



2011~2015

五年奥数

本书编写组 编

试题透视



三年级



上海科技教育出版社

五年奥数试题透视

(2015 年)

三 年 级

上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

五年奥数试题透视:2011~2015. 三年级/《五年奥数试题透视》编写组编. —上海:上海科技教育出版社,2015.8

ISBN 978-7-5428-6304-1

I. ①五… II. ①五… III. ①小学数学课—题解
IV. ①G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 186077 号

责任编辑 郑丽娟 冯晨阳

封面设计 杨 静

五年奥数试题透视(2011~2015)

三年级

本书编写组 编

出版发行 上海世纪出版股份有限公司

上海科技教育出版社

(上海市冠生园路 393 号 邮政编码 200235)

网 址 www.sste.com www.ewen.co

经 销 各地新华书店

印 刷 常熟华顺印刷有限公司

开 本 787×1092 1/16

印 张 13.25

版 次 2015 年 8 月第 1 版

印 次 2015 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5428-6304-1/O·981

定 价 30.00 元



目 录

2015

1	一、巧算
2	二、算谜
5	三、数字问题
6	四、周期问题与整除
8	五、有序思考
10	六、最不利原则
11	七、简单逻辑推理
14	八、数阵图
15	九、图形的周长与面积
17	十、图形
21	十一、应用题
26	十二、趣题
29	参考答案与提示

2015 年奥数试题分类精析

一、巧 算



题 1

计算: $25 \times 13 \times 2 + 15 \times 13 \times 7 =$ _____.

(第十五届“中环杯”决赛第 1 题)



解题思路

此题的考点是提取公因式, 观察式子, 易看出 25 可以拆分成 5×5 , 15 可以拆分成 3×5 , 从而将原式转化为 $5 \times 13 \times 10 + 5 \times 13 \times 21$, 提取公因式 5×13 即可.



解题过程

$$\begin{aligned} & 25 \times 13 \times 2 + 15 \times 13 \times 7 \\ &= 5 \times 13 \times 10 + 5 \times 13 \times 21 \\ &= 5 \times 13 \times (10 + 21) \\ &= 5 \times 13 \times 31 = 2015. \end{aligned}$$



同类汇总

1-1-1 计算: $3 \times 995 + 4 \times 996 + 5 \times 997 + 6 \times 998 + 7 \times 999 - 4985 \times 3 =$ _____.

(第十五届“中环杯”初赛第 1 题)

1-1-2 计算: $2 \times (999999 + 5 \times 379 \times 4789) =$ _____.

(第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 1 题)

1-1-3 算式 $201 \times 5 + 1220 - 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 的计算结果是 _____.

(2015“数学花园探秘”初赛 A 卷第 1 题)



题 2

有五个互不相等的非零自然数, 最小的一个数是 7. 如果其中一个减少 20, 另外四个数都加 5, 那么得到的仍然是这五个数. 这五个数的和是 _____.

(第十三届“走进美妙的数学花园”初赛第 12 题)



解题思路与过程

该题考查等差数列的知识, 由于 7 不可能是减少 20 的数, 因此



这5个数中一定有 $7+5=12$, 同理这五个数当中一定还有 $12+5=17$ 和 $17+5=22$. 如果减少20的数是22, 那么这五个数当中一定有 $22-20=2$, 但 $2<7$ 不满足条件. 因此这当中一定还有 $22+5=27$, 此时 $27-20=7$ 满足条件. 即这五个数是7、12、17、22、27, 他们的和是 $7+12+17+22+27=17\times 5=85$.



同类汇总

1-2-1 $1+3+5+7+\cdots+97+99-2014=$ _____.

(第十三届“走进美妙的数学花园”初赛第1题)

1-2-2 $2015-123-125-127-129-131=$ _____.

(第十五届“小机灵杯”初赛第6题)

1-2-3 时钟在整点1点钟敲一下, 2点钟敲两下, 3点钟敲三下……照这样敲下去, 从1点到12点, 再从13点钟开始敲一下, 14点钟敲两下……这样一天到24点, 时钟共敲了_____下.

(第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第12题)

1-2-4 算式 $5\times 13\times (1+2+4+8+16)$ 的计算结果是_____.

