

广东省特色专业建设丛书

总主编 刘贵昂

普通物理实验

光学部分

刘小平
邹长伟 编著
梁枫

 广西人民出版社

广东省特色专业建设丛书

总主编 刘贵昂

普通物理实验

光学部分

刘小平 邹长伟 梁 枫 编著



广西人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

普通物理实验. 光学部分 / 刘小平、邹长伟、梁枫编著
—南宁: 广西人民出版社, 2013.10

ISBN 978- 7- 219- 08613- 1

I. ①普… II. ①刘… ②邹… ③梁… III. ①普通物理学—
实验—师范大学—教材 ②光学—实验—师范大学—教材
IV. ①04- 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 240890 号

责任编辑 廖集玲

出版发行 广西人民出版社
社 址 广西南宁市桂春路 6 号
邮 编 530028
网 址 <http://www.gxp-ph.cn>
印 刷 南宁市开源彩色印刷有限公司
开 本 787mm× 1092mm 1/16
印 张 9.25
字 数 250 千字
版 次 2013 年 10 月第 1 版
印 次 2013 年 10 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978- 7- 219- 08613- 1
定 价 25.00 元

版权所有 翻印必究

内 容 提 要

本书以理工科类普通物理实验课程基本要求为指导编写而成，旨在为高等师范院校物理学专业的学生、继续教育学员或从事相关专业的读者学习提供指导和帮助。

本分册共列出了 14 个普通物理光学实验和 5 个光学综合设计实验，以供读者选择。在介绍基本实验思想和方法的基础上，对每个实验增加了与实验相关的历史渊源与应用前景、与中学物理的衔接、自主学习与思考、实验探究与设计等专项栏目，还分析了该实验的构思亮点与操作难点。

光学实验的难点在于精准的调整与细节的观察。本书还针对教师教育的技能训练，结合常用典型仪器的使用操作在不同实验中穿插评述了不同测量方法的优越性。这样编写的目的，在于试图以学科内容为载体，分别从纵向的延伸和横向的拓宽来开阅读者的视野，挖掘实验内容中设计思想的闪光点，以激发和引导读者在掌握实验技能的过程中不断增强自学和探究能力，从而促进综合素质的提高。

目 录

绪论——光学实验基础知识	1
§ 1 光学实验的内容和特点	1
§ 2 光学实验的观测方法	2
§ 3 光学仪器的使用与维护	3
§ 4 测量误差和处理数据常用方法	6
实验一 薄透镜焦距的测定	15
实验二 透明介质折射率的测定	24
实验三 分光计调节及棱镜折射率的测定	35
实验四 光具组基点的测定	49
实验五 显微镜与望远镜放大本领的测定	55
实验六 用双棱镜测定光波长	67
实验七 牛顿环干涉测透镜曲率半径	74
实验八 迈克尔逊干涉仪的调节和使用	81
实验九 单缝衍射光强分布规律的定量研究	89
实验十 用透射光栅测定光波的波长及光栅的参数	95
实验十一 偏振现象的观察与分析	101
实验十二 用光电效应测定普朗克常量	108
实验十三 平行光管的调节与使用	116
实验十四 光栅单色仪的使用	122
实验十五 几何光学原理探究	127
实验十六 几何光学综合实验	128
实验十七 光的各种衍射现象对比及探究	130
实验十八 全息光学元件的制备与评价	132
实验十九 干涉法测薄膜厚度	135
附表 A 国际单位制	137
附表 B 基本物理常数表	138
附表 C 物理实验常用光源	139
参考文献	141

绪论——光学实验基础知识

§ 1 光学实验的内容和特点

一、光学实验的目的

学习和掌握光学实验的基本知识、基本方法以及培养基本的实验技能，通过研究一些基本的光学现象，加强对光学理论的理解，通过实验过程，理解和掌握正确的实验操作方法，训练创新思维，体会前人设计实验的精巧构思和测量方法。

二、光学实验的内容

1. 学习光学中基本物理量的测量方法

基本物理量有透镜的焦距、光学系统的基点、光学仪器的放大本领和分辨率、透明介质折射率及光波波长、光栅常数等。在学习实验方法时，要注意它的设计思想、特点及其适用条件。在测量过程中，要注意观察和分析所发生的各种光学现象，注意其内在规律性。

