GUIFANCHANG

LILUN JICHU

规范场

理论基础

郁雯 著

江西高校出版社
JIANGXI UNIVERSITIES AND COLLEGES PRESS

规范场理论基础

GUIFANCHANG LILUN JICHU

责任编辑　黄红冈
封面设计　黄雅立
责任印制　黄江萍

ISBN 978-7-5493-0330-4

9 787549 303304 >

定价：20.00 元

规范场理论基础

郁 雯 编著

江西高校出版社

图书在版编目(CIP)数据

规范场理论基础/郁雯编著. —南昌:江西高校出版社，2011.7

ISBN 978—7—5493—0330—4

Ⅰ.①规... Ⅱ.①郁... Ⅲ.①理论物理学—教材 Ⅳ.①041

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 150704 号

出版发行	江西高校出版社
社　　址	江西省南昌市洪都北大道 96 号
邮政编码	330046
电　　话	(0791)8504319,8513417
网　　址	www.juacp.com
印　　刷	南昌市光华印刷有限责任公司
照　　排	江西太元科技有限公司照排部
经　　销	各地新华书店
开　　本	850mm×1168mm　1/32
印　　张	4.875
字　　数	150 千字
版　　次	2011 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
书　　号	ISBN 978—7—5493—0330—4
定　　价	20.00 元

赣版权登字—07—2011—156

内 容 简 介

本书是理论物理专业的规范场理论课程教学书。内容主要是阐述了规范场理论的基本概念和弱电相互作用统一的基础知识，并简要地介绍了量子色规范场理论和拓扑学浅义。前八章的特点是从引力理论中的爱因斯坦联络讲起，说明魏耳如何在此基础上引入规范变换并发展到局域规范场理论。这种思考线索符合规范场理论发展历史，和其他有关规范场理论著作比较，侧重了认识规律。第九章扼要介绍了量子色动力学(即色规范场理论或 QCD)，阐明了层子(或夸克)的自由和禁闭的物理意义。第十章浅述了规范场理论、超导、磁单极的拓扑学内涵。本书的附录可作为初学者对理解本书内容所具有的必要数学知识和有关物理内容的延伸。

本书既可作为有关规范场理论的教学参考资料，也可作为对规范场理论有兴趣的读者的快速入门书籍。

前　言

现代规范场理论的发展，开拓了人们对自然界存在于物质中的四种相互作用力的认识的思想境界，从而广泛地影响到20世纪的物理学的发展。特别是开创了期望统一自然界的基本力理论的新纪元，这具有深远的意义。它激励着人们将基本力统一在一个规范场理论框架中的宏伟愿望。

规范场理论的应用，不仅强烈地影响着粒子物理，而且规范对称性的概念也已经出现于其他领域，例如凝聚态物理、非线性波动现象甚至于纯数学领域。

本书的编写目的，在于对规范场理论最基本知识的阐述，达到对规范场理论有一个初步的认识和“入门”性的了解，为深入学习和研究有关理论奠定一个基础。

目　录

第一章　规范对称性的发现及规范场理论的发展

§1.1　规范对称性的发现

首先给出规范协变性的概念的是魏耳(Weyl)。但是,对于规范协变性的正确理解和应用却几乎用去了近五十年的时间。

为了阐述的方便,我们从广义相对论的爱因斯坦联络开始。

一、爱因斯坦联络

在20世纪初,在自然界中,人们只发现了两种基本力——电磁力和引力。物理学也在这两个领域内建立了比较完整的场论——由麦克斯威(Maxwell)方程所总结的电磁场理论和由爱因斯坦(Einstein)所建立的引力场论。两种理论都紧密地联系着时—空理论。例如,经典的牛顿运动方程,对于时空的"伽利略变模"具有不变性。这个领域对应的时空概念是绝对的时空观。但是,麦克斯威方程对于伽利略变换并不是协变的,而是具有狭义相对论的洛仑兹变换的协变性。然而,以广义相对论为基础的引力场论,其时空特性变得更复杂。它的参考系只能在"局域"上来定义。因为引力空间是一个"弯曲"的四维空间。我们可从空间的度规来清晰地看出三者的区别。