(2015“数学花园探秘”决赛A卷第1题)

1-2-5 已知 $n!=n\times (n-1)\times (n-2)\times \cdots \times 2\times 1$, 那么 $10!\div (5!\times 2!)=$ _____.

(第十五届“小机灵杯”决赛第5题)



专题回顾

1. 在做计算题时, 要先仔细观察题中数据的特征, 采用相应的速算巧算方法, 要能合理的分组结合、巧妙地拆数, 同时熟练掌握乘除法运算中的一些等价关系, 以便灵活转换.

2. 平时练习一是要见多识广, 对每类问题都有所涉及, 并归类整理, 积累经验, 如常用的加减凑整法、提取公因数、轮转数相加等等; 二是要能灵活迁移, 举一反三, 对症下药.

二、算 谜



题1

如图2015-1, 相同的汉字代表相同的数字, 不同的汉字代表不同的数字. 所有的汉字都不为0, 也不与图中已经出现的数字相同, 那么四位数中环杯棒 = _____.

$$\begin{array}{r} \text{棒 中 7} \\ + \text{1 杯 环 中} \\ \hline \text{1 中 杯 环} \end{array}$$

图 2015-1

(第十五届“中环杯”初赛第14题)



解题思路与过程

此题是竖式的数字谜, 仔细观察式子.

首先,由百位无进位知“中”>“杯”,这样“中”+“环”有进位.下面分两种情况:

(1) 若 $7 + \text{“中”}$ 无进位,则 $7 + \text{“中”} = \text{“环”}$,再由 $\text{“中”} + \text{“环”} = \text{“杯”} + 10$,得 $\text{“中”} + 7 + \text{“中”} = \text{“杯”} + 10$,即 $2 \times \text{“中”} = \text{“杯”} + 3$.当“杯”=1时,排除;当“杯”=3时,“中”=3,排除;当“杯”=5时,“中”=4,“环”=1,排除;当“杯”=7时,“中”=5,排除;当“杯”=9时,“中”=6,排除.

(2) 若 $7 + \text{“中”}$ 进位,则 $7 + \text{“中”} = \text{“环”} + 10$,再由 $\text{“中”} + \text{“环”} + 1 = \text{“杯”} + 10$,得“环”+3+“环”+1=“杯”+10,因此, $2 \times \text{“环”} = \text{“杯”} + 6$.当“杯”=2时,则“环”=4,“中”=7,排除;当“杯”=4时,则“环”=5,“中”=8,“棒”=3,验算正确;当“杯”=6时,则“环”=6,排除;当“杯”=8时,则“环”=7,排除.因此,中環杯棒=8543.



2-1-1 在下面的□中填入一个相同的数字,使算式成立.

$$97 + \square \times (19 + 91 \div \square) = 321, \square = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(第十三届“小机灵杯”决赛第1题)

2-1-2 下列算式中,“迎”、“春”、“杯”、“数”、“学”、“花”、“园”、“探”、“秘”代表1~9中的不同非零数字,那么,迎春杯所代表三位数的最大值是_____. (“迎春杯”于1984年创立,本届为2015年“数学花园探秘”).

$$1984 - \overline{\text{迎春杯}} = 2015 - \overline{\text{数学}} - \overline{\text{花园}} - \overline{\text{探秘}}$$

(2015“数学花园探秘”初赛A卷第9题)

2-1-3 将1、2、3、4、5、6、7、8、9填入下列方格,每个数只能用一次,那么四位数最大是_____.

$$\square\square\square\square + \square\square\square + \square\square = 2115$$

(第十三届“小机灵杯”初赛第13题)



在图2015-2的每个方框中填入一个数字,使得乘法竖式成立.那么,这个算式的乘积是_____.

$$\begin{array}{r} \square\square \\ \times \quad \square\square 1 \\ \hline \square 3\square \\ \square\square \\ \hline \square\square\square 7 \end{array}$$

图 2015-2

(第十三届“走进美妙的数学花园”初赛第2题)



解题思路与过程

由乘积个位是7可知乘数的个位与被乘数的乘积是37,进而得到被乘数即为37,如图2015-3所示.