2. 学会使用一些常用的光学仪器

常用的光学仪器有光具座、读数显微镜、测微目镜、望远镜、分光计、迈克尔逊干涉仪、摄谱仪等。要了解仪器的构造原理及正常使用状态，掌握调节到正常使用状态的方法、操作要求及注意事项，并具有较好的操作技能。这需要实验者在实验之前要有充分的预习。

3. 学习光学实验中基本光路的布置

主要学会分析每一基本光路在整个实验中的作用，了解光路组成元件的参量及对本实验产生的影响，基本光路之间的衔接配合等。

如图 0-1 这两个光路图，如果实验者不知道哪个是对的，那么在实验中就很难预判后续光路的衔接，很可能被实验中出现的干扰所困惑。

4. 继续学习分析误差的方法，提高对实验数据的处理能力

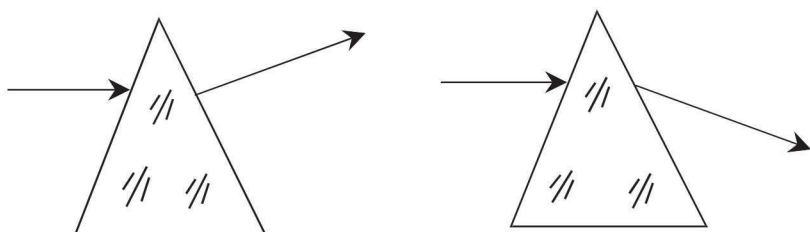


图 0-1 光经三棱镜折射光路图

三、光学实验的特点

与普通物理其它实验相比,光学实验的难点在于精准的调节与细节的观察,故要求实验者实验时务必细心、缜密。

1. 实验和理论密切结合

实验者必须把实验和理论密切结合起来,尊重实际,详尽观察和记录各种光学现象及其出现的条件,结合理论,经过思考,做出正确的分析和解释。

2. 仪器调节的要求较高

实验前首先对仪器进行初态归位调整、零位调整、共轴等高调整、光源电压选择等;实验中警惕仪器的可调范围,绝不能存有侥幸心理盲目操作,否则,轻者会影响实验的正常进行,重者将导致精密仪器性能的下降,甚至损坏仪器。

3. 要求较高的实验素养

实验者的理论基础、操作技能的高低、判断的准确程度,都将使测量数据具有不同的偏离和分散,从而影响测量结果的可靠性。另外还要避免光学元件跌落损坏,仪器读数失误,并注意眼睛卫生。

§ 2 光学实验的观测方法

一、主观观察方法

人眼只有在足够亮的环境中才会产生颜色的感觉,叫视觉。感觉的强弱用视见函数描述,一般情况下,人眼只能对 $390\sim 760\text{ nm}$ 的可见光产生视觉反应,对 550 nm 的绿光感光灵敏度最高。此外,人眼还有分辨特性、错觉和视差,在实验中应注意它们对观察结果的影响。

二、客观观察方法

当出现超出可见光范围的光学现象或对光强测量有较高的精度要求时,则需要采用其他设备作光探测器,进行客观量度,以弥补人眼的不足。常用的光探测器有光电管、光敏电阻、光电池等。

三、光学实验的测量方法简介

1. 比较测量法

比较测量法是将被测量与已知其值的同种量相比较的测量方法。比较测量法主要包括直接比较法、间接比较法、替代测量法和零位测量法等。光学实验中液体折射率的测定、分光计最小偏向角的读数使用了比较测量法，偏振光实验中测量布儒斯特角采用了零位测量法。

2. 放大测量法

当被测物体的线度、位移、角度或微弱信号等难以测量时，往往借助于其他装置将待测量放大后进行测量。光学放大测量有两种，一种是借助光学仪器，对物体放大的像进行测量，如测微目镜、读数显微镜、望远镜等，另一种是把微小物理量放大后测量，如光杠杆、光电检流计等。

3. 补偿测量法

补偿测量法是通过调整一个或几个与被测量有已知平衡关系的标准量，去抵消或补偿这种影响，从而提高精密测量的准确度。用光电效应测普朗克常数的实验中，遏止电压的测量使用了补偿测量法。

