哥德巴赫猜想、蜂窝猜想、幻方问题……好玩的数学谜题，神奇的数学世界，开动你的脑筋，我们一起玩转数学。

当代青少年科普文库新编

好玩的数学——有趣的经典数学谜题

HAOWANDESHUXUE

主编◎韩雪

安徽美术出版社
全国百佳图书出版单位

当代青少年科普文库新编

好玩的数学
有趣的经典数学谜题

主编：韩　雪

安徽美术出版社
全国百佳图书出版单位

图书在版编目（CIP）数据

好玩的数学：有趣的经典数学谜题 / 韩雪主编. —
合肥：安徽美术出版社，2013.4
（当代青少年科普文库新编）
ISBN 978-7-5398-4336-0

Ⅰ. ①好… Ⅱ. ①韩… Ⅲ. ①数学—青年读物②数学—少年读物 Ⅳ. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 028779 号

当代青少年科普文库新编

好玩的数学——有趣的经典数学谜题

Haowan de Shuxue Youqu de Jingdian Shuxue Miti

主编：韩 雪

出 版 人：武忠平　　选题策划：芦 军
责任编辑：陈 远 刘 玲　　责任校对：司开江 陈芳芳
责任印制：徐海燕　　版式设计：韩雪工作室
封面设计：袁 野
出版发行：安徽美术出版社（http://www.ahmscbs.com）
地　　址：合肥市政务文化新区翡翠路 1118 号出版传媒广场 14 层　邮编：230071
营 销 部：0551-63533604（省内）0551-63533607（省外）
印　　刷：北京毅峰迅捷印刷有限公司
开　　本：880mm×1230mm　1/16　印张：10
版　　次：2013 年 4 月第 1 版　2013 年 4 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5398-4336-0
定　　价：19.80 元

序言

近年来，青少年读者对《人与自然》《走近科学》《科学世界》《飞碟探索》等电视科普节目、期刊以及科幻小说的热爱，从不同侧面印证了科普知识的特殊魅力。事实上，正因为科学无处不在、无时不有，并深深地制约着我们的日常生活和社会的未来发展，从而使得在科普的名义之下，必然形成根深叶茂的知识体系，人们也理应对此类出版物表现出足够的热情。许多专家都曾指出，目前中国青少儿科普图书存在的问题，主要表现在科普观念陈旧，常常陷入灌输教育的尴尬模式，这容易减抑孩子们的兴趣，好像科学就是难懂的名词、枯燥的数字和干巴巴的定理。的确，科普读物既不同于教科书，也有别于文学创作，要想得到广大青少年读者的青睐，就必须在科学知识的严谨性和阅读过程中的趣味性之间寻求一种平衡。一旦这种平衡得以实现，就能真正引起青少年的阅读兴趣。要想做到这一点，就应当摒弃成年人的思维模式，必须从青少年的阅读特性和趣味触角来创作，而这正是本套《当代青少年科普文库新编》的编撰目的。

为了提供一套适合广大青少年阅读心理和特点的百科全书类科普读物，并在知识更新、涉猎范围、阅读趣味、印装方式等方面进行全面打造，力求以耳目一新的面貌出现。为此，《当代青少年科普文库新编》将着重从以下几方面入手：

（一）增加大量生动有趣的插图，以图释文，以图辅文，利用视觉感官的冲击效应引发读者的阅读兴趣。

（二）追求博物致知，避免生硬、单一、枯燥的知识灌输，拟采用更乐于让读者轻松阅读的创作方法，或制造话题，或从故事出发，或以提问方式，或结合生活，唤起读者的好奇心。

（三）在普及科学知识的同时，注重引起读者思考，强调人文精神的传播。不仅突显科学家探索未知世界的科学精神，还要兼顾科学对个人和社会的影响，彰显在科学探索过程之中或之外所表现出的人文精神。

（四）科学技术的发展日新月异，总是不断有许多新的科学知识和热点值得传播、探讨，拟在原套丛书基础上，增加这部分内容。

（五）语言描述力求深入浅出，活泼、生动、有趣，避免平淡枯燥、单调无味的理论灌输和说教。

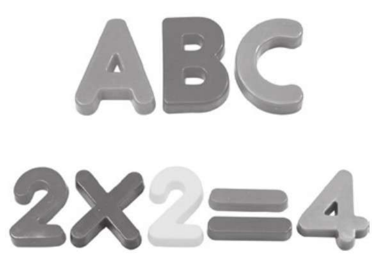
另外，本套丛书着重兼顾青少年的知识结构和趣味重心，在图书内容的框架搭建上，主要是以影响面广、趣味性强以及与日常生活紧密相关的知识为主。总的来看，本丛书的主要内容大体涉及数学、物理、化学、医学、生物、农业、环境、海洋、天文、地理、电信、工程等诸多领域。希望这套丛书不仅能够给广大青少年读者带去广泛的知识，而且能让他们在学习的同时能以自己的思想对书中所表达的知识点有所思考，激发他们对科普知识的浓厚兴趣，意识到大自然和人类社会生活的神奇之处，能够清醒地明白，正是因为人类对地球生物的不断探索，科学才得以诞生。