$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \times \begin{array}{|c|c|} \hline \square & 1 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & 7 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

图 2015-3

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \times \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 0 & 7 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

图 2015-4

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \times \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 4 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 7 & 7 & 7 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

图 2015-5

由于乘数的十位与 37 相乘所得结果为两位数,因此该位置可能是 1 或 2.

① 如果乘数的十位填入 1,结果如图 2015-4 所示;

② 如果乘数的十位填入 2,结果如图 2015-5 所示.

因此这个算式的乘积是 407 或 777.



同类汇总

2-2-1 在图 2015-6 所示的乘法算式中,不同汉字代表不同数字,相同汉字代表相同数字.在算式的方格中填入适当的数字,使得算式成立,那么中环杯所代表的三位数是_____.

(第十五届“中环杯”决赛第 11 题)

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \\
 \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & 6 & \square \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \text{中 环 杯 中 环 杯}
 \end{array}$$

图 2015-6

2-2-2 图 2015-7 所示的两个竖式中,相同的字母代表相同的数字,不同的字母代表不同的数字.那么四位数 $\overline{ABCD} = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ - & E & F & G & H \\ \hline 2 & 0 & 1 & 5 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} P & C & B \\ + & E & F \\ \hline 1 & 3 & 1 \end{array}
 \end{array}$$

图 2015-7

(2015“数学花园探秘”决赛 A 卷第 6 题)



专题回顾

在做数字谜的题型时,一般将答案唯一或可能性较少的作为突破口,在加减法中常用的是高低位切入法,然后经过试算确定几个数字,再将剩下的数字考虑起来就比较容易.在解题过程中要注意进位和退位,并能从已知条件出发,采用逆推的思想,以此算出每个数.

三、数字问题



题 1

将 1~6 填入图 2015-8 的三个算式中,每个数恰好使用一次,使得 $A+B$ 是 2 的倍数, $C+D$ 是 3 的倍数, $E+F$ 是 5 的倍数,则 $C、D$ 中的较小的数为_____ (填具体数值).

 $A+B$ $C+D$ $E+F$

(第十五届“中环杯”初赛第 16 题) 图 2015-8



解题思路与过程

该题主要考查数的拆分.5 的倍数,只有 5 和 10,因此 $E+F$ 只能是 6 和 4、4 和 1、3 和 2.当 $E、F$ 是 6 和 4 时, $C、D$ 为 1 和 2, $A、B$ 为 3 和 5,符合题意.

当 $E、F$ 是 4 和 1 时, $C、D$ 只能为 3 和 6,此时 $A、B$ 为 2 和 5,不符合题意.

当 $E、F$ 是 2 和 3 时, $C、D$ 为 1 和 5,此时 $A、B$ 为 4 和 6,符合题意.

综上所述, $C、D$ 中的较小的数为 1.



同类汇总

3-1-1 我们知道 0、1、2、3、...叫做自然数.只能被 1 和自身整除的大于 1 的自然数叫做质数或素数,比如 2、3、5、7、11 等,能够整除 2015 的所有质数之和为_____.

(第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 4 题)

3-1-2 24 点游戏:用加、减、乘、除、括号等运算符号把 4、4、10、10 这四个数连起来,使结果等于 24,_____.

(第十三届“走进美妙的数学花园”初赛第 14 题)

3-1-3 “24 点游戏”是很多人熟悉的数学游戏,游戏过程如下:任意从 52 张扑克牌(不包括大小王)中抽取 4 张,用这 4 张扑克牌上的数字($A=1, J=11, Q=12, K=13$)通过加减乘除四则运算得出 24,最先找到算法者获胜.游戏规定 4 张扑克牌都要用到,而且每张牌只能用 1 次,比如 2、3、4、 Q 则可以由算法 $(2 \times Q) \times (4 - 3)$ 得到 24.如果在一次游戏中恰好抽到了 7、9、 $Q、Q$,则你的算法是_____.

(第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 7 题)

3-1-4 有两个数 365 和 24,现将第一个数减去 19,第二个数加 12,这算一次操作.那么操作_____次后,两数相等.

