

中国宇航学会
中国力学学会
中国航空学会

第六届全国复合材料 会议论文集



DILIUJIE QUANGUO FUHECAILIAO
HUIYI LUNWENJI

目 录

复合材料力学研究

夹芯结构“海鸥型”弯曲特征分析	全尧 郑世藏	(1)
纤维束冲击拉伸强度的统计分析	董立民 夏源明 杨报昌	(7)
复合材料单向层板挤压强化后的残余应力	王朝菊	(11)
PES—c/PBMI 半互穿聚合物网络(SIPN)体系研究——动态力学行为和抗溶剂性	苏浩志 曾汉民	(16)
含有流动液体的复合材料管道的振动	闻立洲	(22)
复合材料力学性能的复合效应、混杂效应与混合定律	王震鸣	(24)
弹脆性损伤本构关系及在复合材料中的应用	沈为 彭立华	(27)
复合材料层板在应变疲劳下的分层扩展	郭亚军 邵毓俊 范棠	(32)
粘弹性层合梁中弯曲波的弥散与衰减	张继栋 吕文涛	(35)
复合材料的逐步随机破坏理论	胡云涛 赵稼祥 张瑞珠	(39)
复合材料层合板的二次失稳和破坏研究	朱菊芬 汪海 成万植	(42)
材料非线性对复合材料层合板热自由边界效应的影响	息志臣 陈浩然	(47)
云纹干涉法用于复合材料带孔板应变集中研究	蔺书田 韦朴 程前华	(53)
复合材料层板冲击损伤特性与剩余压缩强度	柴兴国 郭亚军	(56)
复合材料疲劳损伤模型评述	杨乃宾 张明霞	(59)
复合材料风机叶片振动特性的研究	夏定海 赵清望 周国兴 陈余岳	(63)
含孔层合板考虑边界效应的拉伸强度分析	李顺林 熊中侃	(67)
玻璃钢(GRP)模型桥试验分析	冯广占 龚志钰	(72)
短纤维复合材料的刚度特性的理论预报——有限元随机能量法	陈浩然 张占平	(79)
正交各向异性板平面剪切型裂纹应力强度因子的复变——变分解法	崔德渝 张行	(83)
筒形弯曲和球壳弯曲的一个新的高阶理论解	范业立 曾加雄	(90)
两端自由的叠层壳体在热载荷或径向压力作用下的层间应力	王熙 李思简	(94)
用 Weibull 模数表征碳纤维的力学性能	贺福 梁涛 王润斌	(100)
蜂窝结构的面内剪切模量	王颖坚	(105)
复合材料齿轮模压成形的力学问题研究	张恒 常华锋 梁勃涛	(108)
初扭转剖面空心薄壁层合曲梁单元	韩耀新 王寿梅	(112)
层板脱层屈曲	谢昱 谢志成	(118)
多层复合材料厚板的高阶振动分析	傅晓华 王震鸣	(123)

低速冲击下复合材料层板的理论分析和实验研究	郑传超 张开达	(127)
软化带提高受剪结构损伤容限能力的研究	张超 陶梅贞 张元明	(131)
层间应力对复合材料层板破坏的影响	毛天祥	(134)
复合材料机翼的数值优化结构剪裁	丁惠梁 孙侠生	(137)
纤维缠绕复合材料及混杂复合材料的刚度退化及最大强度的非线性分析	谭剑波 林德春	(140)
层合薄壁结构的双目标优化	王群 沈大英 顾德淦	(143)
复合材料夹层板稳定性分析	唐俊 王学林	(146)
层合板在压剪载荷下屈曲分析的三角有限差分法	封明 张志民 王俊奎	(151)
民机复合材料结构的损伤容限研究	钟至人 张斌儒	(156)
复合材料层合板子单元法分析	单辉祖 杨乃文	(159)
对称正交铺层复合材料层板分层(剥离)问题解析——广义变分法	孟庆春 张行	(164)
基于相对可靠度的飞机复合材料安全系数的研究	朱土龙 郑锦榕	(168)
Winkler—Pasternak 地基上四边固支层合板的振动	邓梁波	(170)
复合材料层合结构非线性稳定性计算的有限元法实现	温立玲 陈浩然 关毅	(175)
复合材料双孔应力集中研究	谢鸣九 施丽中	(179)
界面对复合材料动态力学性能的影响	李建新 朱敬 杜灵玄 刘平	(181)
复合材料层板脱层的准三维有限元分析	杜善义 闫相桥 陈红光	(185)
复合材料由于基体损伤而引起的刚度下降	贺鹏飞 嵇醒	(189)
受三点弯曲的复合材料梁的“损伤—破坏”的统一模型研究	薛元德 陈心爽 陶建新	(191)
复合材料层板机械连接强度估算	黎强 刘方龙	(195)
“U 形帽子”用于抑制复合材料层板自由边分层的研究	朴春雨 赵沛霖 沈观清 郇正能 寇长河	(198)
复合材料夹层板弯曲的一般理论及其应用	刘方龙 程华	(201)
中间层模量对复合材料冲击性能影响的初步研究	周志强 孙康 陈荣 吴人洁	(204)
复合材料叠层板耦合前屈曲二级线性理论	范赋群 张元亿	(207)
拉弯耦合对复合材料叠层板稳定问题的影响	黄小清	(210)
具有垂直割口和基体损伤的单向复合材料拉伸应力分析和统计破坏分析	曾庆敦 范赋群	(213)
一类混杂复合材料轴管扭转性能研究	叶建荣 洪善挑 薛元德	(217)