4. 模拟测量法

模拟测量法是将不便测量的实际研究对象或物理过程，通过其他相似方法模拟成便于控制的模型去研究和测量。模拟测量法包括数学模拟、物理模拟和计算机仿真模拟等。目前在测量领域用途最广的是计算机仿真，几乎可以模拟绝大多数物理过程，尤其在实验预习和演示方面有易于掌控、画面灵活、操作直观和多次重复等优势，打通了课内课外的界限，是很好的辅助学习手段。

5. 新技术测量法

随着科技进步，物理实验思想和方法也在不断发展，新技术几乎同步渗透在科学实验设计和测量中。热电偶、霍尔元件、光纤传感器、压电陶瓷传感器等各类传感器件，都普遍用于实验中。目前常用的 CCD、硅光电池、光敏二极管、光电检流计等本身就是基于光电效应的原理设计制作的光电转换系统。

§ 3 光学仪器的使用与维护

光学仪器结构复杂，调节精细，光学元件易损易污，而且一般人眼是最后一个接受装置，故需要在日常使用中细心维护。

一个实验工作者，在光学实验中，不但要爱护自己的眼睛，还要十分爱惜实验室的各种仪器，实践经验证明，只有认真注意保养和正确地使用仪器，才

能使测量得到符合实际的结果,同时这也是培养良好实验素质的重要方面。由于光学仪器一般设计精密,光学元件表面磨平、抛光也非常精细,有的还镀有膜层,而且光学元件大都由透明、易碎的玻璃材料制成,因此使用时一定要十分小心,不能粗心大意。

一、使用和维护不当可能造成的损坏

1. 破损:如发生磕碰、跌落、震动或挤压等情况,均会造成光学元件的破损,以致光学元件的部分或全部无法使用。

2. 磨损:由于用手或其他粗糙的东西擦拭光学元件的表面,致使光学表面(光线经过的表面)留下擦不掉的划痕,严重地影响了光学仪器的透光能力和成像质量,甚至无法进行观察和测量。

3. 污损:拿取光学元件手法不规范,手上的油污、汗渍或对着光学元件讲话喧哗,使不洁物体沉淀在元件的表面上,留下污迹斑痕,对于镀膜的表面,问题将会更加严重。若不及时进行清除,亦将降低光学仪器的透光性能和成像质量。

4. 发霉生锈:由于保管不善,光学元件长期在空气潮湿、温度变化较大的环境下使用,因玷污霉菌所致;光学仪器的金属机械部分也会产生锈斑,使光学仪器失去原来的光洁度,影响仪器的精度、寿命和美观。

5. 腐蚀、脱胶:光学元件的表面受到酸、碱等化学物品的作用时,会发生腐蚀现象;如有苯、乙醚等溶剂流到光学元件之间或光学元件与金属的胶合部分,就会发生脱胶现象。

二、使用和维护光学仪器的注意事项

1. 眼睛不能直接对着光源尤其强光源观察,以防灼伤眼睛。

2. 使用前必须对照仪器认真阅读使用说明书,详细了解所使用光学仪器的结构、工作原理,使用方法和注意事项。切忌抱着试试看的侥幸心理,盲目动手。

3. 实验前注意初态调节、零位调节、光源预热等环节,还要关注不同类型光源对外接电压的要求,正确选择所需的变压器。如分光计的初态粗调;测单缝衍射光强分布、偏振光测量时背景光的零位修正;读数显微镜、测微目镜、迈克尔逊干涉仪中动臂位移量值的测量等,都要在实验前记录微调旋钮的零点位置读数,对实测值进行修正。零位修正对非线性关系量的准确测量影响更为显著。

4. 光学元件应轻拿轻放,绝对禁止用手触及元件的光学表面或随意擦拭,只能用手接触经过磨砂的“毛面”,如透镜的侧边、棱镜的上下底面等,正确的方法如图 0-2 所示。



图 0-2 光学元件正确拿取方法

如发现光学表面有灰尘，可用毛笔、镜头纸轻轻擦去，也可用清洁的空气球吹去。对于没有镀膜的表面，可在教师的指导下，用干净的脱脂棉花蘸上清洁的溶剂如酒精、乙醚等，仔细地将污渍擦去（但要注意，不要让溶剂流到元件胶合处，以免产生脱胶）。对于镀有膜层的光学元件，则应送实验室作专门技术处理。使用和搬动光学仪器时应轻拿轻放，谨慎小心，避免受震、碰撞，更要避免跌落地面。光学元件使用完毕，不应随便乱放，要做到物归原处。

