

● 杨健生 谷丽雅 编著

数理交集

U●n n●U

高中生的理学朋友



图书在版编目(CIP)数据

数理交集:高中生的理学朋友 / 杨健生著. —石家庄:
河北人民出版社, 2012. 12

ISBN 978-7-202-07040-6

I. ①数… II. ①杨… III. ①理科(教育)—课程—
高中—教学参考资料 IV. ①G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 258382 号

书 名 数理交集:高中生的理学朋友
编 者 杨健生 谷丽雅 编著

责任编辑 马 丽
美术编辑 李 欣
封面设计 李媛媛
责任校对 张三铁

出版发行 河北人民出版社(石家庄市友谊北大街 330 号)
印 刷 华北地质勘查局五一七大队印刷厂
开 本 787×1092 毫米 1/16
印 张 16.25
版 次 2012 年 12 月第 1 版 2012 年 12 月第 1 次印刷
印 数 1—5 000
书 号 ISBN 978—7—202—07040—6/G·2834
定 价 35.00 元

版权所有 翻印必究

写在前面

Xiezaiqianmian

我们

经常说起，数理不分家，听起来很简单，仔细体会其中寓意并不简单，本书将为大家展示其中的奥秘，通过对一串串文字的品读，可使你入境入理，入境顿悟，入理自明。

《数理交集》

共收集案例 83 个，有力学篇、电学篇、热学篇、综合篇四个篇章。其中力学篇收集案例 51 个，按运动学、动力学、动量与能量等内容组合；电学篇收集案例 16 个，重点是电路分析；热学篇收集案例 6 个，以理想气体为研究对象；综合篇收集案例 10 个，突出体现物理就在身边，其中有对“嫦娥二号”探月卫星的数据分析，有对数学情境的物理方法研究，有对目前油价问题的讨论，有对戛子的研究报告等。案例中还涉及一些高考试题的研究与分析。

力

学篇的主旨，彰显对物理情境分析程序的学科特质，即通过对情境信息的阅读，首先必须明确谁是研究对象；之后对研究对象进行受力分析和运动状态分析，选择恰当方法或规律公式求解，如建立直角坐标系、规定正方向、正交分解、等效替代、示意图法等；对所得结论作出初步判断与论证，明确给出结论。

电

学篇的主旨，侧重对电路结构的分析，巧妙处理整体与局部的关系，即恰当选择运用闭合电路欧姆定律和部分电路

欧姆定律解决问题的时机；对滑动变阻器联入电路后的功能与作用进行专题分析，如分压电路和限流电路；通过对 2011 年全国高考，理科综合能力测试中第 23 题的研究与分析，进一步阐述电学仪器的设计原理及使用规则。

热

学篇的主旨，突出以理想气体为研究对象，通过阿伏伽德罗常数架起宏观量与微观量的桥梁，采用统计学观点分析理想气体的状态参量。

综

合篇的主旨，则将“数理交集”的思维理念更加广义化，还原自然现象、社会现象的本来面目，既具有复杂性、综合性等典型特征，同时又应采用科学有效的分析研究方法，将复杂综合的实际问题分解为若干个简单问题。目前人类生存面临的一个重大课题就是能源问题，案例中以国家对油价的调整为素材，引起大家的思考与关注，学以致用，关注自然、关注生命、关注社会。

每个

案例中，大都由两个栏目构成，即“物理情境”、“分析研究”。“物理情境”栏目中通过文字和图像信息描述物理事件发生发展的时空过程，情境中突出体现一些极端现象，如临界问题、极值问题等，这些往往是解决问题的突破口，可完美展现“数理交集”的核心价值。“分析研究”栏目中则是对物理情境研究脉络的展示，通过多种行之有效的方法，运用物理规律、采用数学手段剖析事件实质，从而得出相应结论。也有个别案例中，设有“思维驿站”栏目，在这里大家可驻足思维、安静思考、沉淀思路、品味方法、升华理念、思想共振。

阅读

《数理交集》时，一定是随便翻一翻，若干个案例中一定有自己的感兴趣的话题与视角，在目录中，每个案例均有关键词提示，扼要概括案例意图，切记不可从头看到尾，这将事倍功半。

