概率论与数理统计同步习题册

同济大学数学系　编

同济大学出版社

同济数学系列丛书
TONGJI SHUXUE XILIE CONGSHU

概率论与数理统计同步习题册

同济大学数学系　编

同濟大學出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书根据国家教育部审定的高等工科院校的本科非数学专业的教学要求，按照同济大学概率统计教研组编写的《概率统计》第5版的章节顺序编排，以方便读者配套使用。

本书共有7章，内容包括随机事件及其概率、离散型随机变量及其分布、连续型随机变量及其分布、随机变量的数字特征、随机变量序列的极限、数理统计的基本概念、参数估计等. 每章分别编著了基本练习题、思考题和自我测试题等三个不同层面的习题. 基本练习题的内容覆盖了需要掌握的知识点，难易均衡题量适中；思考题则课外提高和教学延伸部分；自我测试题是兼具综合性和灵活性的题目，在每个章节的学习完成后可以进行自我测试并加以检查自己的学习情况. 希望通过本书，学生能够掌握概率统计的基本知识和理论，更重要的是培养用概率统计的思想方法来分析问题继而解决问题的能力，并为以后相关课程的学习以及深入实践的运用打下坚实的基础. 书后附有所有习题的答案.

本书适用于各类高等院校及相关专业(非数学专业)的在校学生，建议读者先熟悉相关内容再予以练习.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计同步习题册 / 同济大学数学系编. --上海：同济大学出版社，2016.8
ISBN 978-7-5608-6468-6

Ⅰ.①概… Ⅱ.①同… Ⅲ.①概率论—习题集②数理统计—习题集 Ⅳ.①O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 182529 号

概率论与数理统计同步习题册
同济大学数学系 编
责任编辑 李小敏 武 钢 **责任校对** 徐春莲 **封面设计** 陈益平

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
(地址：上海市四平路 1239 号 邮编：200092 电话：021-65985622)
经 销 全国各地新华书店
印 刷 常熟市大宏印刷有限公司
开 本 889 mm×1 194 mm 1/16
印 张 6.25
字 数 200 000
版 次 2016 年 8 月第 1 版 2016 年 8 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5608-6468-6

定 价 14.00 元

目　　录

随机事件及其概率——随机事件与等可能概型

1. 电炉上安装了 4 个温控器. 在使用过程中，只要有两个温控器显示的温度不低于临界温度 t_0，电炉就断电. 事件 A 表示“电炉断电”. 4 个温控器显示的温度按递增顺序记作 $T_{(i)}$，$i=1, 2, 3, 4$，即 $T_{(1)} \leqslant T_{(2)} \leqslant T_{(3)} \leqslant T_{(4)}$. 试问，4 个事件 $\{T_{(i)} \geqslant t_0\}$ $(i=1, 2, 3, 4)$ 中，哪一个恰等于 A?

2. 已知 N 件产品中有 M 件是不合格品，今从中随机地抽取 n 件. 试求：(1) n 件中恰有 k 件不合格品的概率；(2) n 件中至少有一件不合格品的概率. 假定 $k \leqslant M$ 且 $n-k \leqslant N-M$.

3. 一个口袋里装有 10 只球，分别编上号码 1，…，10，随机地从口袋里取 3 只球. 试求：
(1) 最小号码是 5 的概率；(2) 最大号码是 5 的概率.

4. 一份试卷上有 6 道题. 某位学生在解答时由于粗心随机地犯了 4 处不同的错误. 试求：

(1) 这 4 处错误发生在最后一道题上的概率；

(2) 这 4 处错误发生在不同题上的概率；

(3) 至少有 3 道题全对的概率.

5. 在单位圆内随机地取一点 Q，试求以 Q 为中点的弦长超过 1 的概率.

6. 在长度为 T 的时间段内，有两个长短不等的信号随机地进入接收机. 长信号持续时间为 $t_1(\leqslant T)$，短信号持续时间为 $t_2(\leqslant T)$. 试求这两个信号互不干扰的概率.

随机事件及其概率——概率的性质及条件概率

7. 设 A，B 是两个事件，已知 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.7$，$P(A\cup B)=0.8$，试求 $P(A-B)$ 与 $P(B-A)$.

8. 设 A，B，C 是三个事件，已知 $P(A)=P(B)=P(C)=0.3$，$P(AB)=0.2$，$P(BC)=P(CA)=0$. 试求 A，B，C 中至少有一个发生的概率与 A，B，C 全不发生的概率.

