沙漠的塔铃[等边三角形]	20
第 10 讲	等腰群[等腰三角形(1)]	23
第 11 讲	雨伞(1)基础题[等腰三角形(2)]	26
第 12 讲	雨伞(2)辅助线[等腰三角形(3)]	29
第 13 讲	青蛙嘴(1)基础题[全等三角形(6)]	32
第 14 讲	青蛙嘴(2)辅助线[全等三角形(7)]	35
第 15 讲	直角群[全等三角形(8)]	37
第 16 讲	母子情深(1)——角之间的关系[全等三角形(9)]	41
第 17 讲	母子情深(2)——残缺的母子[全等三角形(10)]	43
第 18 讲	兄弟和鹅掌[全等三角形(11)]	45
第 19 讲	圆规基础题[全等三角形(12)]	47
第 20 讲	巍峨的大山(1)基础题[全等三角形(13)]	49
第 21 讲	神秘的沙漏(1)基础题[全等三角形(14)]	52
第 22 讲	神秘的沙漏(2)辅助线[全等三角形(15)]	54
第 23 讲	银白色的飞机[角平分线定理(1)]	57



第 24 讲	飞机群[角平分线定理(2)]	61
第 25 讲	瘦三[直角三角形(1)]	64
第 26 讲	胖三[直角三角形(2)]	67
第 27 讲	哈利波特的扫把[直角三角形(3)]	70
第 28 讲	截取定理[平行四边形(1)]	73
第 29 讲	平行四边形与青蛙嘴[平行四边形(2)]	76
第 30 讲	矩形与扫把[矩形]	79
第 31 讲	正方形与圆规[正方形(1)]	82
第 32 讲	正方形与大山[正方形(2)]	85
第 33 讲	鞋长公式[梯形]	88
第 34 讲	金字塔和沙漏[相似三角形(1)]	91
第 35 讲	歪金字塔[相似三角形(2)]	95
第 36 讲	母子情深(3)——边之间的关系[射影定理]	98
第 37 讲	歪母子(1)基础知识[相似三角形(3)]	100
第 38 讲	歪母子(2)拓展训练[相似三角形(4)]	103
第 39 讲	三角图(2)相似[相似三角形(5)]	107
第 40 讲	巍峨的大山(2)辅助线[相似三角形(6)]	111
第 41 讲	遍地都是“345”[直角三角形(4)]	115
第 42 讲	找到回家的路[向量]	118

第1讲

几何中的6大基本要素[总纲]



知识梳理

一、几何中的6大基本要素：

	{	平行,垂直
		中点,角平分线
		等腰三角形,等边三角形

大家知道,大自然中的几乎所有颜色都可以通过红、绿、蓝三色按照不同的比例合成产生。红、绿、蓝是三基色,这三种颜色合成的颜色范围最为广泛。“6大基本要素”在几何中的地位,等同于“三基色”在色度学中的地位。正是“6大基本要素”的排列组合,让整个几何的世界丰富多彩,变化万千。

“6大基本要素”按照不同的方式进行组合,形成了“29张基本图形”(金字塔、沙漏、大山,母子,兄弟等)。“几何学”的所有题目,都是这“29张基本图形”互相叠加的结果,只要掌握了这“29张基本图形”,就可以在几何的世界里游刃有余。

“6大基本要素”及由“6大基本要素”组成的“29张基本图形”,包含了几何学的全部秘密。深入地学习“6大基本要素”,熟练地掌握“6大基本要素”的特点,是学好几何的必经之路,更是学好“辅助线”技巧的不二法门。所以,它的重要性不言而喻……

二、值得注意的是,在学习的过程中,要特别留意以下几点注意事项:

1. 平时,我们对中点和中线不加区分
2. 对 $\perp$ 、 90° 和高也不加区分
3. 边相等和角相等不属于6大基本要素



第 2 讲

三角图(1)[全等三角形(1)]



知识梳理

一、角的分类

1. **小角** 如图 1 所示, $\angle AOB$ 的内部不包含其他角, 这样的角叫做小角.

小角一般用数字来表示, 如 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 等.

