

高等工程數學

習題及複習題詳解

1988年第六版

上 冊

E·克雷塞格 原著

駱效宗 譯著

曉園出版社

世界圖書出版公司

高等工程數學

習題及複習題詳解

1988年第六版

中 冊

E·克雷塞格 原著
駱效宗 譯著

曉園出版社
世界圖書出版公司

高等工程數學

習題及複習題詳解

1988年第六版

下 冊

E·克雷塞格 原著
駱效宗 譯著

曉園出版社
世界圖書出版公司

高等工程数学习题及复习题详解(第6版)(上册)

E. 克雷塞格 原著

骆效宗 译著

✱

晓园出版社出版社

世界图书出版公司北京公司重印

北京朝阳门内大街 137 号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

✱

1994 年 4 月第 一 版 开本: 711×1245 1/24

1994 年 4 月第一次印刷 印张: 30.5

印数: 0001-800 字数: 52.2 万字

ISBN 7-5062-1749-X/O · 104

定价: 34.50 元 (W_{9311/4})

世界图书出版公司通过中华版权代理公司向台湾晓园出版社购得重印权

限国内发行

高等工程数学习题及复习题详解(第6版)(中册)

E. 克雷塞格 原著

骆效宗 译著

*

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京公司重印

北京朝阳门内大街 137 号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1994 年 4 月第 一 版 开本: 711×1245 1/24

1994 年 4 月第一次印刷 印张: 37.5

印数: 0001-800 字数: 67.5 万字

ISBN 7-5062-1750-3/O·105

定价: 41.90 元 (W_{9311/5})

世界图书出版公司通过中华版权代理公司向台湾晓园出版社购得重印权
限国内发行

高等工程数学习题及复习题详解(第6版)(下册)

E. 克雷塞格 原著

骆效宗 译著

*

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京公司重印

北京朝阳门内大街 137 号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经销

*

1994 年 4 月第 一 版 开本: 711×1245 1/24

1994 年 4 月第一次印刷 印张: 39.5

印数: 0001-800 字数: 71.1 万字

ISBN 7-5062-1751-1/O·106

定价: 43.50 元 (W_{9311/6})

世界图书出版公司通过中华版权代理有限公司向台湾晓园出版社购得重印权

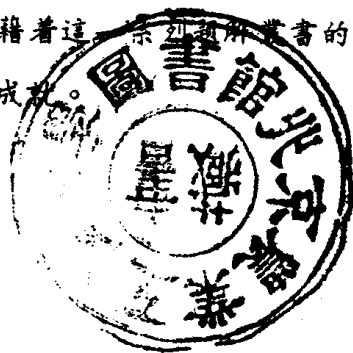
限国内发行

前 言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，晚園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。晚園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。



389201

Kreyszig 高等工程數學詳解

(上册目錄)

第一章 一階常微分方程式 1

1. 一階微分方程式 1 / 2. 可分離微分方程式 12 / 3. 模式化：可分離方程式 20 / 4. 可簡化為分離變數型式的方程式 32 / 5. 恰當型微分方程式 47 / 5. 積分因子 64 / 7. 一階線性微分方程式 80 / 8. 模式化：電路 102 / 9. 曲線族：正交軌線 122 / 10. 近似解：方向場，疊代法 138 / 11. 解之存在與唯一性 152 / 複習題 162

第二章 線性微分方程式 183

1. 齊次二階方程式 183 / 2. 二階齊次常微分方程式 194 / 3. 通解、基本解、初值問題 200 / 4. 特徵方程式的實根、複根及重根 214 / 5. 微分算子 226 / 6. 模式化：自由振動 234 / 7. 尤拉-柯西方程式 253 / 8. 解的存在與唯一性 261 / 9. 任意階線性常係數方程式 267 / 10. n 階常係數微分方程式 281 / 11. 非齊次方程式 288 / 12. 非齊次方程式：以未定係數法求解 296 / 13. 模式化：強迫振動、共振 308 / 14. 電路之模式化 319 / 15. 複數法求特解 335 / 16. 非齊次方程式：利用參數變化法求解 338 / 複習題 349