9. 设 A，B 是两个事件，已知 $P(A)=0.3$，$P(B)=0.6$，试在下列两种情况中分别求出 $P(A|B)$ 与 $P(\bar{A}|\bar{B})$.（1）事件 A，B 互不相容；（2）事件 A，B 有包含关系.

10. 一个盒子中装有 10 只晶体管,其中有 3 只是不合格品. 现在作不放回抽样:接连取 2 次,每次随机地取 1 只. 试求下列事件的概率:(1) 2 只都是合格品;(2) 1 只是合格品,1 只是不合格品;(3) 至少有 1 只是合格品.

11. 某商店出售晶体管,每盒装 100 只,且已知每盒混有 4 只不合格品. 商店采用“缺一赔十”的销售方式:顾客买一盒晶体管,如果随机地取 1 只发现是不合格品,商店要立刻把 10 只合格品的晶体管放在盒子中,不合格的那只晶体管不再放回. 顾客在一个盒子中随机地先后取 3 只进行测试,试求他发现全是不合格品的概率.

随机事件及其概率

——随机事件的独立性及贝努利概型

12. 设 A, B 是两个相互独立的事件,已知 $P(A)=0.3$, $P(A\cup B)=0.65$. 试求 $P(B)$.

13. 设情报员能破译一份密码的概率为 0.6. 试问,至少要使用多少名情报员才能使破译一份密码的概率大于 95%? 假定各情报员能否破译这份密码是相互独立的.

14. 把一枚硬币独立的掷两次. 事件 A_i 表示"掷第 i 次时出现正面", $i=1, 2$;事件 A_3 表示"正、反面各出现一次". 试证, A_1, A_2, A_3 两两独立,但不相互独立.

15. 有 $2n$ 个元件，每个元件的可靠度都是 p. 试求下列两个系统的可靠度. 假定每个元件是否正常工作是相互独立的.（1）每 n 个元件串联成一个子系统，再把这两个子系统并联；（2）每两个元件并联成一个子系统，再把这 n 个子系统串联.

16. 5 名篮球运动员独立地投篮，每个运动员投篮的命中率都是 80%. 他们各投一次，试求：(1) 恰有 4 次命中的概率；（2）至少有 4 次命中的概率；（3）至多有 4 次命中的概率.

17. 某厂生产的钢琴中有 70% 可以直接出厂，剩下的钢琴经调试后，其中 80% 可以出厂，20% 被定为不合格品不能出厂. 现该厂生产了 $n(\geqslant 2)$ 架钢琴，假定各架钢琴的质量是相互独立的，试求：(1) 任意一架钢琴能出厂的概率；（2）恰有两架钢琴不能出厂的概率；（3）全部钢琴都能出厂的概率.

随机事件及其概率——全概率公式和贝叶斯公式

18. 某年级有甲、乙、丙三个班级，各班人数分别占年级总人数的 1/4，1/3，5/12，已知甲、乙、丙三个班级中集邮人数分别占该班 1/2，1/4，1/5，试求：(1) 从该年级中随机地选取一个人，此人为集邮者的概率；(2) 从该年级中随机地选取一个人，发现此人为集邮者，此人属于乙班的概率.

19. 甲、乙、丙三门高炮同时独立地各向敌机发射一枚炮弹，它们命中敌机的概率都是 0.2. 飞机被击中 1 弹而坠毁的概率为 0.1，被击中 2 弹而坠毁的概率为 0.5，被击中 3 弹必定坠毁. (1) 试求飞机坠毁的概率；(2) 已知飞机坠毁，试求它在坠毁前仅命中 1 弹的概率.

20. 已知甲袋中装有 a 只红球，b 只白球；乙袋中装有 c 只红球，d 只白球. 试求下列事件的概率：(1) 合并两只口袋，从中随机地取一只球，该球是红球；(2) 随机地取一只袋，再从该袋中随机地取一只球，该球是红球；(3) 从甲袋中随机地取出一只球放入乙袋，再从乙袋中随机地取出一只球，该球是红球.

21. 一个盒子装有 6 只乒乓球，其中 4 只是新球. 第一次比赛时随机地从盒子中取出 2 只乒乓球，使用后放回盒子. 第二次比赛时又随机地从盒子中取出 2 只乒乓球. 问：(1) 试求第二次取出的球全是新球的概率；(2) 已知第二次取出的球全是新球，试求第一次比赛时取的球恰含一个新球的概率.

随机事件及其概率——思考题

1. 化简下面的式子：

(1) $AB\cup A\overline{B}$；

(2) $(\overline{A\cup B})\cap(A-\bar{B})$.

