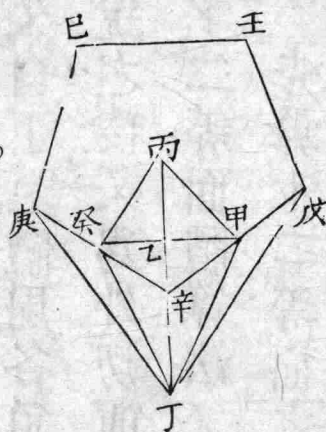


梅氏林取書輯要上槧

梅氏叢書輯要卷二十七

幾何補編三

十二等面體



戊辛庚己壬五等邊形。卽十二等面立體之一面。亦卽分體形之底。乃五面立錐形之底。丙爲平面心。丙丁爲平面心至體心之垂線。亦卽分體形之中高。又爲體內切渾圓

之半徑。亦卽爲內切二十等面之半徑。丁爲全體之中心。又

爲十二分體之上銳。卽五等面立錐形之頂。戊辛壬己等皆

各面之外周線。卽邊也。爲體之稜。亦名之爲根。自分面之心丙

作垂線至邊。如癸丙。分各邊爲兩。其分處爲癸爲甲。卽各邊折半處。

乃自癸至甲聯爲癸乙甲線。又自此線向丁心平剖之。成甲丁
癸三角形面。各分形俱如此切之。成十等邊平面形。故丁癸丁
甲皆分體形。自頂銳至各邊之斜垂線。在所切之十等邊平面
形。卽爲自丁心至平面角之線。甲癸等點。在各邊爲折中。
在切形之平面則對角。
又自丁至體周各角之線。如丁辛。丁
庚。丁戊等。在分體卽爲自底角至頂
銳之稜。又爲外切渾圓之半徑。又爲外切二十等面之半徑。

十二等面體算法

先算十二等面之面。卽戊辛
庚巳壬。

法爲全數與五十四度之切線。若甲辛與甲丙也。以甲丙乘

甲辛又五乘之。得戊辛庚巳壬五角面積。甲丙辛角爲五等邊
之半角三十六度其

餘角甲辛丙。
必五十四度。

次算面上大橫線。卽甲癸。

又全數與三十六度之正弦。若甲丙與甲乙也。倍甲乙得甲癸。
次算中高線。丙丁。

法爲全數與七十二度之割線。若甲乙與甲丁也。因平切十等

度半之爲十八度其餘角七十二度卽乙甲丁角。

乃以甲丁爲弦。甲丙爲句。兩幂相減。開方得股。卽丙丁也。

次算分體之積。

法以中高丙丁乘戊辛庚己壬底。得數三分而取其一。爲分體之積。

末算全體總積。

置分體積以十二乘之。卽得總積。

設十二等面體之邊一百

依法求得全體總積七百六十八萬二千二百一十五

八四七〇

求外切內容之立方及外切之立圓法

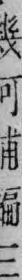
置十二等面邊爲理分中末線之小分。求其大分爲內容立方邊。

置十二等面邊爲理分中末線之小分。求其全分爲外切立方邊。

置內容立方邊自乘而三之。開方得外切立圓全徑。
求外切內容諸數

十二等面體分形 用理分中末線

辛戌亥五等邊形爲十二等面之一。寅卯點爲邊折半處。



癸三角形與卯中寅相似。

若取乙丙切線如乙癸之度。則丙已必同亥癸邊。即七十二度通弦。乙

癸折半於甲。則甲乙為十八度正。弦再於寅卯線取子壬如乙

甲。取壬午如乙已半徑。引已子至午中。末乃自卯作線至中與

壬午平行。因得寅中與卯中等。則寅中卯即為橫切之半面。

一率 全數 一〇〇〇〇〇

二率 二十六度割線 一二三六〇七

三率 子寅 一十五 四五〇八

四率 丑寅半邊 一十九〇九八三

倍丑寅得丑戌三十八 六一九

論曰凡十二等面。從其半邊之點。如寅如卯聯為線。以剖至體之心。



中則所剖成寅中卯三角形平面必爲全圈十之一卽寅中卯
角必三十六度。而中寅或中卯兩弦與寅卯底若理分中末之
全分與其大分矣。

又十二等面在立方形內必以卯中

或寅中

自心至邊之線當立

方之半徑。是立方半徑與十二等面之寅卯線亦若理分中末
之全分與其大分也。

若設立方半徑一百則寅卯必六十一

八〇三
三九八

如理分中末之

大分也。今設立方全徑一百其半徑五十則寅卯亦必三十〇

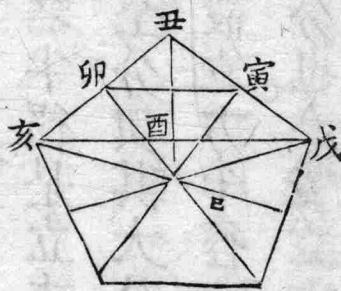
九〇一
六九九如大分之半矣。

寅卯二點既在丑戌丑亥兩邊之折半則戌亥大橫線必倍大

於寅卯而與理分中末大分之全相應爲六十一

八〇三
三九八

此皆設立方半徑五十之數也。而半徑五十其全徑必一百。故知設徑一百。則十二等面之大橫線必六十一。八〇三而竟同。三九八理分中末大分之數也。既得此大橫線。則諸線可以互知。