论文摘要

国外复合材料产业的发展现状及趋势·····	傅明耀	(222)
自固化性酚醛树脂的结构特征及其固化过程的研究·····	陈平 刘立柱 费敬明	(222)
热历史对聚苯硫醚熔融行为的影响·····	色筱梅 张随山 许砚琦 宋文辉 张保平	(222)
SiC 晶须表面涂复 Al_2O_3 的 Sol-gel 工艺及机理 ····	张宗涛 黄勇 胡晓清 江作昭	(223)
复合材料弹翼研制与生产·····	张兴益 代祖迁 王红	(223)
微机控制缠绕90°弯管的 CAD ·····	李先立 刘华	(223)
玻璃纤维织物/聚苯硫醚粉叠层模塑工艺与性能 ·····	王玉琦	(224)
船用高强玻璃纤维增强复合材料研究试验·····	关淑英	(224)
复合材料羽毛球拍杆的研制 ·····	过松如 崔玉桐	(224)
Kevlar/尼龙三维复合材料的制备 ·····	何春霞	(225)
先进复合材料切割加工工艺方法研究·····	沃西源	(225)
酚酞型聚芳醚砜导电复合材料性能影响因素的研究·····	章明秋 曾汉民 蔡清华	(225)
硬壳式结构在玻璃钢猎扫雷艇中的应用·····	曹明法	(225)
非对称纤维增强层合板热变形研究·····	党嘉立	(226)
复合材料回转板壳有限元分析及复合材料端盖的初步计算·····	王海荣	(226)
Reddy 型高阶位移模式的弹性转动约束复合材料层合板 ·····	杨加明	(226)
压力铸造 C/Al 及 Gr/Al 复合材料的界面反应 ·····	隋全武 郭树启 唐风军	(227)
碳—铝复合材料偏轴拉伸和强度准则 ·····	杨宏志 金城	(227)
Al_2O_3 /Al 复合材料的热磨损 ·····	王成福 应美芳 颜士钦	(227)
SiC 纤维增强铝 L 形角材的工艺研究 ·····	卓钺 杨德明 尹新方	(227)
SiC 颗粒增强硬铝合金复合材料的超塑性 ·····	王燕文 魏铮 张保良	(228)
Al_2O_3 颗粒/铝合金复合材料中颗粒的分布规律及其机理分析 ·····	刘耀辉 何镇明 李庆春	(228)
陶瓷短纤维增强稀土铝硅合金复合材料界面组织结构与拉伸性能 ·····	周耀民 宋清 陈美怡 李贤淦	(228)
复合材料加筋壁板的优化设计 ·····	黄琦 丁惠梁	(229)
考虑裂纹前缘损伤的复合材料层合板优化设计·····	谢禹钧 冯广占 蒋国宾	(229)
高阶剪切变形理论下角铺设层合板的大挠度问题 ·····	刘东 欧茂材	(229)
CFRP 层板接头拉—压、挤压疲劳的损伤表征 ·····	刘达 杨炳章 郭卫国	(230)
连续玻璃纤维增强聚丙烯拉伸破坏断口分析及强度理论 ·····	宋仁义 刘雄亚	(230)
层合结构应力分析的几个基本问题 ·····	黄黔 冯伟 陈 懿	(230)
短切纤维束的强度估算·····	杨大成	(231)
加筋复合材料圆柱壳的稳定性和缺陷敏感性的研究·····	孙国钧	(231)
复合材料层压板受低速冲击后的压缩破坏机理的试验研究 ·····	陈善会 沈真	(231)
各种边界条件对称正交复合材料层板自由振动的解析法 ·····	夏传友 闻立洲	(232)
SiC _s /6061Al 复合材料挤压型材的组织特征及拉伸性能 ····	耿林 刘子平 姚忠凯	(232)

单向复合材料的平面应力状态实验及强度分析 马新政 迟之范 (232)

碳酸钙填充聚丙烯复合材料的抗冲击性能..... 徐昌华 唐坤荣 陈士娟 (233)

T300/QY8911复合材料层压板 I、II 型层间断裂韧性的试验研究
..... 陈普会 沈真 王浩 (233)

碳/环氧层合板壳缺陷影响的应变电测分析 沈观林 (233)

预测复合材料缺口强度的场强法..... 姚卫星 颜永年 俞新陆 (234)

基体的韧性对单一—及混杂纤维[O₂/±45]、及[±45/O₂]、迭层板拉伸性能的研究
..... 周希真 蔡长庚 孙曼灵 顾之明 (234)

夹芯结构“海鸥型”弯曲特征分析

金 尧 郑世瀛

(西南交通大学)

一、引言

现有夹层理论对于芯层变形,大多采用(或隐含)直法线(或平面)假定,因而其解答只适用于芯层较刚硬或翘曲并不明显的夹层结构及受力状态。但是在实际应用中,为追求较高的结构效率,往往采用弱芯层、薄面板(弱——薄型)的夹层形式。作为主要承受剪力作用的芯层,其弹性模量远较面板为低,在剪力作用下就可能产生显著的非均匀翘曲,使得应力、变形状态发生根本的变化。譬如夹层梁(具有弱——薄特征)在三点弯试验中所表现出的,不同于均质梁的反向弯曲(“海鸥形”)形状,应力分布也与现有各种夹层理论所描述的规律有着本质的差异。

为了更确切地反映夹层结构的弯曲特性,本文放弃了经典弯曲理论所引用的某些不甚确切的假设,严格按弹性力学方法,导出了满足所有边界条件及各组成部分间应力、位移连续条件的封闭解。算例和试验从不同的侧面证实了本文方法的正确性,以及其适用范围的广泛性。

二、理论推导

1. 分析模型

本文的目的在于试图客观地描述夹层结构的弯曲特性,因而讨论的问题仅限于图 1 所示的四点弯夹层梁。图 1b 为分析简图。这样的图示还可方便地代表:三点弯($L_1=0$);对称分布的均布载荷;满布均布载荷等情况。