例外 当某个点处只有一个角时, 这个角一般是用代表这个点的字母来表示, 如 $\angle A$ 、 $\angle B$, 而不是用数字来表示.

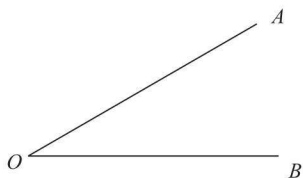


图 1

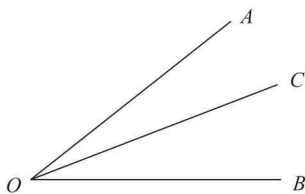


图 2

2. **中角** 如图 2 所示, $\angle AOB$ 的内部包含 2 个小角, 这样的角叫做中角.

中角只能用三个字母来表示, 如 $\angle AOB$.

3. **大角** 如图 3 所示, $\angle AOB$ 的内部包含 3 个或 3 个以上的小角, 这样的大角.

大角也只能用三个字母来表示, 如 $\angle AOB$.

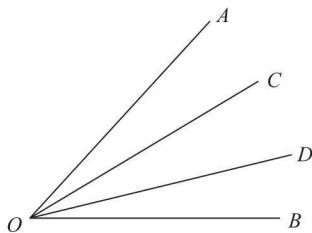


图 3

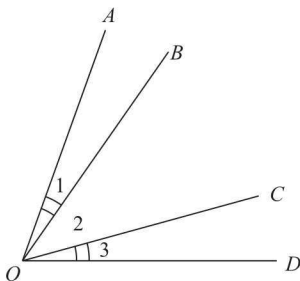


图 4

二、三角图

1. **三角图** 如图4所示,图中的3个小角拥有一个公共的顶点,并且上下两个小角相等,这样的图形,叫做三角图.

2. **组成** 三角图中包含3个小角,2个中角和1个大角.

三、三角图的性质1

1. **小角推中角** 在三角图中,如果上、下两个小角相等,那么它的两个中角也相等,简称“小角推中角”.

2. **中角推小角** 在三角图中,如果它的两个中角相等,那么上、下两个小角也相等,简称“中角推小角”.



例题精讲

【例1】 请写出图5中所有的小角、中角和大角.(不包括平角).

解题思路: 如图5所示.

小角: $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7, \angle 8, \angle 9, \angle 10, \angle 11, \angle D, \angle E$

中角: $\angle DAB, \angle PAE, \angle CBA, \angle PBE, \angle DCB$

大角: $\angle DAE, \angle CBE$

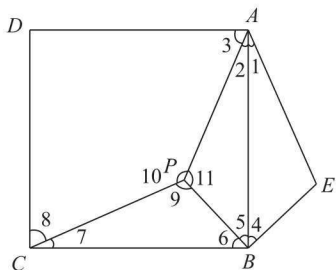


图5

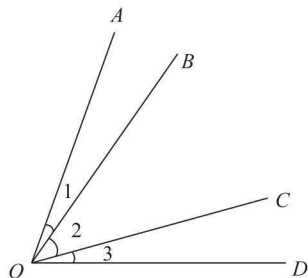


图6

【例2】 如图6所示,已知 $\angle 1 = \angle 3$, 请说明 $\angle AOC = \angle BOD$ 的理由.

解题思路:

因为 $\angle 1 = \angle 3$, (已知)
 所以 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 2$, (等式性质)
 即 $\angle AOC = \angle BOD$.
 } 小角推中角

【例3】 如图7所示,将一副直角三角板的直角顶点重叠在一起,如果 $\angle 1 = 30^\circ$, 那么 $\angle 2 = \underline{\quad\quad}^\circ$.

解题思路:

因为中角均为 90° ,
 所以 $\angle 1 = \angle 2 = 30^\circ$.
 } 中角推小角

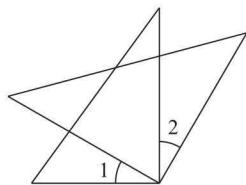


图7



课堂练习

【练习 1】 请写出图 8 中所有的小角、中角和大角.(不包括平角).