第三章 微分方程組、相位平面、穩定性 371

1. 微分方程組 371 / 2. 相平面 386 / 3. 臨界點、穩定性 396 / 複習題 408

第四章 微分方程式之冪級數解法，正交函數 421

1. 冪級數法 421 / 2. 冪級數法理論 427 / 3. Legendre's 方程式；Legendre's 多項式 442 / 4. 冪級數法之推廣。指示方程式 458 / 5. Bessel's 方程式。第一類 Bessel 函數 492 / 6. 第二類 Bessel 函數 508 / 7. 函數之正交集 521 / 8. Sturm-Liouville 問題 537 / 9. $P_n(x)$ 及 $J_n(x)$ 之正交性 547 / 複習題 572

第五章 拉卜拉氏變換 591

1. Laplace 變換、反變換；線性 591 / 2. 微分、積分之 Laplace 變換 605 / 3. s 軸及 t 軸上之平移；單位階梯函數 621 / 4. 進一步應用。 δ 函數 642 / 5. 變換後函數之微分與積分 650 / 6. 褶積。積分方程式 655 / 7. 部分分式。(聯立)微分方程組 671 / 8. 週期函數。進一步應用 683 / 複習題 710

Kreyszig 高等工程數學詳解

(中冊目錄)

第六章 向 量 729

2. 向量分量 729 / 3. 向量加法。純量之積 738 / 4. 向量空間
742 / 5. 內積(點積) 763 / 8. 向量叉積之分量 773 /
9. 純量三重積。其他多重積 787 / 複習題 797

第七章 矩陣與行列式 811

2. 矩陣的加法, 矩陣的純量積 814 / 3. 矩陣的乘法 824 / 4. 轉
置矩陣 836 / 5. 線性聯立方程 846 / 6. 矩陣的
秩數 856 / 8. 反矩陣 863 / 9. 三階及四階行列式 875 /
10. 高階行列式 879 / 11. 行列式法則, Cramer's Rule 884
/ 12. 特徵值, 特徵向量 901 / 13. 厄米特, 反厄米特矩陣及單位矩
陣 918 / 14. 厄米特, 反厄米特矩陣之特徵值 929 / 15. 特徵
向量的性質, 對角化 939 / 16. 聯立微分方程式 960 / 複習題 975

第八章 向量微分, 向量場 1003

1. 純量場與向量場 1003 / 2. 向量微積分 1014 / 3. 曲線 1023
/ 4. 切線弧長 1029 / 5. 速度與加速度 1039 / 6. 曲線的曲率與
扭率 1043 / 7. 多變數函數的連鎖法則與均值定理 1052 / 8. 方向
導數, 純量場的梯度 1060 / 9. 向量場之散度 1072 / 10. 向量場
之旋度 1079 / 複習題 1087

第九章 線與面積分、積分定理 1103

1. 線積分 1103 / 2. 雙重積分 1114 / 3. 平面之格林定理 1136
/ 4. 曲面上的面積分 1153 / 5. 面積分 1166 / 6. 三重積分、高
斯散度定理 1192 / 7. 散度定理更進一步的應用 1205 / 8. 司托
克士定理 1209 / 複習題 1236

第十章 傅立葉級數和積分 1259

- 1.週期函數與三角函數 1259 / 2.傅立葉級數 1275 / 3.任意週期 $P=2L$ 的函數 1302 / 4.奇函數與偶函數 1329 / 5.半幅展開式 1351 / 6.不用積分求傅立葉級數(跳躍法) 1375 / 7.強迫振動 1389 / 8.近似三角多項式,平方誤差 1404 / 9.傅立葉積分 1410 / 10.傅立葉餘弦轉換,傅立葉正弦轉換 1424 / 11.傅立葉轉換 1430 / 複習題 1436

第十一章 偏微分方程 1479

- 1.基本概念 1479 / 3.分離變數法(乘積法) 1491 / 4.波動方程式之達朗白解法 1501 / 5.熱流 1517 / 6.在無限長之桿內的熱流 1532 / 8.長方形薄膜 1542 / 9.以極座標所表之拉普拉斯運算 1555 / 10.圓形薄膜,貝色方程式 1570 / 11.拉普拉斯方程式;位勢論 1580 / 12.球面座標中之拉式方程式,勒壤得方程式 1586 / 13.應用於偏微分方程式之拉氏變換法 1597 / 複習題 1602

Kreyszig 高等工程數學詳解

(下冊目錄)