試先求邊

法爲酉戌。半大與丑戌等邊。若全數與三十六度之割線也。

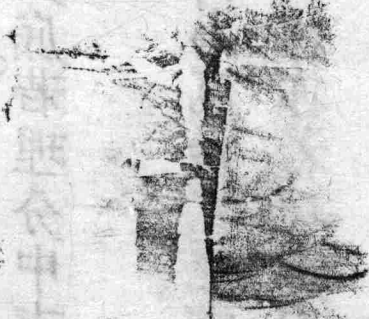
一率 全數

一〇〇〇〇〇

二率 三十六度割線 一二三六〇七

三率 酉戌半大橫線 三十〇。九〇一

四率 丑戌全邊 三十八。六一九



論曰五等邊各自其角作線至心分形爲五則各得七十二度

角。如丑巳戌等其巳角皆七十二度。其半必三十六度。如寅巳丑之巳角得戌巳丑之半正三十六度。

而丑戌酉與丑巳寅皆句股形又同用丑角則戌角與巳角等

爲三十六度。

十二等面求積

設邊即丑亥丑戌等。三十八六一九六六。中垂線卯巳二十六二八六五。

一面之平冪二千五百一十。一三七〇。

分體立錐之中高巳中四十二四三二五。即內容渾圓半徑。

分積三萬五千四百九十五八四七三。其形爲五面立錐其體積

爲十二之一。

全積四十二萬五千九百五十。一六七六。

外切立方根一百。其積一百萬。

外切渾圓徑一百。七〇四。

內容立方根六十一。八〇三。

三九八。

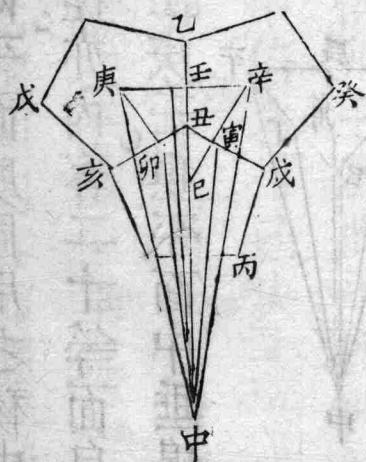
外切立方與體內容立方徑之比例。若理分中末之全分與其大分。

又若外切立方之外。又切十二等面體。體外又切大立方。則大立方之徑。與今所算外切立方徑。亦若理分中末之全分與其大分。而外切之十二等面。與其內十二等面徑。亦必若理分中末之全分與其大分也。

孔林宗云。外立方與內立方之徑。爲理分線全分與大分之比例是矣。若內立方又容立圓。則小立圓之徑與小立方之

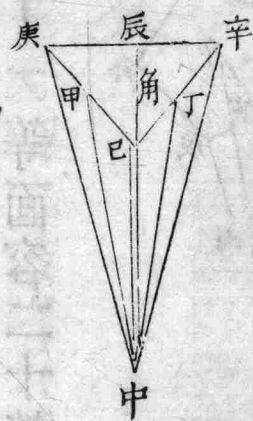
徑同而外渾圓與外立方之徑不同。似未可以前比例齊之。若十二等面外切大立方。大立方之外又切大立圓。大立圓外又切十二等面。則大立圓與內容小立圓亦必若理。分中末之全分與其大分。而外切十二等面與十二等面亦必若理。分中末之全分與其大分。何則皆外切立方與內容立方之比例也。十二等面容二十等面圖

第一圖



割十二等面之三平面一尖成此形。癸丑丙丑戊丑之五等邊平面皆十二等面之一。已庚辛各為其中心一點。丑為三平面稜所聚之尖。亥丑戊丑乙丑俱平面邊各為

兩平面所同用之稜。中爲體心。己中。辛中。庚中。皆內切渾圓半徑。亦內容二十等面自尖至體心半徑。己卯。庚卯。己寅。辛寅。辛壬。庚壬。俱平面中垂線。寅卯。壬皆平面邊折半之點。

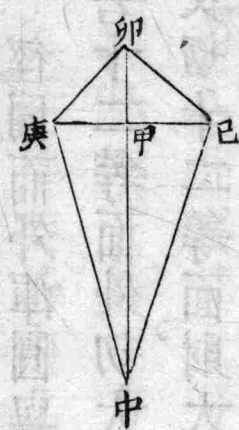


第二圖

內容二十等面體。各自其邊剖至心。成此分體。爲內容體二十分之一。辛庚己

三角尖。卽十二等面之中心原點。此點以外。俱剖而得。甲點與卯點。同在卯中線。而甲在卯下。丁在寅下。辰在壬下。俱同。

第三圖



自卯點起。依卯己卯庚二線。剖至體心中。成此平面形。卯卽原邊折半處。卯中

卽原體外切立方之半徑。中卽體心。已庚卽原兩平面之中心點。今聯爲已庚線。卽內容二十等面之一邊。已中庚卽內切二十等面分體之立面。乃三角錐體之一面。甲中爲內切二十等面分體之斜垂線。觀第二圖可明。第二圖角點居剖內三角之中心。正對原體之丑尖。而在其下。故角中爲內容分體之正高。而甲中爲斜垂線也。