假定面板及芯层为均质的各向同性材料,上、下面板几何对称,面板及芯层的弹性模量分别为 E_f, ν_f, E_c, ν_c 。

三层分别采用图 2 所示的局部坐标。

2. 应力

将问题作为平面问题处理,按应力求解。

通常的弹性力学给出的三角级数形式的应力函数,由于无法考虑两端边界条件,所导出的应力并不能保证端部自然边界条件得到满足,从而导致主要应力分量 σ_x 与实际应力相差甚远。

我们采用如下的函数作为各层应力函数:

$$\begin{aligned} \varphi_j = & \sum_{m=1}^{\infty} \cos \alpha_m x (A_m^1 \operatorname{ch} \alpha_m y_j + B_m^1 \operatorname{sh} \alpha_m y_j \\ & + C_m^2 y_j \operatorname{ch} \alpha_m y_j + D_m^1 y_j \operatorname{sh} \alpha_m y_j) + \frac{1}{2} A_m^2 y_j^2 + \frac{1}{b} B_m^2 y_j^3 - \frac{P}{2L} x^2 \end{aligned} \quad (1)$$

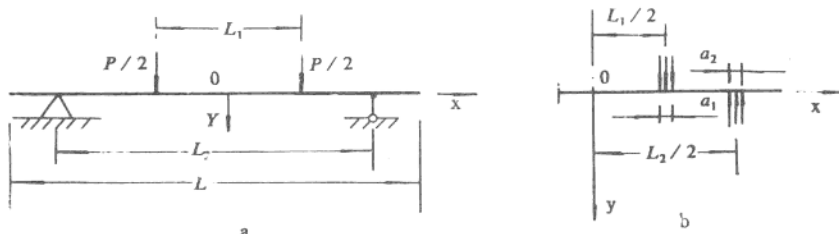


图 1

式中 $\alpha_m = 2m\pi/L$

在本文中 j 为各层标记 $j=1, 2, 3$ 分别表示上、下面板及芯层。式中代数多项式是为满足端部边界条件而设置的, A_0^j, B_0^j , 为待定系数。

对应的应力表达式为(以下简记 $\sum_{m=1}^{\infty}$ 为 $\sum$)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^j &= \sum \cos \alpha_m x [A_m^j \alpha_m^2 \operatorname{ch} \alpha_m y_j + B_m^j \alpha_m^2 \operatorname{sh} \alpha_m y_j + C_m^j \alpha_m (2 \operatorname{sh} \alpha_m y_j \\ &\quad + \alpha_m y_j \operatorname{ch} \alpha_m y_j) + D_m^j \alpha_m (2 \operatorname{ch} \alpha_m y_j + \alpha_m y_j \operatorname{sh} \alpha_m y_j)] + A_0^j + B_0^j y \\ \sigma_y^j &= \sum -\alpha_m^2 \cos \alpha_m x (A_m^j \operatorname{ch} \alpha_m y_j + B_m^j \operatorname{sh} \alpha_m y_j + C_m^j y_j \operatorname{ch} \alpha_m y_j + D_m^j y_j \operatorname{sh} \alpha_m y_j) - \frac{P}{L} \\ \tau_{xy}^j &= \sum \alpha_m \sin \alpha_m x [A_m^j \alpha_m \operatorname{sh} \alpha_m y_j + B_m^j \alpha_m \operatorname{ch} \alpha_m y_j + C_m^j (\operatorname{ch} \alpha_m y_j \\ &\quad + \alpha_m y_j \operatorname{sh} \alpha_m y_j) + D_m^j (\operatorname{sh} \alpha_m y_j + \alpha_m y_j \operatorname{ch} \alpha_m y_j)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

将上、下表面所受外力展成富氏级数

$$q_j = \frac{P}{L} + \sum P_{jm} \cos \alpha_m x \quad (j=1, 2)$$

$$\text{式中 } P_{jm} = \frac{2p}{m\pi\alpha_j} \cos\left(\frac{\alpha_m L_j}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha_m a_j}{2}\right)$$

将(2)式代入上、下边界($j=1, 2$)条件

$$(\tau_{xy}^j)_{y_j = -\delta, \frac{L}{2}} = 0 \quad (\sigma_y^j)_{y_j = -\delta, \frac{L}{2}} = -q_j$$

$$\text{其中 } \delta = \begin{cases} +1 & (j=1) \\ -1 & (j=2) \end{cases}$$

消去 A_m^j, B_m^j , 并用 $C_{1m}, C_{2m}, C_{3m}, C_{4m}$ 分别代替 $C_m^1, D_m^1, C_m^2, D_m^2$ 得上、下面板应力($j=1, 2$)

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x^j &= \sum \cos \alpha_m x \left\{ P_{jm} \operatorname{ch} \alpha_m \left(\frac{t}{2} + \delta \cdot y_j \right) + C_{(2j-1)m} \alpha_m [\beta_{jm} \operatorname{ch} \alpha_m y_j + (1 - \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha_m t}{2}) \cdot \operatorname{sh} \alpha_m y_j] \right. \\
 &\quad \left. + C_{(2j)m} \alpha_m [\eta_{jm} \operatorname{sh} \alpha_m y_j - (1 + \operatorname{ch}^2 \frac{\alpha_m t}{2}) \operatorname{ch} \alpha_m y_j] \right\} + A_0^j B_0^j y_j \\
 \sigma_y^j &= \sum \cos \alpha_m x \left[P_{jm} \operatorname{ch} \alpha_m \left(\frac{t}{2} + \delta \cdot y_j \right) + C_{(2j-1)m} \alpha_m (\beta_{jm} \operatorname{ch} \alpha_m y_j - \operatorname{ch}^2 \frac{\alpha_m t}{2} \right. \\
 &\quad \left. \cdot \operatorname{sh} \alpha_m y_j) + C_{(2j)m} \alpha_m (\eta_{jm} \operatorname{sh} \alpha_m y_j + \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha_m t}{2} \operatorname{ch} \alpha_m y_j) \right] - \frac{P}{L} \\
 \tau_{xy}^j &= \sum \sin \alpha_m x \left[\delta \cdot P_{jm} \operatorname{sh} \alpha_m \left(\frac{t}{2} + \delta \cdot y_j \right) + C_{(2j-1)m} \alpha_m (\beta_{jm} \operatorname{sh} \alpha_m y_j - \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha_m t}{2} \right. \\
 &\quad \left. \cdot \operatorname{ch} \alpha_m y_j) + C_{(2j)m} \alpha_m (\eta_{jm} \operatorname{ch} \alpha_m y_j + \operatorname{ch}^2 \frac{\alpha_m t}{2} \operatorname{sh} \alpha_m y_j) \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中