第十二章 複數，複解析函數 1623

1. 複數 1623 / 2. 複數之極式、冪次及根 1627 / 3. 複平面上之曲線及區域 1640 / 4. 極限、導數、解析函數 1643 / 5. 柯西-里曼方程式 1652 / 6. 指數函數 1663 / 7. 三角函數，雙曲函數 1669 / 8. 對數、一般冪次 1680 / 9. 藉特殊函數映射 1690 / 複習題 1696

第十三章 複積分 1709

2. 兩種積分方法·實例 1726 / 3. 柯西積分定理 1726 / 4. 定積分的存在性 1735 / 5. 柯西積分公式 1737 / 6. 解析函數的導數 1743 / 複習題 1750

第十四章 冪級數、泰勒級數、洛丹級數 1759

1. 數列與級數 1759 / 2. 級數的收斂檢定 1762 / 3. 冪級數 1768 / 4. 用冪級數 1785 / 7. 求冪級數 18 / 9. 洛丹級數 1842
5. 基本函數的泰勒級數 1811 / 8. 一致收斂 1832 / 複習題 1842



389203

第十五章 餘數法解積分 1855

1. 餘數 1855 / 2. 餘數定理 1864 / 3. 實積分的求值 1874 / 4. 實積分的進一步型式 1890 / 複習題 1907

第十六章 保角映射 1923

1. 保角映射 1923 / 2. 線性分式變換 1926 / 3. 特殊的線性分式變換 1931 / 4. 其他函數之映射 1939 / 5. 里曼曲面 1944 / 複習題 1948

第十七章 複數分析在位勢論之應用 1961

1. 靜電場 1961 / 2. 保角映像之使用 1967 / 3. 熱的問題 1972 / 4. 流體流動 1981 / 5. 帕松積分公式 1988 / 6. 諧和函數之一般特性 1999 / 複習題 2002

第十八章 數值分析 2011

1. 簡介 2011 / 2. 用迭代法解方程式 2017 / 3. 內插法 2029 / 4. 曲線規 2039 / 5. 數值積分法與微分法 2051 / 6. 漸近展開式 2061 / 複習題 2069

第十九章 線性代數的數學分析法 2087

1. 線性方程組：高斯消去法 2087 / 2. 線性方程組：LU-分解，反矩陣 2099 / 3. 線性方程組：利用迭代法求解 2113 / 4. 線性方程組，惡劣條件，模 2129 / 5. 最小平方方法 2137 / 7. 矩陣固有值之有關課題 2144 / 8. 以迭代法（乘冪法）決定固有值 2151 / 9. 矩陣的降階 2163 / Householder 三重對角化與QR-因子分解 2171 / 複習題 2180

第二十章 微分方程式之數值計算法 2199

1. 解一階微分方程式的方法 2199 / 2. 多階法 2211 / 3. 解二階微分方程式的方法 2222 / 4. 解橢圓型偏微分方程式的方法 2230 / 5. NEUMANN 與混合問題。不規則邊界 2243 / 6. 解拋物線型方程式的方法 2251 / 7. 解雙曲線型方程式的方法 2259 / 複習題 2267

第二十一章 無限制之最佳化、線性規畫 2293

1. 基本概念，無限制之最佳化 2293 / 2. 線性規畫 2297 / 3. 單一方法 2306 / 4. 單一方法：退化，啓始的困難 2315 / 複習題 2325

第二十二章 圖形和組合最佳化 2339

1. 圖和有向圖 2339 / 2. 最短路徑問題複雜度 2349 / 3. 貝爾

門最佳法定理Dijkstra's 演算法 2356 / 4.最短的擴展樹 (sanning tree) Kruskal's 貪婪演算法 2360 / 5. Prim's 演算法, 求最短之擴展樹 2366 / 6.網路、流量增加路徑 2371 / 7. Ford-Fulkerson 演算法求最大流量 2377 / 8.二分匹配 2383 2383 / 複習題 2395

第二十三章 機率定理 2411

1.隨機實驗、輸出、事件 2411 / 2.機率概念 2414 / 3.排列組合 2417 / 4.隨機變數, 離散與連續分佈 2422 / 5.分布之均值和方差 2431 / 6.二項帕松與超幾何分布 2438 / 7.自然分布 2444 / 8.多隨機變數之分布 2449 / 複習題 2456