今求已庚線

卽內容二十等面之邊

法於卯中

外切立方半徑

內求甲中以相減。

得卯甲爲股。用與卯已弦

原體之面上中垂線

兩冪相減。開方得句爲已

甲。倍之得已庚。

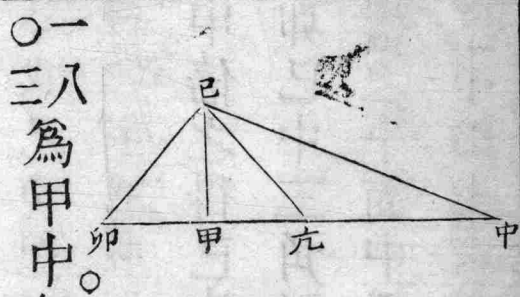
卯已中三角形。卯中卽外切立方半徑。設五十爲底。卯已卽原

體之平面中垂線二十六

二八六五

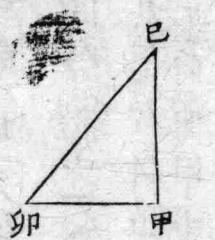
已中卽內容渾圓半徑。亦卽內容二十等面分體之斜稜四十

二五三
二二五



一三八為甲中。即內容二十等面分體之斜垂線。

以卯巳已中兩弦相減為較。相并為總。以總乘較為實。卯中底五十為法。除之得亢中二十二。三六以減卯中餘二十七。六三為亢卯折半得。一十三。八一為卯甲。以卯甲減卯中餘三十六。



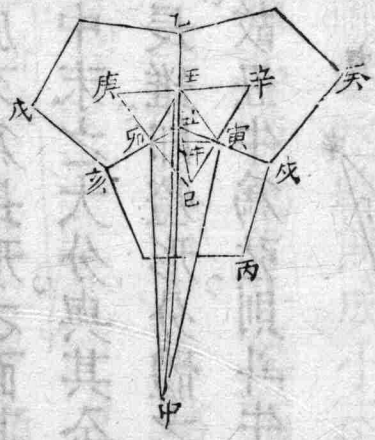
卯巳自乘得六百九十。九八為弦冪。卯甲自乘得一百九十。九一為股冪。相減餘四百九十九。九九為句冪。開方得巳甲二十二。五六倍之得巳五九。

庚四十四。一。即為內容二十等面邊。

此法甚確。亦且甚捷。無可疑者。偶於枕上。又思得一法。借燈體。

分形之三角錐以求十二等面。內容二十等面。分體之三角錐。是以錐體相截而知其所截之邊。即為內容二十等面之邊。

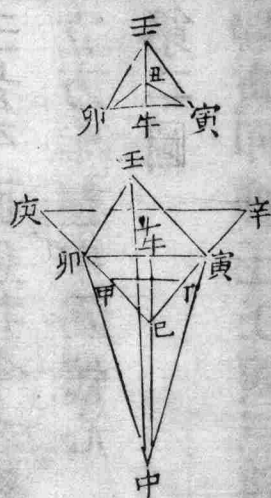
第一圖



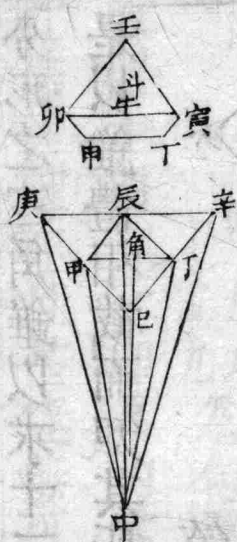
丑為三平面所聚之尖。丑戌。丑亥。丑乙。皆兩平面同用之稜。已庚辛皆五等邊平面之心。已寅。已卯等皆平面心至邊垂線。已牛丑為平面心對角線。寅卯壬皆平面邊折半之點。寅中卯中壬中為體心至邊線。即外切立方半徑中為體心。

第二圖

聯寅卯卯壬壬寅三線為平三角面。橫剖之又各依寅中卯中。



壬中線剖至體心中。則成三角錐體二
 其一爲丑寅卯壬體。是三角錐而稍扁
 者也。其一爲寅卯壬中體。是三角錐而
 稍長者也。其寅卯壬三角平面爲扁形
 之底。又爲長形之面。其寅卯等線與寅中卯中之比例。皆若理
 分中末之大分。與其全分也。其扁形錐既剖而去。則成圓燈。所
 存長錐。卽燈形分體之一。平面心之點爲斗。在丑尖下。與牛點
 平。故丑牛爲弦。則斗牛如句。而丑斗之距如股也。



第三圖

又於圓燈分體。剖去辰甲丁之一截。則成甲丁辰中三角錐。乃十二等面。