5. 仪器放置在干燥、空气流通的实验室中，仪器用后务必断电、复原并防尘，一般要求保持空气相对湿度为 60%~70%，室温变化不能太快和太大，还要防止含有酸性或碱性的气体侵入。

6. 光学仪器中机械部分应注意添加润滑剂，以保持转动、平移部分的灵活平稳连续，操作时关注可调节范围，并注意防止生锈，以保持仪器外貌光洁美观。

7. 如仪器长期不使用，应将仪器放入带有干燥剂（硅胶）的木箱内，防止光学元件受潮，发生霉变，并做好定期检查，发现问题及时处理；电源光源定期通电。

§ 4 测量误差和处理数据常用方法

一、误差理论

无论是直接测量, 还是间接测量, 最后都要处理数据。为了便于在实验中参考和利用, 现将误差理论做简要介绍。

1. 直接测量的最佳值

① 算术平均值

设对某一物理量在相同条件下, 测量 N 次, 测量值分别为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 其算术平均值 $\bar{x}$ 为:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (0-1)$$

一般取算术平均值为直接测量的最佳值。

② 标准差

测量列 (x_i) 的标准差 $s(\bar{x})$ 用下式计算:

$$s(\bar{x}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)} \quad (0-2)$$

平均值的标准差 $s(\bar{x})$ 为:

$$s(\bar{x}) = s(x) / \sqrt{n} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / n / (n-1)} \quad (0-3)$$

③ 测量值的取舍

在 N 次测量中, 可能有的测量值明显偏大或偏小, 在误差理论中给出一些数据取舍的判据, 在此应用格罗布斯判据。

设平均值为 $\bar{x}$, 测量列标准差为 s , 测量值个数为 n , 则可以保留的测量值 x_i 的测量值范围为

$$(\bar{x} - G_n \cdot s) \leq x_i \leq (\bar{x} + G_n \cdot s) \quad (0-4)$$

式中 G_n 为对应 n 个测量值的格罗布斯判据系数, 可在表 0-1 中查出, 在上式范围外的测量值为出现概率很小的可疑值, 可以舍弃。

舍去可疑值后, 应重新计算平均值为最佳值, 标准差也应重新计算。

表 0-1 格罗布斯准则临界系数表 ($p=95\%$)

n	3	4	5	6	7	8
g(n)	1.155	1.481	1.715	1.887	2.020	2.126
n	9	10	11	12	13	14
g(n)	2.215	2.290	2.355	2.412	2.462	2.507

2. 间接测量的最佳值

设物理量 Y 是 m 个物理量 $(X_1, X_2, \dots, X_m)$ 函数

$$Y=f(X_1, X_2, \dots, X_m) \quad (0-5)$$

由各个 X_i , 求 Y 的方法有二:

① 将各 X_i 测量平均值 $\bar{X}_i$, 代入函数式求 Y 的测量值 y :

$$y=f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m) \quad (0-6)$$

此为“先平均法”。

② 将各 X_i 分别取一值求 y_i , 再求 y_i 的平均值 $\bar{y}$ 为 Y 的最佳值

$$\bar{y}=\sum f(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{mi})/n \quad (0-7)$$

此为“后平均法”。

对于非线性函数, 两种方法的结果是不一致的。但是在多数物理测量中, 二者的差异和测量值误差相比并不显著, 因此两方法一般均可以使用, 不过方法 ② 要求各 X_i 的测量值的数目相同, 所以在使用上受到限制。

3. 测量不确定度

测量的理想是获得被测量在测量条件下的真值, 但实际上在测量时由于各种原因, 必然使测量值有误差。因而测得值不能准确表达真值, 但是测量误差一般不会很大, 可以设想真值是在测得值附近的一个范围中, 测量不确定度就是对此量值范围的评定。

设测得值为 x , 测量不确定度为 u , 则真值可能在量值范围 $(x-u, x+u)$ 之间。显然测量不确定度越小, 测得值偏离真值也就越小, 用测得值表示真值的可靠性就越大。