2. 某人忘记了电话号码的最后一位数字，因而随意拨号，则此人拨号不超过三次而接通所需要的电话的概率是________.

3. 在区间(0, 1)中随机抽取两个实数 x, y，记事件 $A=\{x=y\}$，事件 $B=\left\{x+y<\dfrac{5}{6}\right\}$，则 $P(A)=$________，$P(B)=$________.

4. 已知 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.4$，$P(A|\bar{B})=0.6$. 则 $P(AB)=$________，$P(A|A\cup\bar{B})=$________.

5. 设 A, B 为两个随机事件，且 $P(B|A)=1(P(A)>0)$. 则必有(　　).

(A) A 是必然事件；

(B) $P(B|\bar{A})=0$；

(C) $A\subset B$；

(D) $P(A)\leqslant P(B)$.

6. 下列命题哪一个是正确的？(　　).

(A) 若 $P(A)>P(B)>0$，则 $P(A|B)<P(B|A)$；

(B) 若 $P(A)>P(B)>0$，则 $P(A|B)\geqslant P(B|A)$；

(C) 若 $P(B)>0$，则 $P(A)\geqslant P(A|B)$；

(D) 若 $P(B)>0$，则 $P(A|B)\leqslant P(AB)$.

7. 抽查有三个孩子的家庭，设事件 A 为“男孩和女孩都有”，事件 B 为“至多一个女孩”. 假设男、女的出生率都是$\frac{1}{2}$，则 $P(A\cup B)=$________，A 与 B ________（填“是”或“不是”）相互独立，A 与 B ________（填“是”或“不是”）互不相容的.

8. 对任意两个随机事件 A，B，则下列选项中必定成立的是（　　）.

(A) 若 $AB=\varnothing$，则事件 A 和事件 B 相互独立；

(B) 若 $P(AB)=0$，则事件 A 和事件 B 互不相容；

(C) 若 $P(A)=0$，则事件 A 和事件 B 相互独立；

(D) 若 $AB\neq\varnothing$，则事件 A 和事件 B 不相互独立.

9. 已知某个国家在飞行中失联的轻型飞机中有 80%会被找到. 在这些被找到的飞机中有 60%装有紧急定位仪，而没有找到的飞机中有 90%未装紧急定位仪. 假定，该国现有一架轻型飞机失联了，问：(1) 若它有紧急定位仪，它没有被找到的概率；(2) 若它未装紧急定位仪，它会被找到的概率.

随机事件及其概率——自我练习题

1. 设 A 和 B 是任意两个概率不为零的互不相容事件，则下列结论中肯定正确的是(　　).

(A) $\bar{A}$ 和 $\bar{B}$ 互不相容；　　(B) $\bar{A}$ 和 $\bar{B}$ 不是互不相容；

(C) $P(AB)=P(A)P(B)$；　　(D) $P(A-B)=P(A)$.

2. 甲、乙两人各自独立作同种试验，已知甲、乙两人试验成功的概率分别为 0.6，0.8.

(1) 求两人中只有一人试验成功的概率；

(2) 在已知甲乙两人中至少有一人试验成功的情况下，求甲成功但乙未成功的概率.

3. 已知 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.5$，$P(B|A)=P(B|\bar{A})$.

(1) 问：A，B 是否独立？为什么？请说明理由.

(2) 求 $P(A\cup B)$，$P(A-B)$.

4. 设 A，B 为两个随机事件，$0<P(A)<1$，$0<P(B)<1$，若事件 A，B 相互独立，则$P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})$ $=$________；若事件 A 是事件 B 的对立事件，则 $P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=$________.

5. 在一个袋中有 15 个相同的乒乓球，球上分别写有 1，2，…，15. 甲、乙两人先后从袋中不放回地取出一个球.

(1) 求甲取到球上的数字是 3 的倍数的概率；

(2) 若已知甲取到的球上的数字是 3 的倍数，求乙取到的球上的数字大于甲取到的球上的数字的概率.

6. 张亮上概率论与数理统计课，在某周末的时候，他可能跟上课程也可能跟不上课程，如果某周他跟上课程，那么，他下周跟上课程的概率为 0.9；如果某周他没跟上课程，那么他下周跟上课程的概率仅为 0.3. 现在假定，在第一周上课前，他是跟上课程的. 问：(1) 经过 2 周的学习，他仍能跟上课程的概率有多大？(2) 经过 n 周的学习($n=1, 2, \cdots$)他仍能跟上课程的概率有多大？