$$\left. \begin{aligned}
 \beta_{jm} &= \frac{\delta}{2} (\alpha_m t - \operatorname{sh} \alpha_m t) + \alpha_m y_j \\
 \eta_{jm} &= \frac{\delta}{2} (\alpha_m t + \operatorname{sh} \alpha_m t) + \alpha_m y_j
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

利用层间应力连续条件可以将芯层($j=3$)未知系数 A_m^3 、 B_m^3 、……用上、下面板未知系数 C_{1m} 、 C_{2m} 、 C_{3m} 、 C_{4m} 代替。

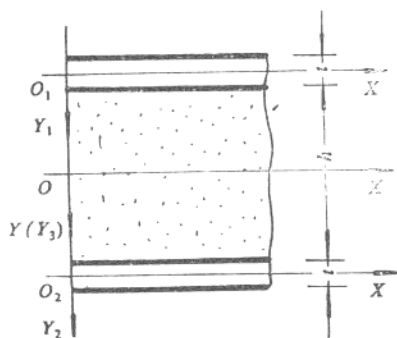


图 2

3. 位移

利用几何方程、物理方程及式(3) ($j=1, 2$), 式(2) ($j=3$), 通过积分, 并引入对称条件 $(u^j)_{x=0}=0$, 可得上、下面板位移表达式 ($j=1, 2$)

$$\left. \begin{aligned}
 u^j &= \sum \frac{\sin \alpha_m x}{\alpha_m} \cdot \frac{1 + v_f}{E_f} \{ P_{jm} \operatorname{ch} \alpha_m (\frac{t}{2} + \delta \cdot y_j) + C_{(2j-1)m} (\beta_{jm} \operatorname{ch} \alpha_m y_j \\
 &\quad \operatorname{ch}^2 \frac{\alpha_m t}{2} \operatorname{sh} \alpha_m y_j + \frac{2}{1 + v_f} \operatorname{sh} \alpha_m y_j) + C_{(2j)m} (\eta_{jm} \operatorname{sh} \alpha_m y_j + \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha_m t}{2} \operatorname{ch} \alpha_m y_j \\
 &\quad + \frac{2}{1 + v_f} \operatorname{ch} \alpha_m y_j) \} + \frac{v_f}{E_f} \cdot \frac{P}{L} x + \frac{1}{E_f} (A_0^j + B_0^j y_f^2) x \\
 v^j &= \sum - \frac{\cos \alpha_m x}{\alpha_m} \cdot \frac{1 + v_f}{E_f} \{ \delta \cdot P_{jm} \operatorname{sh} \alpha_m (\frac{t}{2} + \delta \cdot y_j) + C_{(2j-1)m} \alpha_m \operatorname{ch} \beta_{jm} \operatorname{sh} \alpha_m y_j \\
 &\quad - (1 + \operatorname{ch}^2 \frac{\alpha_m t}{2} - \frac{2v_f}{1 + v_f}) \operatorname{ch} \alpha_m y_j \} + C_{(2j)m} \alpha_m \operatorname{ch} \eta_{jm} \operatorname{ch} \alpha_m y_j - (1 - \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha_m t}{2} \\
 &\quad - \frac{2v_f}{1 + v_f}) \operatorname{sh} \alpha_m y_j \} - \frac{1}{E_f} \cdot \frac{P}{L} y_j - \frac{v_f}{E_f} (A_0^j y_j + \frac{1}{2} B_0^j y_j^2) + a_j - \frac{\beta_0^j}{2E_f} x^2
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

以及芯层位移表达式

$$\left. \begin{aligned}
 u^3 &= \sum \frac{\sin \alpha_m x}{\alpha_m} \cdot \frac{1 + v_c}{E_c} \{ A_m^2 \operatorname{ch} \alpha_m y + B_m^3 \operatorname{sh} \alpha_m y + C_m^3 y \operatorname{ch} \alpha_m y + D_m^3 y \operatorname{sh} \alpha_m y \\
 &\quad + \frac{2\alpha_m}{1 + v_c} (C_m^3 \operatorname{sh} \alpha_m y + D_m^3 \operatorname{ch} \alpha_m y) \} + \frac{v_c}{E_c} \cdot \frac{P}{L} x + \frac{1}{E_c} (A_0^3 + B_0^3 y) x \\
 v^3 &= \sum - \frac{\cos \alpha_m x}{\alpha_m} \cdot \frac{1 + v_c}{E_c} \{ A_m^2 (A_m^3 \operatorname{sh} \alpha_m y + B_m^3 \operatorname{ch} \alpha_m y + C_m^3 y \operatorname{sh} \alpha_m y + D_m^3 y \operatorname{ch} \alpha_m y) \\
 &\quad - \frac{1 - v_c}{1 + v_c} \alpha_m (C_m^3 \operatorname{ch} \alpha_m y + D_m^3 \operatorname{sh} \alpha_m y) \} - \frac{1}{E_c} \cdot \frac{P}{L} y - \frac{v_c}{E_c} (A_0^3 y + \frac{1}{2} B_0^3 y^2) + a_3 - \frac{B_0^3}{2E_c} x^2
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 a_1, a_2, a_3 为积分常数。