由于

水平有限，案例中难免有些问题，真诚希望有关专家与同行指教，因为我们的目标是一致的。愿《数理交集》成为大家的好朋友。

作者于 2011 年 6 月

目 录 · 温馨提示 ·

■ 力学篇 (51)

☰ ♣ ☱ 案例 1~案例 51 ☰ ♣ ☱

案例 1	图说物理 2008 · 23	3
案例 2	小船尽快过河	10
案例 3	小船过河速度最小	12
案例 4	拦截小船 · 余弦定理	13
案例 5	两车速度相等时间距最大	15
案例 6	汽车相互“礼让”通过交叉路口	17
案例 7	斜面约束滑块专题	19
案例 8	绳中拉力最小	28
案例 9	已知 $\tan\beta = \mu$ 求证 $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}$	30
案例 10	力矩平衡	32
案例 11	加速度的“桥梁”作用	34
案例 12	巧用牛顿第三定律	36
案例 13	推力的取值范围	38

案例 14	所施拉力作用在哪个物体上	40
案例 15	对“梯形物块”受力分析	41
案例 16	临界条件	43
案例 17	人随车“劲”	45
案例 18	“推不动”的物块	47
案例 19	左右为“难”	49
案例 20	A、B 具有“共同加速度”	51
案例 21	水平方位动量守恒 • 相对速度	53
案例 22	规定正方向	55
案例 23	斜拉物块匀速运动	56
案例 24	轻绳松弛后小球击中木钉	58
案例 25	弹簧振子的振动周期与振幅	61
案例 26	竖直方位简谐运动	63
案例 27	最大加速度为 g	65
案例 28	“复合摆”最多碰撞次数	67
案例 29	由波形图像判断最小波速	69
案例 30	圆锥摆的最小周期	70
案例 31	赛车运动	72

案例 32	“洗衣机正在洗衣服”	74
案例 33	“倒置圆锥摆”	75
案例 34	在行星“赤道”上称得数据变小	77
案例 35	卫星与地球上的 B 点“再见”	79
案例 36	平抛小球运动到何位置距观察者最近	81
案例 37	机枪每分钟最多发射多少子弹	83
案例 38	利用侧视图受力分析	84
案例 39	完全非弹性碰撞中动能损失最大	86
案例 40	气球“悬停”在空中	89
案例 41	宇航员安全返回飞船	91
案例 42	最大摆角	96
案例 43	拉力无需作用全程 · 水平面	97
案例 44	拉力无需作用全程 · 斜面	100
案例 45	滑块刚好到达小车右端	103
案例 46	系统动能的减少量等于摩擦生热	105
案例 47	最小拉力等于滑动摩擦力	107
案例 48	全程分析与分段分析	108
案例 49	一段轻绳上系三个物块	111

案例 50 渡船拖动滑车 114

案例 51 利用导数求解极值问题 116

■ 电学篇 《16》

☞ ♠ ☞ 案例 52~案例 67 ☞ ♠ ☞

案例 52 $U - I$ 图像 · 电功率 123

案例 53 分压器电路 127

案例 54 电场中的“三角形法则” 131

案例 55 两个等量点电荷的“最小值” 132

案例 56 算术平均值与几何平均值的不等式 134

案例 57 施加场强的最小值 136

案例 58 电摆 · 类比方法 138

案例 59 电摆 · 三角代换 141

案例 60 电容器的充放电 144

案例 61 巧剪电阻丝 148

案例 62 电流表示数最小 150

案例 63 滑动变阻器上消耗电功率最大 152

案例 64 限流电路 154

案例 65 电源电动势 156

案例 66 灯光球场获得最大照度 158

案例 67 电表表针的放大作用 2011 • 23 160

■ 热学篇 (6)

☰ ♡ ♪☳ 案例 68~案例 73 ☳ ♪ ♡ ☳

案例 68 漂浮与悬浮 169

案例 69 灵活选取研究对象 171

案例 70 理想气体状态参量 173

案例 71 阿伏伽德罗常数 176

案例 72 用对数求解 178

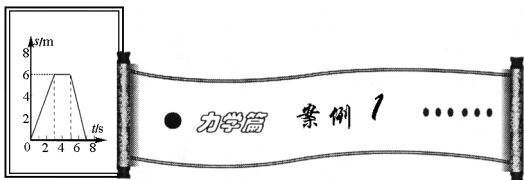
案例 73 利用 $p-V$ 图像求解气体温度最大值 180

■ 综合篇 (10)