(第十三届“小机灵杯”初赛第 10 题)



题 2

一个数只包含两种数字:3 或者 4,而且 3 或者 4 都至少出现一个.这个数既是 3 的倍数,又是 4 的倍数.这样的数最小为_____.

(第十五届“中环杯”决赛第 3 题)



解题思路与过程

该数是 4 的倍数且只有 3 或 4 组成,则根据被 4 整除的数的特



征,最后两位只能是 44. 又因为该数要能被 3 整除,则各个位上数字之和要能被 3 整除,只有两个 4 显然不行,所以最小值为 3444.



同类汇总

3-2-1 在下面四个算式中,得数最大的是编号_____这个算式.

- ① $992 \times 999 + 999$ ② $993 \times 998 + 998$
③ $994 \times 997 + 997$ ④ $995 \times 996 + 996$

(第十三届“小机灵杯”决赛第 4 题)

3-2-2 如图 2015-9 所示,将从 1 开始的正整数排成如下形式,并用一个由 3 个正方形构成的“L”形图案(可以旋转)框住其中的三个数(如图 2015-9 所框住的三数之和等于 $10 + 11 + 18 = 39$). 若用这样一个“L”形框住的三个数之和为 2015,那么其中最大的数是_____.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
...	...	...	...	...	...	...

图 2015-9

(第十三届“小机灵杯”决赛第 11 题)

3-2-3 把从 1 开始的连续自然奇数写成一个数串:1357911131517...,一直写到这个数串第一次出现“2014”为止,共写了_____个数字.

(第十五届“中环杯”初赛第 12 题)



专题回顾

在解决与数字相关的问题时,常常需要找规律,如数列规律、和的规律,解题时需要耐心从小的数开始观察,找出规律,以小见大,从而解出后面较大的数.

其次,数论是数学中重要的一块,在做数论相关问题时,需要对整除、位值原理等有所熟悉,并灵活迁移运用.

四、周期问题与整除



题 1

如果 653 整除 $\overline{ab2347}$, 则 $a + b =$ _____.

(第十五届“中环杯”决赛第 7 题)



解题思路

该题考查数的整除问题,653 是一个质数,观察 653 与 $\overline{ab2347}$ 之间的关系,不难发现 $\overline{ab2347} + 653 = \overline{ab3000}$,而 $\overline{ab3000}$ 可以拆分成 $\overline{ab3} \times 1000$,而 653 不能整除 1000,因此 653 一定能整除 $\overline{ab3}$,从而推出 a, b .



解题过程

由于 $653 \mid \overline{ab2347} \Leftrightarrow 653 \mid (\overline{ab2347} + 653)$, 考虑到 $\overline{ab2347} + 653 = \overline{ab3000}$, 所以 $653 \mid \overline{ab3} \times 1000$. 由于 653 是质数,并且 653 无法整除 1000, 所以 $653 \mid \overline{ab3}$, 从而

推出 $\begin{cases} a=6 \\ b=5 \end{cases}$, 所以 $a+b=11$.

同类汇总

4-1-1 一个数除以 20 的商是 10,余数是 10,这个数为_____.

(第十五届“中环杯”初赛第 2 题)

4-1-2 满足被 7 除余 3,被 9 除余 4,并且小于 100 的自然数有_____.

(第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 11 题)



题 2

如下表,将从 1 开始的自然数按照一定的规律排列起来,那么第 3 行第 51 列的数是_____.

3		7	9	12		16	18	21	...
2	4	6		11	13	15		20	...
1		5	8	10		14	17	19	...

(第十五届“中环杯”初赛第 13 题)



解题思路与过程

观察表格发现每 4 列为一个周期,每个周期中共 9 个数.按照列的周期有 $51 \div 4 = 12(\text{组}) \cdots \cdots 3(\text{列})$,前 48 列一共有 $12 \times 9 = 108(\text{个})$ 数,即第 48 列的第一个数是 108,所以第 51 列第三行的数为 $108 + 5 = 113$.

同类汇总

4-2-1 小明和小强常去图书馆看书.小明在一月份的第一个星期三去图书馆,此后每隔 4 天去一次(即第 2 次去是星期一);小强是一月份的第一个星期四去图书馆,此后每隔 3 天去一次.如果一月份两人只有一次同时去了图书馆,那么这一天是 1 月_____号.