在牛顿的绝对时空观中,时空是分离的变化。空间是三维的欧几里德空间。在三维空间中,作伽利略变换时,$(dR)^2=(dx)^2+(dy)^2+(dz)^2$ 是不变量。在狭义相对论中,作洛仑兹变换,此时的不变量为$(ds)^2=(dx)^2+(dy)^2+(dz)^2-c^2(dt)^2$。若写成

$$(ds)^2 = \sum_{ij} q_{ij} dx_i dx_j \quad \begin{cases} i,j=1,2,3 & \text{对应三维} \\ \text{i,j}=1,2,3,4 & \text{对应四维} \end{cases} \tag{1.1}$$

则称 g_{ij} 为对应空间的度规。一般说来，由于 g_{ij} 是一个张量，故又称为度规张量。若再考虑张量的协变性，则有

$$(ds)^2 = g_{ij} dx^i dx^j \tag{1.2}$$

这里省去掉作和符号Σ。其中 $dx^i dx^j$ 是二阶逆变张量，$(ds)^2$ 是标量，则知 g_{ij} 是二阶协变张量的分量。(1.2)式中的 i、j 为约定求和指标。因为约定求和指标在展开式中不再出现，故又称为“哑指标”。

对于 g_{ij} 的性质有几点说明：

1. 在三维的笛卡儿直角坐标系中，g^{ij} 和 g_{ij} 没有区别，且

$$g_{ij} = g^{ij} = \delta_{ij} \tag{1.3}$$

这对于一般以正交基矢所展开的空间也是正确的。

但在曲线坐标系中，g_{ij} 或 g^{ij} 是 x^i 的函数。在这个条件下度规张量必须看作张量场。

2. 根据定义，当变到新坐标系时，g_{ij} 按以下关系变化

$$\tilde{g}_{ij} = \frac{\partial x^m}{\partial \tilde{x}^i} \frac{\partial x^n}{\partial \tilde{x}^j} g_{mn} \tag{1.4}$$

故在不同坐标系中，空间同一点 g_{ij} 的值也不同。

3. 协变度规张量和逆变度规张量乃是互为共轭张量，即

$$g_{ij} g^{ik} = \delta_j{}^k \tag{1.5}$$

现在我们再回到广义相对论来看爱因斯坦联络。

由于引力场是一个“弯曲”空间。在讨论引力方程，必须用曲线座标系。这已为观察实验结果和理论考察相比较所证实。我们看到，特殊的（或狭义的）相对论和广义相对论之间的本质区别是：后者参考坐标系只能在“局域”上来定义。在曲线坐标系中，在引力场的“弯曲”空间，$(ds)^2$ 再不是在洛仑兹变换下的不变量，从而给理论的计算带来更复杂的问题。爱因斯坦解决此问题的办法是

用通过定义叫做“联络”的新数学。

我们首先来考虑在曲线坐标系中的矢量平移。设一个矢量 $\vec{A}$ 由 P 点移至 P' 点。平移前的向量记作 $\vec{A}(P)$，平移后的向量记作 $\vec{A}'(P')$。则

$$\vec{A}(P)=\vec{A}'(P')$$

在笛卡儿坐标系中，平移前后对应分量相等。即 $A^{i\prime}(P')=A^i(P)$ 或 $dA^i=0$。但在曲线坐标系中则不同。我们在曲线坐标系中，以 $\vec{A}(P)=A^i\vec{e}_i$ 表示平移前的向量，平移至 P' 后，用 $\vec{A}'(P')=A'^i\vec{e}'_i$ 表示。$\vec{e}_i$ 和 $\vec{e}'_i$ 分别表示平移前后的基向量。此时虽有 $A^i\vec{e}_i=A'^i\vec{e}'_i$，但因 $\vec{e}_i\neq\vec{e}'_i$，故 $A^i\neq A'^i$。我们把