☰ ♠ ☷ 案例 74~案例 83 ☷ ♠ ☰

案例 74	宇宙探秘 · 嫦娥二号	185
案例 75	月亮多大 · 嫦娥二号	192
案例 76	选择基态 · 能级跃迁	198
案例 77	有张有弛 · 弹性势能	201
案例 78	关注能源 · 今日油价	206
案例 79	珍惜时间 · 表针重合	208
案例 80	生命节律 · 圆锥摆与单摆	211
案例 81	人生轨迹 · 两圆相切	220
案例 82	平衡心态 · 骰子	229
案例 83	漫步古迹 · 初探赵州桥	239

力学篇



【物理情境】

已知 O 、 A 、 B 、 C 为同一直线上的四点， A 、 B 间的距离为 l_1 ， B 、 C 间的距离为 l_2 。一物体自 O 点由静止出发，沿此直线做匀加速运动，依次经过 A 、 B 、 C 三点。已知物体通过 AB 段与 BC 段所用的时间相等，求 O 至 A 的距离。

[2008 年全国高考卷 (I) · 理科综合能力测试 第 23 题]

【分析研究】

■ 方案一 ~ 高考参考答案

设物体的加速度为 a 、到达 A 的速度为 v_0 、通过 AB 段和 BC 段所用的时间均为 t ，

则有

$$l_1 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1-1)$$

$$l_1 + l_2 = 2v_0 t + 2a t^2 \quad (1-2)$$

联立 (1-1) (1-2) 式得

$$l_2 - l_1 = a t^2 \quad (1-3)$$

$$3l_1 - l_2 = 2v_0 t \quad (1-4)$$

设 O 至 A 的距离为 l ，有

$$l = \frac{v_0^2}{2a} \quad (1-5)$$

联立 (1-3) (1-4) (1-5) 式得

$$l = \frac{(3l_1 - l_2)^2}{8(l_2 - l_1)}$$

温馨提示：(1-3) 式也可由匀加速直线运动特点 $\Delta s = aT^2$ 直接得到。

$$\text{因 } \Delta s = l_2 - l_1 \quad T = t \quad \text{即有 } l_2 - l_1 = at^2$$

■ 方案二

设物体的加速度为 a ，行驶 OA 的距离为 l_0 ，行驶 OA 的时间为 t_0 ，通过 AB 段和 BC 段所用的时间为 t ，由匀加速位移规律可得

$$l_0 = \frac{1}{2}at_0^2 \quad (2-1)$$

$$l_0 + l_1 = \frac{1}{2}a(t_0 + t)^2 \quad (2-2)$$

$$l_0 + l_1 + l_2 = \frac{1}{2}a(t_0 + 2t)^2 \quad (2-3)$$

利用以上三式得出 l_0 ，推导过程如下

(2-2) (2-1) 两式相减得

$$l_1 = at_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (2-4)$$

(2-3) (2-2) 两式相减得

$$l_2 = at_0t + \frac{3}{2}at^2 \quad (2-5)$$

(2-5) (2-4) 两式相减得

$$l_2 - l_1 = at^2 \quad (2-6)$$

联立 (2-4) (2-5) 式得

$$3l_1 - l_2 = 2at_0t \quad (2-7)$$

联立 (2-1) (2-6) (2-7) 式解得

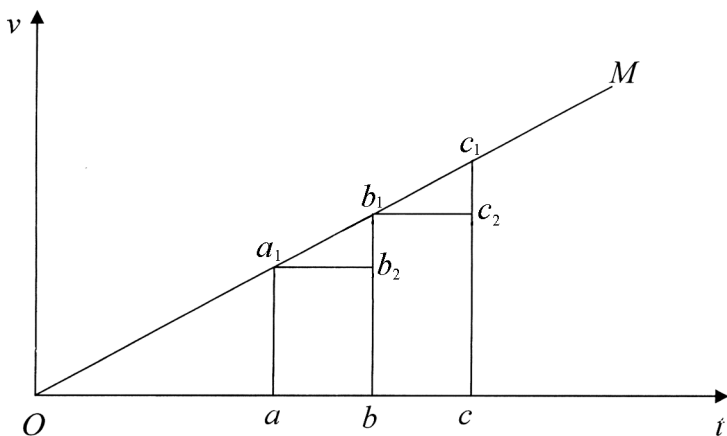
$$l_0 = \frac{(3l_1 - l_2)^2}{8(l_2 - l_1)}$$