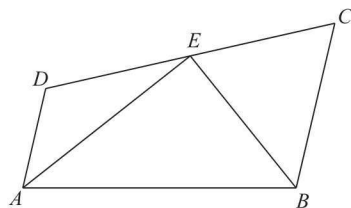


图 8

【练习 2】 如图 9 所示, 已知 $\angle AOC = \angle BOD$, 请说明 $\angle 1 = \angle 3$ 的理由.

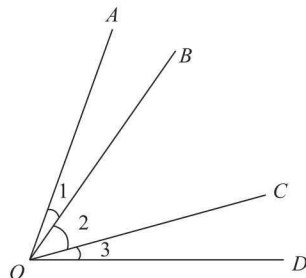


图 9

【练习 3】 如图 10 所示, 将两块三角板的直角顶点重合后重叠在一起, 如果 $\angle 1 = 44^\circ 18' 30''$, 那么 $\angle 2 =$ _____.

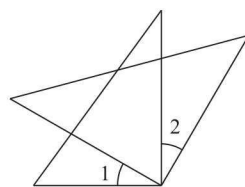


图 10

第3讲

T台折线[全等三角形(2)]



知识梳理

一、典型的三角图(图1)

二、T台

1. **T台** 如图2所示, $CD \perp AB$,这样的图形叫做T型台,简称T台.
2. **节点** 其中D点叫做节点.

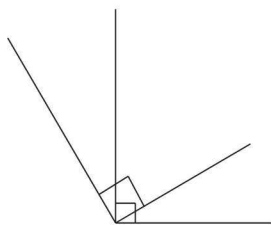


图1

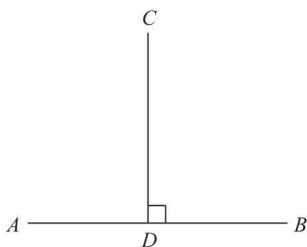


图2

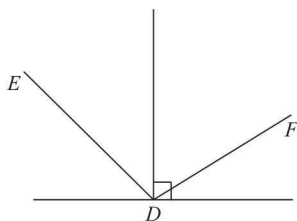


图3

三、T台折线

1. **T台折线** 如图3所示,折线EDF经过D点,它叫做T台上的折线,简称T台折线.
2. **T台折线的夹角** $\angle EDF$ 叫做T台折线的夹角.



例题精讲

【例1】如图4所示,已知 $EB \perp AC$, $DB \perp BF$,

- (1) 请说明 $\angle 1 = \angle 3$ 的理由;
- (2) 请说明 $\angle 2 = \angle 4$ 的理由.

解题思路:

- (1) $\because EB \perp AC$,
 $\therefore \angle ABE = 90^\circ$.
 $\because DB \perp BF$,

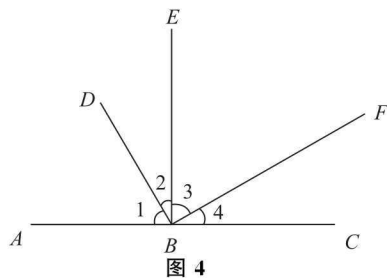


图4



$$\left. \begin{aligned} \therefore \angle DBF &= 90^\circ, \\ \therefore \angle ABE &= \angle DBF, \\ \therefore \angle ABE - \angle 2 &= \angle DBF - \angle 2, \\ \therefore \angle 1 &= \angle 3. \end{aligned} \right\} \text{中角推小角}$$

$$\begin{aligned} (2) \because EB &\perp AC, \\ \therefore \angle EBC &= 90^\circ. \\ \because DB &\perp BF, \\ \therefore \angle DBF &= 90^\circ, \\ \therefore \angle EBC &= \angle DBF, \\ \therefore \angle EBC - \angle 3 &= \angle DBF - \angle 3, \\ \therefore \angle 2 &= \angle 4. \end{aligned} \left\} \text{中角推小角}\right.$$

【例 2】 如图 5 所示, 已知 $EB \perp AC$, $\angle 1 = \angle 3$, 请说明 $DB \perp BF$ 的理由.