4. 层间位移连续条件

将(5)、(6)式代入层间位移连续条件

$$\begin{pmatrix} u^j \\ v^j \end{pmatrix}_{y_j = \delta \cdot \frac{t}{2}} = \begin{pmatrix} u^3 \\ v^3 \end{pmatrix}_{y = \delta \cdot \frac{h}{2}} \quad (j = 1, 2)$$

并利用附录式(2)(略)可得线性方程组

$$\begin{pmatrix} D_{1m} & E_{1m} & F_{1m} & G_{1m} \\ D_{2m} & E_{2m} & F_{2m} & G_{2m} \\ D_{3m} & E_{3m} & F_{3m} & G_{3m} \\ D_{4m} & E_{4m} & F_{4m} & G_{4m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1m} \\ C_{2m} \\ C_{3m} \\ C_{4m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{1m} \\ Q_{2m} \\ Q_{3m} \\ Q_{4m} \end{pmatrix} \quad (7)$$

以及

$$\begin{aligned}
 a_3 - a_j &= \frac{L^2}{24} (\frac{B_0^3}{E_c} \cdot \frac{B_0^3}{E_f}) + \delta \cdot \frac{P}{2L} (\frac{h}{E_c} \\
 &\quad + \frac{t}{E_f}) + \frac{t}{2} (A_0^j + \delta \cdot \frac{t}{4} B_0^j) + \frac{h}{2} \\
 &\quad \cdot \frac{v_c}{E_c} (A_0^3 - \delta \cdot \frac{h}{4} B_0^3) \} = 0
 \end{aligned} \quad (j = 1, 2) \quad (8)$$

(7)式中 D_{jm} 、 E_{jm} 、 F_{jm} 、 G_{jm} 为已知系数, Q_{jm} 中含有未知系数 A_0^j 、 B_0^j 。

5. 端部边界条件

要使端面上的 $\sigma_x^j = 0$ 严格满足是很困难的, 本文采用如下的分层等效边界条件逼近自然边界条件, 亦即, 使各层均满足

$$N_x^j = \int_{-l/2}^{l/2} \sigma_x^j dy_j = 0, \quad M_x^j = \int_{-l/2}^{l/2} \sigma_x^j y_j dy_j = 0 \quad (\text{当 } x = \pm \frac{L}{2}) \quad (9)$$

对于芯层 ($j=3$ 时), 式中 l 改为 h 即可。

这样由 (7) 式 (共 $4m$ 个方程) 及 (9) 式 (共 6 个方程) 可确定 G_{jm} 、 A_0^j 、 B_0^j 共 $4m+6$ 个未知系数。位移表达式中积分常数 a_1 、 a_2 、 a_3 则由 (8) 式及位移边界条件, 如 $v^3(\frac{L_3}{2}, 0) = 0$ 来确定。

三、算例

一矩形截面钢梁, 若将其视为三层材料均相同的“夹层梁”, 其支承及受力可由图 1 来表示, 参数如表 1。

表 1

L (mm)	L_1 (mm)	L_2 (mm)	a_1 (mm)	a_2 (mm)	t (mm)	h (mm)	b (mm)	$E_f = E_c$ (MPa)	$\nu_f = \nu_c$	P (N)
620	460	540	5	5	5	30	1	2.1×10^5	0.3	200

用本文方法计算。将处于纯弯状态的中间部分 (本例取 360mm 一段) 所得结果与均质梁的弹性力学多项式解答进行比较。结果表明, 本文方法与经典解结果相同。

四、试 验

为了进一步与实际情况进行比较, 我们制作了一组夹层梁试件。

面板材料为铝合金 LY12; $E_f = 0.69 \times 10^5$ MPa, $\nu_f = 0.33$

芯层材料为有机玻璃; $E_c = 0.034 \times 10^5$ MPa, $\nu_c = 0.385$

试件几何尺寸加载条件如图 3。

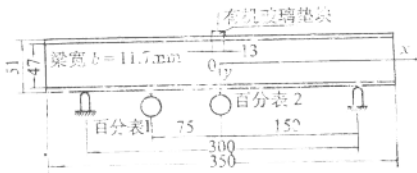


图 3

加载采用 10' 电子万能试验机,加载速度选择 0.1mm/min, $\Delta p=200\text{N}$ 。

表 1,表 2 为面板轴向应力 σ_x ,芯层剪应力 τ_{xy} 的实测值与计算值比较。

结果表明,本文方法与实测结果吻合良好。

表 2 面板外表面轴向应力 $\sigma_x(\text{MPa})$ 实测、计算值

$x(\text{mm})$		0	30	60	90	120	150	170
实测值	$(y=-25.5\text{mm})$		-8.135	-6.348	-4.226	-2.056	-0.069	0.069
本文解			-8.744	-6.854	-4.578	-2.118	-0.042	0.057
Reissner 解			-10.465	-7.849	-5.233	-2.616	0.000	0.000
实测值	$(y=25.5\text{mm})$	10.774	8.887	6.258	4.109	2.174		0.128
本文解		11.403	9.620	7.007	4.660	2.548		0.153
Reissner 解		13.082	10.465	7.849	5.233	2.616		0.000

由于芯层较为刚硬($K=20.3$),横截面翘曲并不明显,因而 Reissner 理论具有一定精度。由此可见,近似理论的适用范围依赖于芯层刚度的强弱。

表 3 芯层剪应力 $\tau_{xy}(\text{MPa})$ ($x=60\text{mm}$)