$$\delta A^i=A'^i-A^i$$

称为平移增量。我们在曲线坐标系中 x^i 来计算 δA^i。由于 $A^i\vec{e}_i=A'^i\vec{e}'_i$。设 P 和 P' 点的基向量的关系可表示为

$$\vec{e}'_i=\vec{e}_i+d\vec{e}_i \quad 因\vec{e}_i=\frac{\partial\vec{r}}{\partial x^i}$$

而有

$$d\vec{e}_i=\frac{\partial\vec{e}_i}{\partial x^k}dx^k=\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\frac{\partial\vec{r}}{\partial x^i}\right)dx^k$$

故　$d\vec{e}_i=\frac{\partial^2\vec{r}}{\partial x^i\partial x^k}dx^k$。我们将 $\frac{\partial^2\vec{r}}{\partial x^i\partial x^k}$ 按 P 点的局部标架展开

$$\frac{\partial^2\vec{r}}{\partial x^i\partial x^k}=\Gamma^j_{ik}\vec{e}_j$$

便知 Γ^j_{ik} 是展开的一组系数。有

$$d\vec{e}_i=\Gamma^j_{ik}\vec{e}_j dx^k$$

则可看出　$\vec{e}_i'=\vec{e}_i+\Gamma^j_{ik}e_j dx^k$，便有

$$A'^i\vec{e}_i'=A'^i(\vec{e}_i+\Gamma^j_{ik}\vec{e}_j dx^k)$$

$$=A'^i\vec{e_i}+A'^i\Gamma^j_{ik}\vec{e_j}dx^k=A^i\vec{e}$$ 由最后等式

移项得 $$(A'^i-A^i)\vec{e_i}+A'^i\Gamma^j_{ik}\vec{e_j}dx^k=0$$

即 $$(A'^i-A^i)\vec{e_i}+(A^i+\delta A^i)\Gamma^j_{ik}\vec{e_j}dx^k=0$$

展开后并略去二级小量,得

$$(A'^i-A^i)\vec{e_i}+A^i\Gamma^j_{ik}\vec{e_j}dx^k=0$$

调换第二项哑指标 i、j,得

$$(A'^i-A^i)\vec{e_i}+A^j\Gamma^i_{jk}\vec{e_i}dx^k=0$$

即 $$(A'^i-A^i+A^j\Gamma^i_{jk}dx^k)\vec{e_i}=0$$

因为$\vec{e_i}$是线性无关的。故得

$$\delta A^i=A'^i-A^i=-\Gamma^i_{jk}A^jdx^k \tag{1.6}$$

这表明$-\Gamma^i_{ik}A^jdx^k$是向量作无限小平移时其改变的主要部分。平移增量δA^i不仅与A^j有关,而且与系数Γ^i_{jk}有关,借这一系数联络着这一局部区域上向量平移前后的对应分量。所以称$\Gamma^i_{jk}(i,j,k=1,2,\cdots,n)$为联络系数,或简称联络。引进了联络的流型,称为联络空间。在联络空间。不同点的向量的比较、运算才成为可能。

可以证明,能用度规张量来表示联络。用度规张量表示具有对称性的联络称为克里斯托夫符号。分为两类。第一类克里斯托夫符号为

$$[km,l]=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k}+\frac{\partial g_{lk}}{\partial x^m}-\frac{\partial g_{km}}{\partial x^l}\right) \tag{1.7}$$

$$k,m,l=1,2,\cdots,n$$

第二类克里斯托夫符号,记作

$$\left\{\begin{matrix}q\\km\end{matrix}\right\}=\Gamma^q_{km}=\frac{1}{2}g^{lq}\left(\frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k}+\frac{\partial g_{lk}}{\partial x^m}-\frac{\partial g_{km}}{\partial x^l}\right)$$