(2015“数学花园探秘”决赛 A 卷第 7 题)

4-2-2 如图 2015-10,一只青蛙站在 1 号位置,第 1 次跳 1 步,到 2 号位置;第 2 次跳 2 步,到达 4 号位置;第 3 次跳 3 步,到达 1 号位置……第 n 次跳 n 步.当青蛙沿顺时针方向跳了 20 次时,到达_____号位置.

(第十三届“小机灵杯”初赛第 14 题)

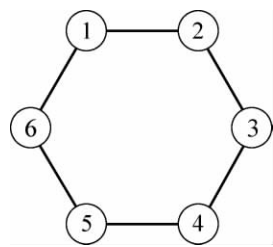


图 2015-10



专题回顾

在解答周期问题时,要看清题意,明确每个周期按怎样的规律排列,确定周期是几,用除法求出余数,根据余数得到结果.



五、有序思考



题 1

李师傅用三天制作了 8 盏相同的兔子灯,每天至少做 1 盏,李师傅共有_____种不同做法.

(第十三届“小机灵杯”初赛第 18 题)



解题思路与过程

该题主要考查枚举法与加乘原理.

每天制作 1 盏灯,还有 $8-3=5$ (盏)灯需要制作.

(1) 若这 5 盏灯选 1 天完成,有 3 种做法.

(2) 若这 5 盏灯分 2 天完成, $5=1+4$ 或 $5=2+3$.

若一天做 1 盏,一天做 4 盏,有 $3 \times 2=6$ (种)做法;

若一天做 2 盏,一天做 3 盏,有 $3 \times 2=6$ (种)做法.

(3) 若这 5 盏灯分 3 天做完, $5=1+1+3$ 或 $5=1+2+2$.

若其中一天做 3 盏,另外两天各做 1 盏,有 3 种做法;

若其中一天做 1 盏,另外两天各做 2 盏,有 3 种做法.

所以一共有 $3+6+6+3+3=21$ (种)做法.



同类汇总

5-1-1 甲、乙、丙、丁、戊 5 个人排成一队,甲、乙必须相邻,则一共有_____种不同的排法.

(第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 2 题)

5-1-2 有这样一类五位数,它任意两个数位上的数字相减(大数减小数)所得的差都不小于 2. 这样的五位数共有_____个.

(第十三届“小机灵杯”决赛第 12 题)



题 2

四辆车同时进入一个圆形跑道,每辆车的行驶路线如图 2015-11 所示,所有车都是沿顺时针方向行驶.每辆车在开满一圈前都要离开这个圆形跑道,任两辆车选择的出口均不相同.那么,有_____种不同离开跑道的方法.

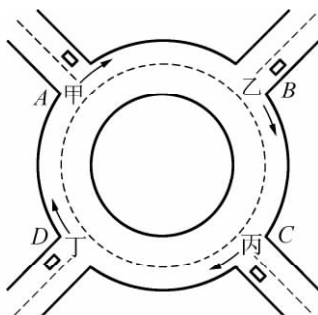


图 2015-11

(第十五届“中环杯”初赛第 18 题)



解题思路与过程

用枚举法和树形图解决这个计数问题. 甲车可以从 B 、 C 、 D 这 3 个口出, 乙车可以从 C 、 D 、 A 这 3 个口出, 丙车可以从 D 、 A 、 B 这 3 个口出, 丁车可以从 A 、 B 、 C 这 3 个口出. 树形图如图 2015-12 所示. 共 9 种不同离开跑道的方法.



同类汇总

5-2-1 七个正方形拼成图 2015-13. 我们要对其中的若干个正方形进行涂色, 要求:

- (1) 至少涂其中的两个正方形;
- (2) 相邻正方形不能同时被涂色 (有公共边或者公共顶点的正方形称为相邻正方形).

那么, 有 _____ 种不同的涂色方法.

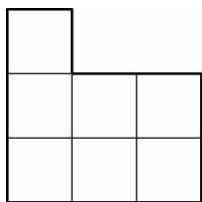


图 2015-13

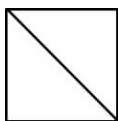


图 2015-14

5-2-2 图 2015-14 是可以一笔画出的, 一共有 _____ 种不同的一笔画法 (起点、终点或顺序只要有一样不同, 就算不同的画法).