测量不确定度常以估计标准差去表示, 这时称其为标准不确定度。

测量不确定度的来源有许多方面, 但可分为两类。一类来源于偶然效应, 如实验者的操作、读数、实验条件起伏引起的测量值的变化, 在多次重复测量时, 其影响变化不定, 表现为测量值的分散; 另一类来源于系统性效应, 如计量器的基本误差, 实验环境与实验原理的要求有差异等等, 在多次重复测量时,

其影响基本上恒定,因而此种效应使测定值有一定的偏离,但不会引起分散,对此两类效应引入的不确定度要分别评定。

① 标准不确定度的 A 类评定

由于偶然性效应,重复测量的测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是分散的可用统计方法求其标准差。这时算术平均值的标准不确定度 $u(x)$ 等于其标准差 $s(\bar{x})$, 是不确定度的 A 类评定, 即:

$$u_A(x) = s(\bar{x}) = \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 / n(n-1)} \quad (0-8)$$

② 标准不确定度的 B 类评定

评定不确定度有的用统计方法, 即 A 类评定, 另外有些不能用统计方法, 这些用非统计方法评定的不确定度就是 B 类评定。例如, 用螺旋测微计测一棒的直径 d , 测量 n 次, 得 n 个 d_i 值, 计算平均值 $\bar{d}$ 及其标准差 $s(\bar{d})$, 则 d 的 A 类标准不确定度 $u_A(\bar{d}) = s(\bar{d})$, 它是 d 的标准不确定度的一部分, 另外螺旋测微计自身的误差也给 d 引入不确定度, 它不能用统计方法求出, 是 B 类评定 $u_B(\bar{d})$ 。将 $u_A(\bar{d})$ 和 $u_B(\bar{d})$ 合成之后, 方可得到的合成 d 标准不确定度。

标准不确定度的 B 类评定可有几种不同的情况, 有的计量器具在说明书或检定书上注明总的不确定度, 有些可以从国家有关标准 (如国家计量技术规范, 符号 JJG) 查出其允许误差, 有些则参照有关资料或仪器的最小分度值去确定其极限误差。

从对计量器具误差的测量与分析来说, 一般认为计量仪器的误差服从均匀分布, 如极限误差为 Δ , 则其标准差为 $\Delta / \sqrt{3}$, 所以其 B 类标准不确定度 $u_B(\Delta)$ 为:

$$u_B(\Delta) = \Delta / \sqrt{3} \quad (0-9)$$

上述关于 B 类不确定度的评定, 只是 B 类评定问题的一部分, 实际上还有其他方面不服从均匀分布的问题, 在我们的实验里, 可以均用上式处理。

③ 合成标准不确定度

直接测量: 设被测量 X 的不确定度来源有 k 项, 无论它是 A 类评定或 B 类评定, 都是等价的, 均按方和根去合成, 即合成标准不确定度 $u_c(X)$ 为:

$$u_c(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^k u^2(x_i)} \quad (0-10)$$

间接测量: 设 $y = y(x_1, x_2, \dots, x_m)$, 已知各 x_i 的合成标准不确定 $u(x_i)$, 则 y 的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 为:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} \quad (0-11)$$

当 y 是 x_i 的幂函数时, 即:

$$y = A \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdots x_m^{\alpha_m} \quad (0-12)$$

式中 A 为无量纲量, 则:

$$u_c(y) = y \cdot \sqrt{\sum \left[a_i \frac{u(x_i)}{x_i} \right]^2} \quad (0-13)$$

测量不确定度的计算比较繁琐, 在一定条件下可以简化。即当测量误差中, 偶然误差为主时, 可以只计算 A 类评定, 略去 B 类评定; 当系统误差为主时, 可以只计算 B 类评定, 略去 A 类评定。

4. 测量结果的评价

由于不确定度是比较全面反映测量的误差, 所以评定实验结果的主要依据就是不确定度。

① 测量结果 y 与公认值 y_0 之差, 能否在测量误差范围内?

判断的依据可粗略地用 $|y - y_0| / u_c(y) > 3$ 否? 如果不大于 3 就可以认为 $|y - y_0|$ 在测量误差范围内, 测量结果是可以接受的。

② 合成 $u_c(y)$ 的各项中有否比较突兀, 原因是什么? 能否可能改进?