解题思路:

$$\left. \begin{aligned} \because \angle 1 &= \angle 3, \\ \therefore \angle 1 + \angle 2 &= \angle 3 + \angle 2, \\ \text{即 } \angle ABE &= \angle DBF. \end{aligned} \right\} \text{小角推中角}$$

$$\begin{aligned} \because EB &\perp AC, \\ \therefore \angle ABE &= 90^\circ, \\ \therefore \angle DBF &= 90^\circ, \\ \text{即 } DB &\perp BF. \end{aligned}$$

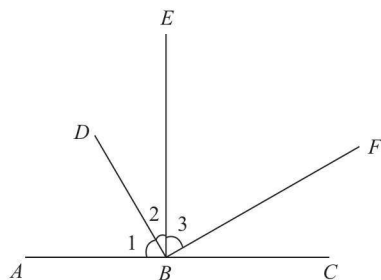


图 5



课堂练习

【练习】 如图 6 所示, 已知 $EB \perp AC$, $\angle 1 = \angle 2$, 请说明 $DB \perp BF$ 的理由.

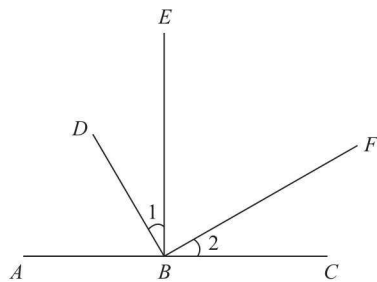


图 6

第4讲

踩高跷[平行线(1)]



知识梳理

一、踩高跷

1. **踩高跷** 如图1所示,两条直线都垂直于第三条直线,这种图形叫做踩高跷.

2. **地面** 图1中, EF 叫做地面.

3. **高跷** 图1中, AB 和 CD 叫做两个高跷.

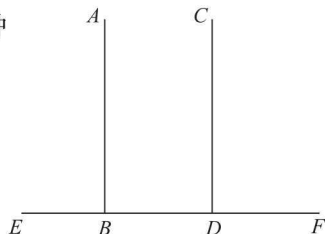


图1

二、踩高跷的两种变形(图2,图3)

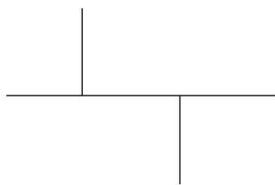


图2

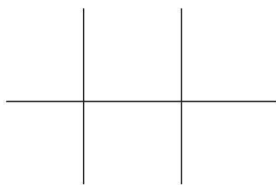


图3



例题精讲

【例1】 如图4所示,已知 $AB \perp EF$, $CD \perp EF$,垂足分别为 B 、 D ,请你说明为什么 $AB \parallel CD$?

解题思路:

$\because AB \perp EF$, (已知)
 $\therefore \angle ABD = 90^\circ$. (垂直的意义)
 $\because CD \perp EF$, (已知)
 $\therefore \angle CDF = 90^\circ$, (垂直的意义)
 $\therefore \angle ABD = \angle CDF$, (等量代换)
 $\therefore AB \parallel CD$. (同位角相等,两直线平行)

踩高跷

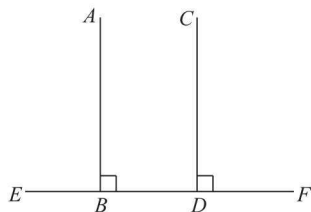


图4

【例2】 如图5所示,已知 $AB \parallel CD$, $AB \perp EF$,垂足为 B ,请你说明为什么 $CD \perp EF$?



解题思路：

$\because AB \parallel CD$, (已知)
 $\therefore \angle ABD = \angle CDF$. (两直线平行, 同位角相等)
 $\because AB \perp EF$, (已知)
 $\therefore \angle ABD = 90^\circ$, (垂直的意义)
 $\therefore \angle CDF = 90^\circ$, (等量代换)
 $\therefore CD \perp EF$. (垂直的定义)

} 踩高跷

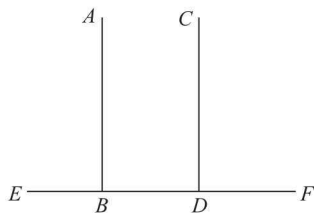


图 5

【例 3】 如图 6 所示, 已知 $\angle AED = \angle ACB$, $GF \perp AB$, $CD \perp AB$, 垂足分别为 F 、 D , 请你说明为什么 $\angle 1 = \angle 3$?