(第十三届“走进美妙的数学花园”初赛第 11 题)

5-2-3 D 老师将写有 $1, 2, \dots, 13$ 这 13 个数字的牌按从小到大的顺序顺时针方向放在一个圆周上, 开始的时候所有牌都是牌面朝上, 每次翻动可以将一张牌翻成牌面朝下 (一旦变成牌面朝下, 这张牌就不能翻动了). D 老师翻牌的规则为: 若一张牌面朝上的牌上数字为 A , 并且与这张牌相隔 2 张的牌也是牌面朝上的, 那么 D 老师就可以翻动写有数字 A 的这张牌. 比如: 只要写有数字 9 或者 2 的牌是牌面朝上, 那么 D 老师就可以翻动写有数字 12 的牌 (当然, 前提是写有数字 12 的牌还是牌面朝上的). 最后, 只要 D 老师将 12 张牌翻成牌面朝下, 那么就算 D 老师成功了. 为了获得成功, D 老师有多少种不同的翻牌顺序?

(第十五届“中环杯”决赛第 14 题)

5-2-4 图 2015-15 是一个街道的示意图, 实线表示道路, 从 B 到 A , 只能向右或向上或右斜上方沿着道路前进, 则一共有 _____ 种不同的走法.

(第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 14 题)

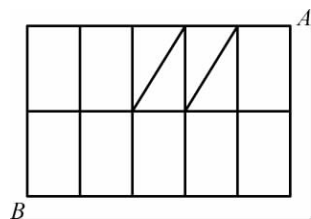


图 2015-15

5-2-5 餐厅里有两种餐桌: 方桌可坐 4 人, 圆桌可坐 9 人. 若就



餐人数刚好坐满若干张桌子,餐厅经理就称此数为“财富数”.在 $1\sim 100$ 这 100 个数中,“财富数”有_____个.

(第十三届“小机灵杯”决赛第 13 题)

- 5-2-6 如图 2015-16 所示,一个圆形托盘上放着三个相同的盘子.笑笑要将 7 个相同的苹果放在这三个盘子中,每个盘子中至少要放一个.那么笑笑有_____种放苹果的方法(托盘旋转后相同的算同一种情况).

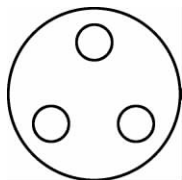


图 2015-16

(2015“数学花园探秘”初赛 A 卷第 7 题)

- 5-2-7 如图 2015-17,从 A 走到 B,每次走一格,只能向下或者向右走.将一路上的数字全部相加(如果走到黑格,就直接加 5),最后的总和为 51.不同的走法有_____种.

A		12		10
	11		10	
10		12		11
	10		11	
10		12		B

图 2015-17

(第十五届“中环杯”初赛第 11 题)

- 5-2-8 一个骰子,各面点数已画好,分别为 $1\sim 6$.从空间一点看,能看到的不同点数的组合一共有_____种.

(2015“数学花园探秘”决赛 A 卷第 9 题)



专题回顾

在用有序思考的方法解题时,可以根据不同的情况采取不同的解题策略.在解决个数问题,都可以用枚举法,这时要注意遵循一定的顺序,例如从大到小或从小到大,这样可以避免遗漏和重复;在用加乘原理或排列组合来解题时要注意分步和分类的不同,以及有顺序(排列)和没有顺序(组合).

六、最不利原则



题 1

三年级有 50 名学生,他们都选择订阅甲、乙、丙三种杂志的一种、两种或三种,则至少有_____名学生订阅的杂志种类相同.

(第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 13 题)



解题思路

本题考察了抽屉原理.只要先枚举出学生订阅的杂志的类型总数,即抽屉个数,然后根据抽屉原理即可求出至少几人订阅杂志种类相同.



解题过程

订阅 1 种杂志有 3 种情况:(甲)、(乙)、(丙),
 订阅 2 种杂志有 3 种情况:(甲,乙)、(乙,丙)、(甲,丙),
 订阅 3 种杂志有 1 种情况:(甲,乙,丙),
 一共有 $3+3+1=7$ (种)不同的订阅杂志种类. $50\div 7=7\cdots 1$.
 根据抽屉原理,至少有 $7+1=8$ (名)学生订阅的杂志种类相同.