③ 各 x_i 的 $u(x_i)$ 评定中, 有否 A 类评定明显大于 B 类评定? 如果有, 就说明该项偶然误差过大, 值得分析。

二、数据处理的常用方法简介

实验数据及其处理方法是分析和讨论实验结果的依据。在物理实验中常用的数据处理方法有列表法、作图法、逐差法和最小二乘法 (直线拟合) 等。

1. 列表法

在记录和处理数据时, 常常将所得数据列成表。数据列表后, 可以简单明确、形式紧凑地表示出有关物理量之间的对应关系; 便于随时检查结果是否合理, 及时发现问题, 减少和避免错误; 有助于找出有关物理量之间规律性的联系, 进而求出经验公式处理数据等。

列表的要求是:

① 要写出所列表的名称, 列表要标明符号所代表物理量的意义 (特别是自定义的符号), 并写明单位。单位及量值的数量级写在该符号的标题栏中, 例如: 频率 ν / Hz 、电压 U / V 、电流 $I / 10^{-13} \text{A}$ 等, 表中所列仅为物理量的数值 (纯数), 对应关系清楚简洁, 行列整齐, 一目了然。

② 提供必要的说明和参数, 包括主要测量仪器的规格 (型号、量程、准确度级别或最大允许误差等)、有关的环境参数 (如温度、湿度等)、引用的常

量和物理量等。

③ 列表的形式不限, 根据具体情况, 决定列出哪些变量。表中的除原始数据, 计算过程中的一些中间结果和最后结果也可以列入表中。

④ 表中所列数据要正确反映测量结果的有效数字。

2. 作图法

作图法是将两列数据之间的关系用图线表示出来。用作图法处理实验数据是数据处理的常用方法之一, 它能直观地显示物理量之间的对应关系, 揭示物理量之间的规律。

为了使图线能够清楚地反映出物理现象的变化规律, 并能比较准确地确定有关物理量的量值或求出有关常数, 在作图时必须遵守以下规则:

① 作图必须用坐标纸。当决定了作图的参量以后, 根据情况选用坐标纸, 坐标纸的大小及坐标轴的比例, 要根据测得值的有效数字和结果的需要来定。原则上讲, 数据中的可靠数字在图中应为可靠的。我们常以坐标纸中小格对应可靠数字最后一位的一个单位, 有时对应比例也适当放大些, 但对应比例的选择要有利于标实验点和读数。最小坐标值不必都从零开始, 以便做出的图线大体上能充满全图, 使布局美观、合理。

② 标明坐标轴。对于直角坐标系, 多以自变量为横轴, 因变量为纵轴。用粗实线在坐标纸上描出坐标轴, 标明其所代表的物理量 (或符号) 及单位, 在轴上每隔一定间距标明该物理量的数值。

③ 根据测量数据, 实验点要用“+” “×” “⊙” “Δ” 等符号标出。

④ 把实验点连接成图线。由于每个实验数据都有一定的误差, 所以图线不一定要通过每个实验点。应该按照实验点的总趋势, 把实验点连成光滑的曲线 (仪表的校正曲线不在此列), 使大多数的实验点落在图线上, 其他的点在图线两侧均匀分布, 这相当于在数据处理中取平均值。对于个别偏离图线很远的点, 要重新审核, 进行分析后决定是否应剔除。

若确信两物理量之间的关系是线性的, 或所有的实验点都在某一直线附近时, 将实验点连成一直线, 求直线的斜率截距, 如普朗克常数的测量从求斜率而得。

对非线性关系的图像, 作图前最好对数据先做归一化处理, 再作图。如单缝衍射的光强分布图为 SINC 函数图。

⑤ 作完图后, 在图的明显位置上标明图名、作者和作图日期, 有时还要附上简单的说明, 如实验条件等, 使读者能一目了然, 最后要将图粘贴在实验

报告上。图 0-3 为压强与温度之间的关系曲线。

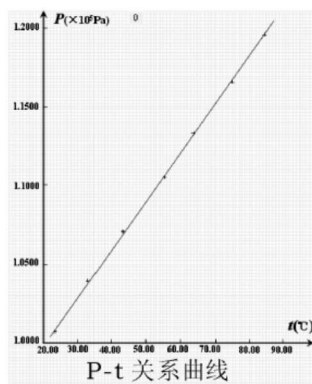


图 0-3 P-t 曲线图

3. 逐差法

逐差法又称逐差算法，一般用于等间隔线性变化测量中所得数据的处理。由误差理论可知，算术平均值是若干次重复测量的物理量的近似值。为了减少随机误差，在实验中一般都采用多次测量。但是在等间隔线性变化测量中，若仍用一般的平均值方法，我们将发现，只有第一次测量值和最后一次测量值起作用，所有的中间测量值全部抵消。因此，这种测量无法反映多次测量的特点。