$Y(\text{mm})$	-18	0	18
实测值	-0.159	-0.198	-0.178
本文解	-0.156	-0.189	-0.173
Reissner 解	0.174		

五、结束语

本文通过算例及试验结果的分析,得到以下结论:

- 1. 文中采用的夹层梁级数解法,放弃了通常夹层理论所引用的某些假设,其解答满足了弹性力学基本方程及全部边界条件、界面连续条件,在 $K=1\sim1000$ (几乎包括了目前夹层结构应用的全部范围)的情况下,其正确性已为弹性力学经典解、有限元及试验所证实。这表明本文方法适用范围广泛,结果可信。
- 2. 芯层是剪切刚度的主要提供者,当芯层较弱,即抗剪刚度很小时,由于芯层的剪切变形,引起截面显著的非均匀翘曲,导致其应力及变形状态发生变化,挠曲线呈“海鸥形”。
- 3. 面板轴向应力变化规律主要由“面板弯矩”所确定。面板弯矩的变化与芯层翘曲密切相关。
- 4. 对于“弱——薄”结构,经典夹层理论结果所以与实际应力、变形状态不符,主要在于未考虑由于剪切变形和内部约束条件导致的截面非均匀翘曲这一特殊情况。同样,由本文分析可以推理,对薄壁梁也存在类似的情况,只是程度不同而已。

纤维束冲击拉伸强度的统计分析

董立民 夏源明 杨报昌

(中国科技大学近代力学系)

一、引言

纤维增强复合材料,特别是树脂基复合材料的性能,很大程度上取决于纤维的性能,而纤维的强度又随其长度的不同服从 Weibull 分布规律,为寻求纤维的强度就必须进行数量众多的不同长度的试验。迟之范曾提出用纤维束代替单纤维进行试验,由纤维束的完整的应力应变曲线(图 1)求出单纤维的统计强度。但这种曲线要在一般的静态试验中测出是很困难的,因纤维束的断裂过程很快,通常静态测试的响应是远远跟不上的。而在冲击试验中,断裂过程和前期的变形过程属同一量级,测出图 1 的曲线就不困难了。

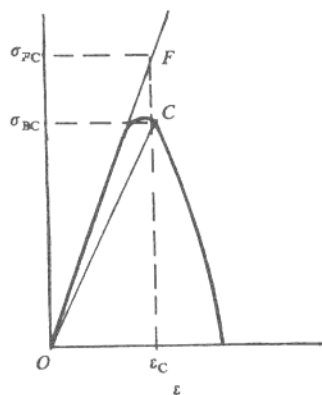


图 1

其次,有关高应变率下的纤维强度试验还未见有公开的报道。Armenakas 曾进行过纤维统计强度和应变率相关性的研究,但应变率的范围很低,仅为 $10^{-4} \sim 10^0 \text{s}^{-1}$,因此所得到的结论是有局限性的。

本文是在自制的杆杆型冲击拉伸试验装置上进行了不同纤维束的冲击拉伸试验,并对所测得的完整的应力应变曲线进行统计分析,求出了单纤维的统计强度。

二、基本方程

长度为 L 的单纤维,其强度的 Weibull 累积分布函数为

$$P(\sigma, L) = 1 - \exp[-\alpha L \sigma^\beta] \quad (1)$$

式中 σ 为纤维所受的应力, α 和 β 分别为尺度和形状参数。由此得纤维的平均强度值为

$$\langle \sigma \rangle_f = (\alpha L)^{-\frac{1}{\beta}} \Gamma(1 + \frac{1}{\beta}) \quad (2)$$

$\Gamma(x)$ 为 Gamma 函数,纤维强度的均方差为

$$D_f = (\alpha L)^{-\frac{1}{\beta}} [\Gamma(1 + \frac{2}{\beta}) - \Gamma^2(1 + \frac{1}{\beta})]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Daniels 针对一束纤维数 N 很大的平行纤维,假设每根纤维均为线弹性,且纤维之间无摩擦,未断纤维的应力仍属均匀分布,推得

$$\langle \sigma \rangle_b = (\alpha L \beta)^{-\frac{1}{\beta}} \exp(-\frac{1}{\beta}) \quad (4)$$

$$D_b = (\alpha L \beta)^{-\frac{1}{\beta}} [(1 - e^{-\frac{1}{\beta}}) e^{-\frac{1}{\beta}}]^{\frac{1}{2}} N^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$\langle \sigma \rangle_b = \langle \sigma \rangle_f [(\beta e)^{\frac{1}{\beta}} \Gamma(1 + \frac{1}{\beta})]^{-1} \quad (6)$$

式中 $\langle \sigma \rangle_b$ 和 D_b 分别为纤维束的强度平均值和均方差。这些结论只有在 N 很大时才成立。

对于纤维束中截面积为 A_f 、模量为 E_f 的,图 1 中初始直线阶段表示纤维没有断裂,出现曲线表明有部分纤维已断。如曲线上某一点 C ,断掉的纤维为 n ,其名义应力为 σ_{bc} ,而对未断纤维的真实应力应为 σ_{fc} ,此时作用在未断纤维上的合力为

$$P_c = \sigma_{fc} A_f (N - n)$$

$$\text{而} \quad \sigma_{bc} = \frac{P_c}{A_f N} = \sigma_{fc} (1 - \frac{n}{N}) \quad (7)$$

$$\text{或} \quad \frac{n}{N} = 1 - \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{fc}}$$