同类汇总

6-1-1 把 48 粒棋子放入 9 个盒子中,每个盒子至少放 1 粒,每盒棋子数都不一样,棋子最多的盒子里最多可以放 _____ 粒棋子.

(第十三届“走进美妙的数学花园”初赛第 7 题)

6-1-2 现有 1 克、2 克、3 克和 5 克的砝码各一枚,能够称出 1 至 11 克的重量.某些重量可以有不止一种称量方法,比如 3 克,可以用 3 克的砝码称量,也可以用 1 克和 2 克的砝码称量,那么,至少需要用到 3 个砝码才能够称出的重量是 _____ 克.

(第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 3 题)



专题回顾

在题目中出现“至少”、“保证”这样的字眼时,就要警惕是不是最不利原则问题,要弄清题目中“保证”的含义,就是要从最糟糕或最倒霉的情况出发去分析问题,因为如果最不利的情况都能满足题目的要求,那么其他情况也必然能满足题目的要求.

七、简单逻辑推理



题 1

A、B、C、D 四人有一些数量互不相同的纸牌. A 说:“我比 C 多 16 张纸牌.” B 说:“D 比 C 多 6 张纸牌.” C 说:“A 比 D 多 9 张纸牌.” D 说:“如果 A 再给我 2 张纸牌,我纸牌的数量就是 C 的 3 倍.” 已知这四个人中,拥有纸牌数量最少的那个人说错了,其余都说对了. 那么 D 有 _____ 张纸牌.

(第 15 届“中环杯”决赛第 9 题)



解题思路与过程

首先对每个人所说的话进行翻译. A 的意思是: $A - C = 16$, B 的意思是: $D - C = 6$, C 的意思是: $A - D = 9$, D 的意思是: $D + 2 = 3C$.

由于说错话的只有一个人,而 A 和 C 都说 A 不是最少的,因此, A 说的是真话. 通过 B 和 D 的话可以推断 D 的纸牌数也不是最少的. 因此,说错话的只可能是 B 或 C.

如果 C 说的是正确的,则 $\begin{cases} A - C = 16, \\ A - D = 9 \end{cases} \Rightarrow D - C = 7$, 结合 $D + 2 = 3C$ 推出 $C + 7 = 3C - 2 \Rightarrow 9 = 2C$, 没有整数解,矛盾. 所以 B 说的是正确的, C 说的是错误的. 利用 B 的结论,我们有 $\begin{cases} D - C = 6, \\ D + 2 = 3C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 4, \\ D = 10. \end{cases}$ 所以答案为 10.



同类汇总

7-1-1 小数、小学、小花、小园、探秘 5 人获得了跳远比赛的前 5 名(无并列),他们说:

小数:“我的名次比小学好.” 小学:“我的名次比小花好.”

小花:“我的名次不如小园.” 小园:“我的名次不如探秘.”



探秘：“我的名次不如小学。”

已知小数、小学、小花、小园、探秘分别获得第 $A、B、C、D、E$ 名且他们都是从不说慌的好学生，那么五位数 $\overline{ABCDE} =$ _____.

(2015“数学花园探秘”决赛 A 卷第 3 题)

7-1-2 甲、乙、丙、丁获得了学校创意大赛的前 4 名(无并列)，他们说：

甲：“我既不是第一，也不是第二。”乙：“我的名次和丙相邻。”

丙：“我既不是第二，也不是第三。”丁：“我的名次和乙相邻。”

现在知道，甲、乙、丙、丁分别获得第 $A、B、C、D$ 名，并且他们都是从不说慌的好学生，那么四位数 $\overline{ABCD} =$ _____.