$$k,m,q,l=1,2,\cdots,n \tag{1.8}$$

两者关系为

$$[km,l]=\Gamma_{km}^{p}g_{pl} \tag{1.9}$$

$$k,m,p,l=1,2,\cdots,n$$

由此可知,广义相对论和狭义相对论的本质不同点是几何理论形式的差别。广义相对论属于定域理论,而魏耳规范理论的关键就在于其定域性。

二、魏耳的规范理论

魏耳企图建立更一般的关系,并提出如下问题:如果引力场效应能被一个联络来描述,这个联络给出在时空中的局域坐标之间的相对方程,且能表示其他自然界的力,如电磁场是否也具有类似的联络?(当时只知道自然界存在电磁力和引力。)

魏耳的规范变换的基本考虑用现在的符号可叙述如下:

如果我们移动矢量或者变换坐标,因而矢量的模 $f(x)$ 变为 $f(x+dx)$,若将 $f(x+dx)$ 展开到 dx 的一级,我们能够写模为

$$f(x+dx)=f(x)+\partial_{\mu}fdx^{\mu} \tag{1.10}$$

这儿偏微分 ∂_{μ} 意味 $\frac{\partial}{\partial x_{\mu}}$。我们现在通过倍乘一个因子 $s(x)$。这个因子能被看作改变木尺的大小,显示于图(1.1)中。

这个因子被方便地定义在 x 点上等于一个单位。在 $x+dx$ 上的标度因子给出为

$$s(x+dx)=1+\partial_{\mu}sdx^{\mu} \tag{1.11}$$

在 $x+dx$ 上的矢量的模显然是等于(1.10)和(1.11)个两方程的乘积。只保持到 dx 的一级项,我们便得到下面的结果

$$s\cdot f=f+(\partial_{\mu}s)fdx^{\mu}+\partial_{\mu}fdx^{\mu} \tag{1.12}$$

对于常矢的特殊情况。我们看到,模有一个总的改变

$$(\partial_{\mu}+\partial_{\mu}s)fdx^{\mu} \tag{1.13}$$

导数 $\partial_{\mu}s$ 是新的数学"联络",它关联着不同位置上矢量的长度。这个概念推广到现在叫标度或规范变换。上述结果可列表如下:

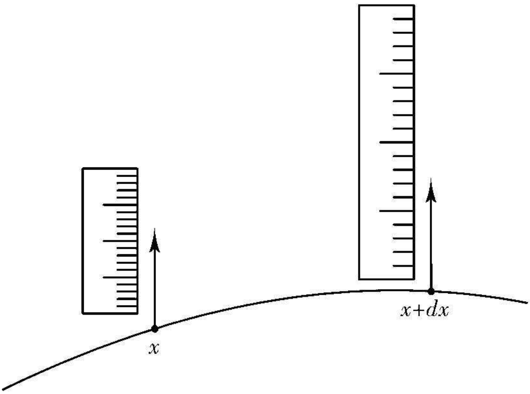

图 1.1 在魏耳规范理论中的因子 $s(x)$ 是通过改变从 x 到 $x+dx$ 处的木尺长度来显示的

表 1.1

	$x^\mu \xrightarrow{dx^\mu} x^\mu+dx^\mu$	
标度	1	$1+\partial_\mu s dx^\mu$
函数	f	$f+(\frac{\partial f}{\partial x^\mu})dx^\mu$
标度变换	$f\cdot 1$	$f+(\frac{\partial}{\partial x^\mu}+\frac{\partial}{\partial x^\mu}s)f dx^\mu$