解题思路：

$\because \angle AED = \angle ACB$, (已知)
 $\therefore DE \parallel BC$, (同位角相等, 两直线平行)
 $\therefore \angle 3 = \angle 2$. (两直线平行, 内错角相等)
 $\because CD \perp AB$, $GF \perp AB$, (已知)
 $\therefore FG \parallel DC$, (垂直于同一直线的两直线平行)
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$, (两直线平行, 同位角相等)
 $\therefore \angle 1 = \angle 3$. (等量代换)

} 踩高跷

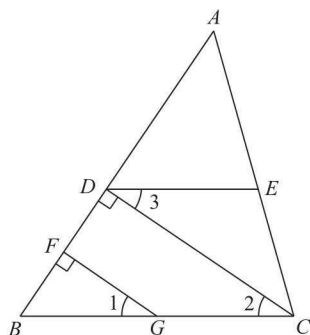


图 6



课堂练习

【练习 1】 如图 7 所示, 点 B 、 E 、 C 、 F 在一条直线上, 并且 $AB \parallel DE$, $\angle A = \angle D$, $AC \perp BF$, 那么 DF 与 BF 垂直吗? 为什么?

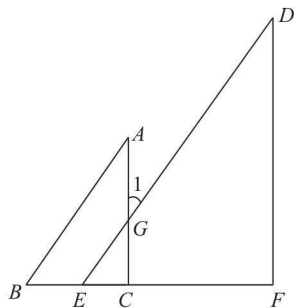


图 7

【练习 2】 如图 8 所示, $\angle AED = \angle C$, $\angle DEF = \angle B$, 请你说明 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补的理由.

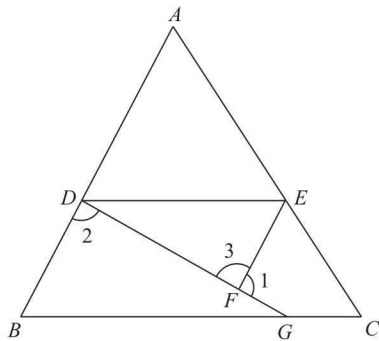


图 8

第5讲

大队长[平行线(2)]

知识梳理

一、三八图

1. **三八图** 如图1所示,由两条平行线和一条斜线构成的图形,叫做三线八角图,简称三八图.

2. **截线** 图1中, AB 和 CD 叫做平行线, EF 叫做截线.

3. **截线的基本特征** 和两条平行线都有交点.

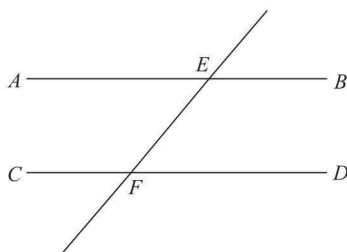


图1

二、“三八图”背后的定理——平行线的性质

1. 两直线平行,同位角相等
2. 两直线平行,内错角相等
3. 两直线平行,同旁内角互补

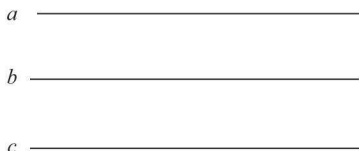


图2

三、大队长

大队长 如图2所示,三条互相平行的直线所构成的图形,叫做大队长.

四、折线与折点(图3)

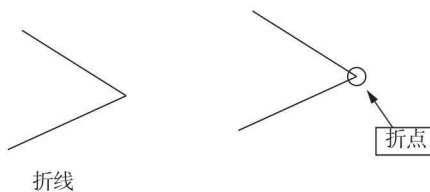


图3

例题精讲

【例1】 如图4所示,已知 $AB \parallel EF$, $\angle 1 = \angle 2$,那么 AB 与 CD 平行吗?为什么?请说明理由.