当 N 很大时,上式就是纤维应力为 σ_{fc} 时纤维断裂的累积概率分布值,当 C 点沿图中曲线连续变化时,就可得到单纤维的连续强度分布曲线了。上式还可改写成

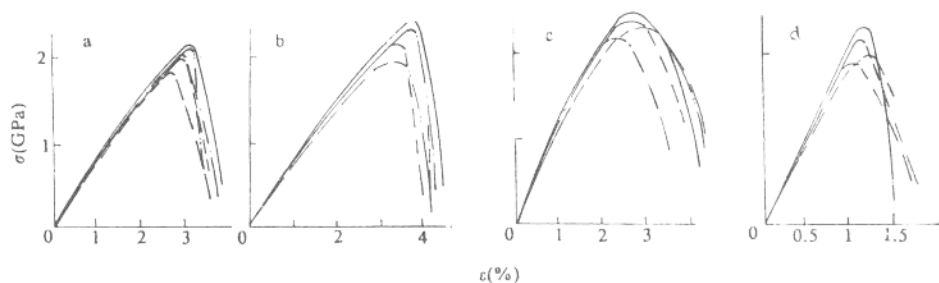
$$\frac{n}{N} = 1 - \frac{E_{oc}}{E_f}$$

其中 E_{oc} 为 oc 线的斜率,故此式即为应力应变曲线的割线模量相对于初始模量的变化,这个量在损伤力学中常作为损伤变量。

三、实验结果

本文共进行了四组试验,每组各进行 5 次,纤维束长为 10mm,试验所得的应力应变曲线见图 2。

上面四组试验分别按 Weibull 曲线用最小二乘法求出参数 α, β ,并按 (2)(3) 式求出 $\langle \sigma \rangle_f$ 和 D_f ,计算结果见表 1。



(a) $G_1 \dot{\epsilon} = 54 \text{ s}^{-1}$ (b) $G_2 \dot{\epsilon} = 192 \text{ s}^{-1}$ (c) $KF \dot{\epsilon} = 170 \text{ s}^{-1}$ (d) $CF \dot{\epsilon} = 93 \text{ s}^{-1}$
 玻璃纤维 玻璃纤维 Kevlar-49 T300

图 2
 表 1

名称	纤维束实验值		理论预估		单纤维的统计结果				
	$\dot{\epsilon}$ (s^{-1})	σ_B (GPa)	D_B (GPa)	$\langle \sigma \rangle_B$ (GPa)	α (s^{-1})	$\langle \sigma \rangle_f$ (GPa)	D_f (GPa)	β	$(\alpha L)^{-1}$ (GPa)
G1	54	2.01	0.110	1.94	0.04	2.49	0.275	11.9	8.50×10^4
G2	192	2.24	0.164	2.27	0.04	2.83	0.223	14.7	7.06×10^5
KF	170	2.34	0.122	2.30	0.07	3.77	1.03	4.07	330
CF	93	2.10	0.169	2.02	0.007	2.62	1.59	8.32	7864

四、单纤维静态强度的近似估算

从表 1 中玻璃纤维的统计结果可见, α^{-1} 随应变率的变化是比较大的, 而 β 随应变率的变化则比较小。进一步将 (6) 式改写为

$$\langle \sigma_f \rangle = \xi \langle \sigma_B \rangle \quad (8)$$

$$\xi = (\beta e)^{\frac{1}{\beta}} \Gamma(1 + \frac{1}{\beta}) \quad (9)$$

按表 1 的数据代入 (9) 式, 可得 G_1 的 ξ 为 1.283, G_2 的 ξ 为 1.240, 两者相差小于 3.5%。如将 ξ 随应变率的变化略去不计, 则可由冲击时所测得的 ξ 值和静态所测得的 $\langle \sigma \rangle_B$ 值代入 (8) 式, 便可求出静态时单纤维的统计强度平均值了。用这种方法求出的纤维强度虽有一定的误差, 但对满足工程应用来说是可以的。

五、结论和讨论

1. 对满足线弹性假设的纤维,用纤维数 N 很大的纤维束进行试验,由其完整的应力应变曲线来计算单丝纤维的强度分布是一种简便易行的方法。

2. 玻璃纤维的强度分布是与应变率相关的,其中 α 的敏感性大, β 则较小, α 、 β 均随应变率的增加而有所增大。这个现象和文献[3](略)中的结论是不同的,主要是由于该文献所讨论的仅限于低应变率的情形。

3. 由图 3 可见,GF、KF 和 CF 均服从 Weibull 分布规律,但在 CF 的最后一段偏离较大,它服从 $\beta=1.70$, $(\alpha L)^{-1}=4.76$ 的另一个 Weibull 分布函数。出现这种现象很可能是由于试验的最后阶段有少量纤维从试件的连接部分拔出所引起的。

4. 对于应变率无关的纤维,可直接把冲击测得的数据用于静态。对于应变率相关的纤维,在 β 变化不大时,可按(8)(9)两式对静态的纤维强度作出近似估算。

致谢 本工作得到国家自然科学基金的资助,此深表感谢。

复合材料单向层板挤压强化后的残余应力

王朝蜀

(中国科学技术大学)

一、引言

紧固孔处发生疲劳破坏,是飞机结构的主要破坏形式之一,飞机在飞行中机翼断裂事故往往是机翼主梁的螺栓孔疲劳裂纹所致。

对金属构件的紧固孔用冷挤压和过盈配合是改善飞机结构的抗疲劳性能,延长飞机寿命的重要措施。这已有结论。这种工艺是否能使复合材料紧固孔延长寿命,提高抗疲劳性能,一直是人们关心,又激烈争论的问题,本文用纤维增强复合材料为例进行数值分析。

以聚合物和金属作为基体的纤维增强复合材料,因为纤维有很高强度,受载时表现出良好线弹性,本文把纤维看成线弹性材料;因为基体强度比纤维差、韧性好,本文把基体看成弹塑性材料。分别写出各自本构关系 最后按复合材料复合定律来构造整板的非线性各向异性本构方程。