第二十四章 數理統計 2469

2.隨機取樣, 隨機數 2469 / 3.樣本的處理 2471 / 4.樣本的均值、方差 2484 / 5.參數之估計 2490 / 6.信賴區間 2495 7.假設決定之測試 2501 / 8.品質控制 2510 / 9.可行樣本 2516 / 10.適合之優點, χ^2 -檢定 2522 / 11.非母數測試 2528 / 12.測量對, 最適直線 2532 / 複習題 2539

第一章 一階常微分方程式

1.1 節 一階微分方程式

指示出下列微分方程式的階數，且證明所給予的函數即為其解。

1. $y' + 8y = 0, y = ce^{-8x}$

解 一階微分方程式

$$\because y' = -8ce^{-8x}$$

$$\therefore y' + 8y = -8ce^{-8x} + 8(ce^{-8x}) = 0$$

故為其解。

2. $y'' = e^x, y = e^x + ax + b$

解 二階微分方程式

$$\because y' = e^x + a$$

$$y'' = e^x$$

$$\therefore y'' = e^x$$

故為其解。

3. $y'' + 16y = 0, y = A \cos 4x + B \sin 4x$

解 二階微分方程式

$$\because y' = -4A \sin 4x + 4B \cos 4x$$

$$y'' = -16A \cos 4x - 16B \sin 4x$$

$$\begin{aligned} \therefore y'' + 16y &= -16A \cos 4x - 16B \sin 4x \\ &\quad + 16(A \cos 4x + B \sin 4x) \\ &= 0 \end{aligned}$$

故為其解。

4. $y' - y \cot x = 0, y = c \sin x$

解 一階微分方程式

$$\because y' = c \cos x$$

$$\begin{aligned} \therefore y' - y \cot x &= c \cos x - c \sin x \cot x \\ &= c \cos x - c \cos x \\ &= 0 \end{aligned}$$

故為其解。

5. $y'' + 4y' + 5y = 0, y = e^{-2x} (A \cos x + B \sin x)$

解 二階微分方程式

$$\begin{aligned} \because y' &= e^{-2x} (-A \sin x + B \cos x) - 2e^{-2x} (A \cos x + B \sin x) \\ &= e^{-2x} [(-A - 2B) \sin x + (B - 2A) \cos x] \end{aligned}$$

2 高等工程數學詳解

$$\begin{aligned}
 y'' &= e^{-2x} [(-A-2B) \cos x - (B-2A) \sin x] \\
 &\quad - 2e^{-2x} [(-A-2B) \sin x + (B-2A) \cos x] \\
 &= e^{-2x} [(4A+3B) \sin x + (3A-4B) \cos x] \\
 \therefore y'' + 4y' + 5y &= e^{-2x} [(4A+3B) \sin x + (3A-4B) \cos x] \\
 &\quad + 4e^{-2x} [(-A-2B) \sin x + (B-2A) \cos x] \\
 &\quad + 5e^{-2x} (A \cos x + B \sin x) \\
 &= e^{-2x} [(4A+3B-4A-8B+5B) \sin x \\
 &\quad + (3A-4B+4B-8A+5A) \cos x] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