以测量弹簧倔强系数的例子来说明逐差法处理数据的过程。如有一长为 x_0 的弹簧，逐次在其下端加挂质量为 m 的砝码，共加 7 次，测出其对应的长度分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7$ ，从这组数据中，求出每加单位砝码弹簧的伸长量 Δx 。

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{7m} [(x_1 - x_0) + (x_2 - x_1) + (x_3 - x_2) + \dots + (x_7 - x_6)] = \frac{1}{7m} (x_7 - x_0) \quad (0-14)$$

这种处理仅用了首尾两个数据，中间值全部抵消，因而损失掉很多的信息，是不合理的。

若将以上数据按顺序分为 x_0, x_1, x_2, x_3 和 x_4, x_5, x_6, x_7 两组，并使其对应项相减，就有：

$$\begin{aligned} \overline{\Delta x} &= \frac{1}{4} \left[\frac{(x_4 - x_0)}{4m} + \frac{(x_5 - x_1)}{4m} + \frac{(x_6 - x_2)}{4m} + \frac{(x_7 - x_3)}{4m} \right] \\ &= \frac{1}{16m} [(x_4 + x_5 + x_6 + x_7) - (x_0 + x_1 + x_2 + x_3)] \end{aligned} \quad (0-15)$$

这种逐差法使用了全部的数据信息，因此，更能反映多次测量对减少误差的作用。

4. 最小二乘法（线性回归）

作图法虽然在数据处理中是一个很便利的方法,但在图线的绘制上往往带有较大的任意性,所得的结果也常常因人而异,而且很难对它作进一步的误差分析。为了克服这些缺点,在数理统计中研究了直线拟合问题(或称一元线性回归问题),常用一种以最小二乘法为基础的实验数据处理方法。由于某些曲线型的函数可以通过适当的数学变换而改写成直线方程,这一方法也适用于某些曲线型的规律。

下面就数据处理中的最小二乘法原理作简单介绍。

设在某一实验中,可控制的物理量取 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 值时,对应的物理量依次取 $y_1, y_2, \dots, y_m$ 值。假定对 x_i 值的观测误差很小,而主要误差都出现在 y_i 的观测上。显然,如果从 (x_i, y_i) 中任取两组实验数据就可以得出一条直线,只不过这条直线的误差有可能很大。直线拟合的任务便是用数学分析的方法从这些观测到的数据中求出最佳的经验公式 $y=kx+b$ 。按这一经验公式作出的图线不一定能通过每一个实验点,但是它是以最接近这些实验点的方式穿过它们的。很明显,对应于每一个值 x_i ,测得值 y_i 和最佳经验公式中的 y 值之间存在一偏差 δy_i ,我们称 δy_i 为 y_i 测得值的偏差,即:

$$\delta y_i = y_i - y = y_i - (kx_i + b) \quad (i=1, 2, n) \quad (0-16)$$

最小二乘法的原理就是:如果各测得值 y_i 的误差相互独立且服从同一正态分布,当 y_i 的偏差的平方和为最小时,得到最佳经验公式。若以 s 表示 δy_i 的平方和,它应满足:

$$s = \sum (\delta y_i)^2 = \sum [y_i - (kx_i + b)]^2 \quad (0-17)$$

式中,各 x_i 和 y_i 是测得值,都是已知量,所以解决直线拟合的问题就变成了由实验数据组 (x_i, y_i) 来确定 k 和 b 的过程。

令 s 对 k 的偏导数为零,即:

$$\frac{\partial s}{\partial k} = -2 \sum (y_i - kx_i - b) x_i = 0$$

整理得:

$$\sum x_i y_i - k \sum x_i^2 - b \sum x_i = 0 \quad (0-18)$$

令 s 对 b 的偏导数为零,即:

$$\frac{\partial s}{\partial b} = -2 \sum (y_i - kx_i - b) = 0$$

整理得