魏耳进一步大胆设想将规范联络应用于电磁势 A_μ。设想的原因是来自联络本身类似一个势。他坦率表示，一个第二类规范变换具有一个标量因子 Λ。而其变换联络将是

$$\partial_\mu s \rightarrow \partial_\mu s+\partial_\mu \Lambda \tag{1.14}$$

从经典电动力学知道，在规范变换下，势行为类似

$$A_\mu \rightarrow A_\mu+\partial_\mu \Lambda \tag{1.15}$$

这导致电和磁场的不变。它认为(1.14)和(1.15)是等同的。意味

着魏耳新的势作为一个规范联络的概念是和电磁学完全相容。

但是,事实证明,魏耳这个想法是错误的。我们在下面可以看到正确的表示和这个错误给规范理论带来的启蒙性的作用。

三、规范变换的确切含义

现代规范理论中的规范变换含义是在 1925 年量子力学发展起来以后才逐步清晰。

我们从电磁相互作用理论中知道,一个荷电粒子和电磁势相互作用,其正则动量作如下变换

$$P_\mu \to P_\mu - \frac{e}{c}A_\mu$$

而量子力学指出,上述经典物理量用算符代替,因而变为

$$-ih\left(\frac{\partial}{\partial x^\mu} - i\,\frac{e}{hc}A_\mu\right) \tag{1.16}$$

1927 年,Fock 和 London 指出,在上式基础上,可以建立起量子电动力学,并且将(1.16)和(1.12)两式比较,发现$\partial_\mu s$ 相当于 $i\,\frac{e}{hc}A_\mu$,而不是相当于 A_μ。即

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu}s \to -i\,\frac{e}{hc}A_\mu$$

这与魏耳提出的$\partial_\mu s$ 与 A_u 对应,相差一个 i。但这个 i 是特别重要的。它说明电磁势并不对应在前面所述的魏耳最初设想的那种“标度变换”。因为

$$1+\partial_\mu S dx^\mu \cong \exp(\partial_\mu s dx^\mu)$$

是属于“大小”的改变。而

$$1-i\,\frac{e}{hc}A_\mu dx^\mu \cong \exp\{-i\,\frac{e}{hc}A_\mu dx^\mu\}$$

对应的是一个“相变换”。这才是现代的“标度变换”或规范变换的真实含义。1929 年,魏耳用了这个正确的含义,证明了在与时空无关的相变换下方程具有的不变性就意味着电荷守恒。但他仍保

留了"gauge tronsformation"一词,一直引用至今。这种与时空无关的相变换或规范变换现在叫整体规范变换。以后,人们又进一步研究了在时空不同点具有不同相变换的情况,即所谓定域规范变换。在整个规范理论中,定域规范变换对应的规范理论,叫定域规范理论,应用更为广泛。

§1.2 作为规范理论的电磁学

现在,我们在电磁相互作用领域中来进一步阐明早期规范理论的意义。荷电粒子的电磁相互作用能被解释为在量子力学框架中的一个定域规范。粒子波函数的相因子能等同于一个新的物理自由度,且它是依赖于时空点的。在邻近点上的相值之间必须是一个联络。这个联络的角色由电磁势扮演。势和相因子之间的改变的密切关系在前述内容已经看出。也可从所谓阿哈朗诺夫(Aharonov)和玻姆(Bohm)提出一个简单而灵巧的实验所证明的阿哈朗诺夫—玻姆效应来表明。这个实验还直接否定了势 A_μ 不能提供任何可观察的物理效应的结论。实验设置如图(1.2)所示。

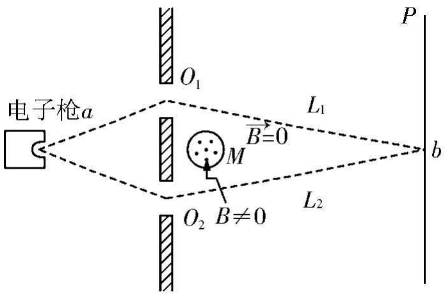

图 1.2 阿哈朗诺夫—玻姆效应图解

在互相紧靠的两狭缝 O_1 和 O_2 之间的障壁后面,放置一个直径要比两狭缝间距远为细小的螺旋管 M(通常用一条磁性晶须)。