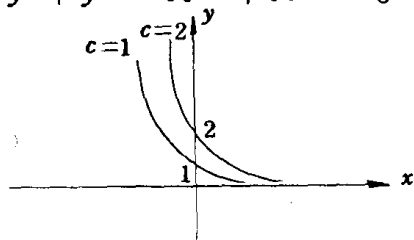
故為其解。

證明下列所給的函數是其對應的方程式之解，並選定一些常數 c ，繪出各函數所表示的圖形。

6. $y' + y = 0$, $y = ce^{-x}$

解 $y' = -ce^{-x}$

$\therefore y' + y = -ce^{-x} + ce^{-x} = 0$



7. $y' = -\frac{x}{y}$, $x^2 + y^2 = c$

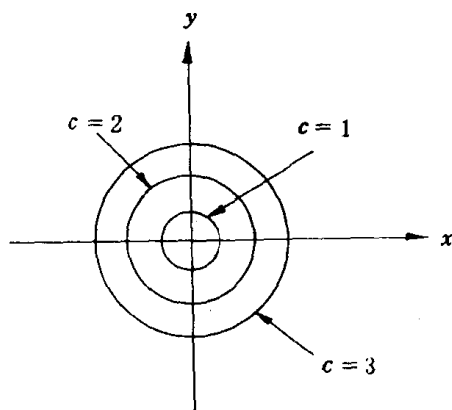
解 $y = \pm \sqrt{c - x^2}$

$y' = \frac{\mp x}{\sqrt{c - x^2}}$

$\therefore yy' = \pm \sqrt{c - x^2} \left(\frac{\mp x}{\sqrt{c - x^2}} \right)$

$= -x$

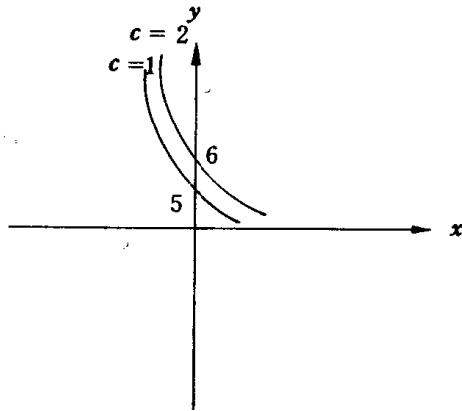
$y' = -\frac{x}{y}$



8. $y' + y = 5$, $y = ce^{-x} + 5$

解 $y' = -ce^{-x}$

$\therefore y' + y = -ce^{-x} + ce^{-x} + 5 = 5$



9. $y'^2 = 4y$, $y = 0$, $y = (x+c)^2$

解

① $y = 0$

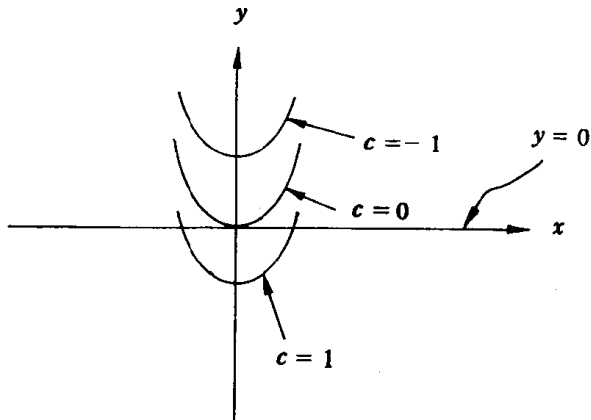
$\therefore y' = 0$

$\therefore y'^2 = 0 = 4y$

② $y = (x+c)^2$

$\therefore y' = 2(x+c)$

$\therefore y'^2 = [2(x+c)]^2 = 4(x+c)^2 = 4y$



求下列微分方程式之解

10. $y' = x^3$

解 $y' = \frac{dy}{dx} = x^3$

$dy = x^3 dx$

兩邊積分得

$\int dy = \int x^3 dx \quad \therefore y = \frac{1}{4}x^4 + c$

c 為常數

4 高等工程數學詳解

11. $y' = e^{-x/2}$

解 $y' = \frac{dy}{dx} = e^{-x/2}$, $dy = e^{-x/2} dx$

兩邊積分得

$$\int dy = \int e^{-x/2} dx \quad \therefore y = -2e^{-x/2} + c$$

c 為常數

12. $y' = \cos 3x$

解 $y' = \frac{dy}{dx} = \cos 3x$, $dy = \cos 3x dx$

兩邊積分得

$$\int dy = \int \cos 3x dx \quad \therefore y = \frac{1}{3} \sin 3x + c$$

c 為常數

13. $y'' = \sin 2x$

解 $y'' = \frac{d^2 y}{dx^2} = \sin 2x$

$$y' = \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2} \cos 2x + c_1$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4} \sin 2x + c_1 x + c_2$$

c_1, c_2 為常數。

在以下四題中，試求出一個僅含 y 與 y' 的一階微分方程式，使所給的函數為其解。

14. $y = e^{-2x}$

解 $y' = -2e^{-2x}$

$$\therefore y' \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = e^{-2x} = y \quad \therefore -\frac{1}{2} y' = y$$

因此 $y' + 2y = 0$ 為所需方程式

15. $y = \cos x$

解 $y' = -\sin x$

$$\therefore y' \cdot \cot x = -\cos x = -y$$

因此 $y' \cdot \cot x + y = 0$ 為所需方程式

16. $y = e^{-x^2}$

解 $y' = -2xe^{-x^2}$