事实上材料屈服时应力增量与应变增量的关系已变得很复杂,纤维本身形状和排列不规则,基体中孔隙和多胶区的存在,以及界面结合的不完善等都增加问题的复杂性。对真实的复合材料层板在冷挤压时本构方程要精确描述已不可能,比较理想的办法是理论分析和实验相结合,本文只是在理论分析方面作一个尝试。

二、本构关系

1. 基体的弹塑性本构关系

对于处在塑性变形阶段的单向纤维增强复合材料层板的基体,用 $\bar{\sigma}$ 和 $\bar{\epsilon}_p$ 分别表示等效应力和等效塑性应变。两者关系由单向拉伸实验确定 $\bar{\sigma} = H(\bar{\epsilon}_p)$ 。H 为硬化函数。

$$d\bar{\sigma} = H' d\bar{\epsilon}_p \quad (1)$$

H' 为硬化阶段 $\bar{\sigma}-\bar{\epsilon}_p$ 曲线的斜率。材料服从等向强化 Mises 准则。与基体有关的量用脚标 m 表示。应变增量 $\delta\{\epsilon\}$ 与应力增量 $\delta\{\sigma\}$ 的关系为:

$$\delta\{\sigma\}_m = [D_{ep}] \delta\{\epsilon\}_m \quad (2)$$

其中 $[D_{ep}]$ 为弹塑性矩阵, $[D]$ 为弹性矩阵。由文献[4](略)

$$\begin{aligned} [D_{ep}] &= \begin{bmatrix} D_{11}^m & D_{12}^m & D_{16}^m \\ D_{21}^m & D_{22}^m & D_{26}^m \\ D_{16}^m & D_{26}^m & D_{66}^m \end{bmatrix} \\ &= [D] - \frac{[D] \cdot \left(\frac{a\bar{\sigma}}{\alpha\{\sigma\}} \right) \cdot \left(\frac{a\bar{\sigma}}{\alpha\{\sigma\}} \right)^T \cdot [D]}{H' + \left(\frac{a\bar{\sigma}}{\alpha\{\sigma\}} \right)^T \cdot [D] \cdot \left(\frac{a\bar{\sigma}}{\alpha\{\sigma\}} \right)} \end{aligned} \quad (3)$$

2. 纤维本构关系:

为区别,用 f 表示有关纤维的量,则纤维的应力与应变增量关系为:

$$\begin{Bmatrix} \delta\sigma_1^f \\ \delta\sigma_2^f \\ \delta\tau_{12}^f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{11}^f & \bar{D}_{12}^f & 0 \\ D_{21}^f & \bar{D}_{22}^f & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta\varepsilon_1^f \\ \delta\varepsilon_2^f \\ \delta\gamma_{12}^f \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\bar{D}_{11}^f = \frac{E_1^f}{1 - \nu_{12}^f \nu_{21}^f} \quad \bar{D}_{12}^f = \frac{\nu_1^f E_1^f}{1 - \nu_{12}^f \nu_{21}^f}$$

$$\bar{D}_{66}^f = G_{12}^f \quad \bar{D}_{22}^f = \frac{E_2^f}{1 - \nu_{12}^f \nu_{21}^f}$$

$$\bar{D}_{12}^f = \bar{D}_{21}^f = \frac{\nu_{12}^f E_2^f}{1 - \nu_{12}^f \nu_{21}^f}$$

式中 $E_2^f, E_1^f, \nu_{12}^f, G_{12}^f$ 分别表示纤维弹性模量,泊桑比,剪切模量。本文用1代表沿纤维方向,2代表与纤维垂直的方向。

如果单层板中纤维方向和坐标 x 轴夹角为 θ ,坐标轴 x, y 方向纤维的本构关系为:

$$\begin{Bmatrix} \delta\sigma_1^f \\ \delta\sigma_2^f \\ \delta\tau_{12}^f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^f & D_{12}^f & D_{16}^f \\ D_{12}^f & D_{22}^f & D_{26}^f \\ D_{16}^f & D_{26}^f & D_{66}^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma\varepsilon_1^f \\ \delta\varepsilon_2^f \\ \delta\gamma_{12}^f \end{Bmatrix} \quad (5)$$

其中 $[D^f] = [T][\bar{D}^f]$,而 $[T]$ 是坐标变换矩阵。

3. 复合材料单层板非线性本构方程

有了基体和纤维的应力增量与应变增量的关系(3)和(5),下面构造复合材料层板本构方程。设基体材料常数为 E^m, ν^m, G^m ,基体和纤维的体积含量为 V^m, V^f 。根据复合定律,可求得单向增强层板的材料常数 $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}$ 。其值为:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_f V_f + E_m V_m, & \nu_{12} &= \nu_f V_f + \nu_m V_m \\ E_2 &= \frac{E_f E_m}{E_f V_m + E_m V_f}, & G_{12} &= \frac{G_f G_m}{G_m V_f + G_f V_m} \end{aligned} \quad (6)$$

由(3)、(5)、(6)三式可求复合材料层板在坐标 x, y 方向的非线性弹塑性本构关系:

$$\begin{Bmatrix} \delta\sigma_1 \\ \delta\sigma_2 \\ \delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta\varepsilon_1 \\ \delta\varepsilon_2 \\ \delta\gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} D_{11} &= D_{11}^f V_f + D_{11}^m V_m, & D_{12} &= (\nu_f V_f + \nu_m V_m) D_{22} \\ D_{22} &= \frac{D_{22}^f D_{22}^m}{D_{22}^f V_m + D_{22}^m V_f}, & D_{66} &= \frac{D_{66}^f D_{66}^m}{D_{66}^f V_m + D_{66}^m V_f}, \\ D_{16} &= D_{16}^m V_m + D_{16}^f V_f, & D_{26} &= D_{26}^m V_m + D_{26}^f V_f \end{aligned}$$