(2015“数学花园探秘”初赛 A 卷第 3 题)

7-1-3 图 2015-18 是一个美术馆的俯视图，每个“ $\times$ ”表示 $A、B、C、D$ 四人中的一个，在美术馆中央是一根大石柱。已知 A 看不到任何人， B 只能看到 C ， C 既可以看到 B 也可以看到 D ， D 只能看到 C 。那么，_____ 在 P 点(填 $A、B、C$ 或 D)。

(第十五届“中环杯”初赛第 3 题)

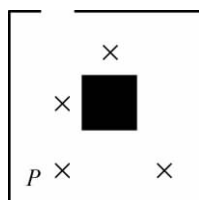


图 2015-18

7-1-4 标准骰子六个面上点数的分布规律是相同的，请根据以下骰子能够观察到的点数信息，确定标准骰子点数的分布，并计算这 5 个骰子向下的面上的点数之和是_____.



图 2015-19

(第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 9 题)



题 2

从左上方开始，沿着轨道出现的数字依次是 1、2、3、1、2、3、…。每行和每列的数字都是 1 个 1、1 个 2、1 个 3(另外两个格子不填)，那么，第四行的 5 个数字从左至右组成的五位数是_____。(没有数字的格子看作 0。)

(2015“数学花园探秘”初赛 A 卷第 11 题)

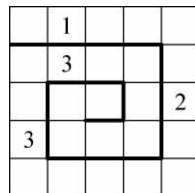


图 2015-20



解题思路与过程

根据“沿着轨道出现的数字依次是 1、2、3、1、2、3、…”这个条件容易填出如图 2015-21①所示的数字；接下来考虑“2”，每行“2”可能出现的位置如图的虚线

0	1					0	1	0	2	3
2	3	0	0	1		2	3	0	0	1
1	0	3	0	2		1	0	3	0	2
3				0		3	0	2	1	0
0						0	2	1	3	0

①

②

图 2015-21

框所示,可知第 4 列的“2”只能在第一行,由此可以确定第一行“3”的位置,第五行“3”的位置,这样其余“2”的位置可以确定.如图 2015-21②所示,最后结果是 30210.



同类汇总

7-2-1 请在图 2015-22①的每个箭头里填上适当的数字,使得箭头里的数字表示箭头所指方向有几种不同的数字,其中双向箭头表示箭头所指的两个方向的全部数字里有多少种不同的数字.那么图中第二行从左到右所填数字依次组成的四位数是 _____ (图 2015-22②是一个 3×3 的例子).

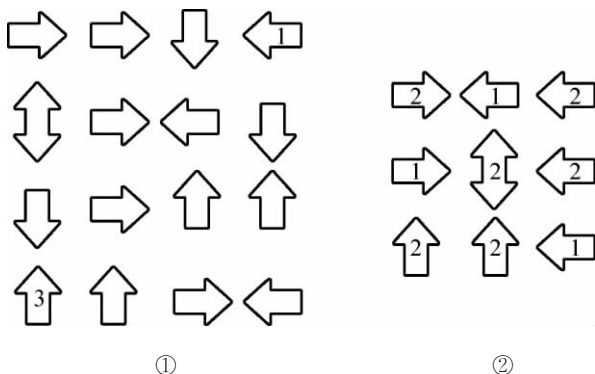


图 2015-22

(2015“数学花园探秘”决赛 A 卷第 8 题)

7-2-2 在 1×5 的方格表内有四个筹码,这些筹码一面为白色另一面为黑色.每一次操作可以任选一个筹码跳过一个、二个或三个筹码到空位上,但不可以用走动的.被跳过的筹码都必须翻面,但跳的筹码不翻面.现欲经过六次的操作,将下左图的情况变成下右图的情况.如果依次将跳动的筹码跳动前所在位置的号码记录下来,就可以得到一个六位数.请给出可能完成任务的一个六位数: _____ (填出一个即可).



图 2015-23

(第十三届“走进美妙的数学花园”初赛第 15 题)

7-2-3 对一个正整数做如下操作:若是偶数则除以 2,若是奇数则加 1,依此类推直到得到 1 时停止操作.那么,经过 10 次操作变为 1 的数有 _____ 个.

(第十三届“小机灵杯”决赛第 15 题)



专题回顾

在解决简单逻辑推理问题时,可以先找突破口,直接排除不可能的情况,再用假设的方法一步步推理,当发生矛盾或出现不可能情况时,假设不成立.再分析另一种情况,直至得出最后的结果.