其他代数解法，请同学们自行完成

■ 方案三 ~ 图解法

分析作图 据题意，设物体从 O 点开始运动并计时，物体依次经过 A 、 B 、 C 点的时刻分别是 a 、 b 、 c 。在速度—时间 ($v-t$) 图上，做一条过原点 O 的直线 OM 。即

可描述物体做初速度为零的匀加速直线运动情境. 由于物体通过 AB 、 BC 段所用时间相等, 对应图像中即为线段 $ab = bc$



过 a 、 b 、 c 三点依次做垂线交于横轴 t , 同时三条直线分别交于图线 OM 上 a_1 、 b_1 、 c_1 . 过 a_1 、 b_1 两点做平行于横轴 t 的直线, 分别交线段 bb_1 于 b_2 点和交线段 cc_1 于 c_2 点

据题意可知, 梯形 aa_1b_1b 的面积等于 AB 段长度 l_1 、梯形 bb_1c_1c 的面积等于 BC 段长度 l_2 , 设 OA 段长度为 l , 即等于三角形 Oaa_1 的面积

由图可知, $\Delta a_1b_1b_2 \cong \Delta b_1c_1c_2$, 设它们的面积均为 l_0 . 由图中面积关系得

$$l_2 - l_0 = l_1 + l_0$$

$$l_0 = \frac{1}{2}(l_2 - l_1) \quad (3-1)$$

● 解法一

由图可知, $\Delta Oaa_1 \sim \Delta Obb_1$, 对应边成比例, 有

$$\frac{bb_1}{aa_1} = \frac{Ob}{Oa}$$

由比例关系特性可推出

$$\frac{bb_1 - aa_1}{aa_1} = \frac{Ob - Oa}{Oa}$$

由图中线段关系可知

$$b_1b_2 = bb_1 - aa_1 \quad ab = Ob - Oa$$

代入上式得

$$Oa = \frac{aa_1 \cdot ab}{b_1 b_2} \quad (3-2)$$

由三角形面积公式, 可得 ΔOaa_1 面积为

$$l = \frac{1}{2} Oa \cdot aa_1 \quad (3-3)$$

联立 (3-2) (3-3) 式得

$$l = \frac{aa_1^2 \cdot ab}{2b_1 b_2}$$

上式右边分子、分母同乘 ab 得

$$l = \frac{(aa_1 \cdot ab)^2}{2b_1 b_2 \cdot ab} \quad (3-4)$$

由图可知, $aa_1 \cdot ab$ 等于矩形 $aa_1 b_2 b$ 的面积, 即有

$$aa_1 \cdot ab = l_1 - l_0 \quad (3-5)$$

联立 (3-1) (3-5) 式得

$$aa_1 \cdot ab = \frac{1}{2} (3l_1 - l_2) \quad (3-6)$$

同理, 由图可知 $b_1 b_2 \cdot ab = b_1 b_2 \cdot a_1 b_2$, 数值上等于 $\Delta a_1 b_2 b_1$ 面积的二倍

$$b_1 b_2 \cdot ab = 2l_0$$

将 (3-1) 代入上式得

$$b_1 b_2 \cdot ab = l_2 - l_1 \quad (3-7)$$

联立 (3-6) (3-7) (3-4) 式可解得

$$l = \frac{(3l_1 - l_2)^2}{8(l_2 - l_1)}$$

● 解法二

由图可知, 线段 bb_1 是梯形 $aa_1 c_1 c$ 的中位线, 由面积关系得

$$l_1 + l_2 = bb_1 \times 2ab$$

$$\text{即} \quad bb_1 = \frac{l_1 + l_2}{2ab} \quad (3-8)$$

由三角形面积公式, 可得三角形 $a_1 b_1 b_2$ 的面积 l_0 为