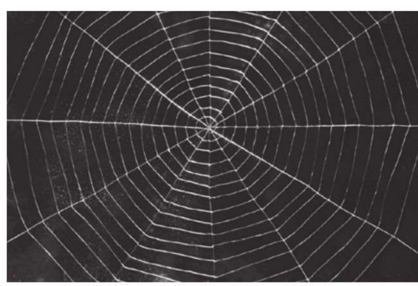
本书在编写时，参考了数百种中外著名百科全书、辞书、学术专著、论文、史籍文献及手稿口碑资料等，限于篇幅和体裁，未能一一注出，谨向其作者表示谢忱。

前言

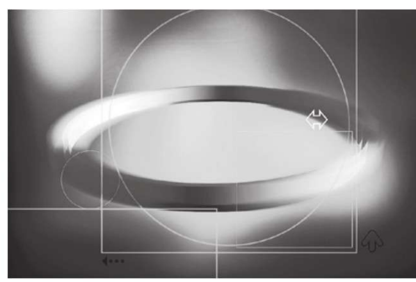
从古到今，人们对数学领域知识的研究从未间断，并时时传来捷讯。数学，作为一门独立的学科，与我们每个人的学习、日常生活息息相关。本书中收录了一些历史上比较有代表意义的数学谜题，其中有些通过前人的钻研，已经取得了令人瞩目的成就，运用到相关的科学领域中，而部分问题至今仍然是未解之谜，需要后人去发掘玩味。这些好玩的数学问题，会让人们在灵机一动中领悟数学的真谛，在不知不觉中进入生动有趣的数学世界，享受数学带来的无穷乐趣。本书内容丰富，概念清楚，文字通俗，深入浅出，注重谜题原本直观的描述，部分章节使用了图形和语言相结合的方式介绍了经典谜题的来龙去脉，并通过举例说明了谜题的基本公理和研究进展，给了爱好钻研数学谜题的读者一定的提示，同时加深读者对数学谜题本身的理解，通过阅读，培养读者应用数学解决实际问题的能力和热爱数学、善于探索钻研的学习兴趣。

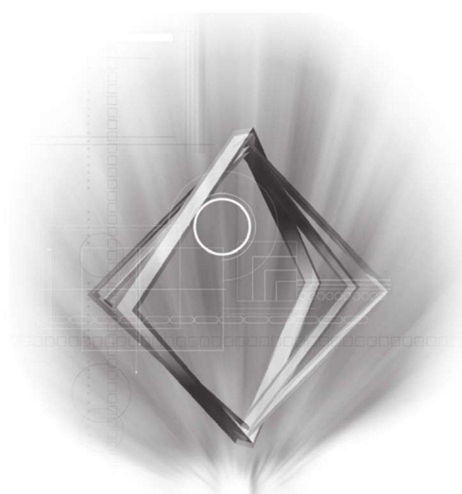
目录


ABC
2X2=4



MULU





数学并不是一门枯燥的学科，从古到今，从西至中，人类留下了许多有趣的数学谜题，等待着后人去发掘玩味。这些好玩的数学问题，会让人们在灵机一动中领悟数学的真谛，在不知不觉中进入生动有趣的数学世界，享受数学带来的无穷乐趣。

1 哥德巴赫猜想

世界近代三大数学难题之一。哥德巴赫是德国一位中学教师，也是一位著名的数学家，生于1690年，1725年当选为俄国彼得堡科学院院士。1742年，哥德巴赫在教学中发现，每个不小于6的偶数都是两个素数（只能被1和它本身整除的数）之和。如6＝3+3，12＝5+7等等。

1742年6月7日哥德巴赫写信给当时的大数学家欧拉，正式提出了以下的猜想：a.任何一个大于6的偶数都可以表示成两个素数之和。b.任何一个大于9的奇数都可以表示成三个素数之和。这就是哥德巴赫猜想。欧拉在回信中

说，他相信这个猜想是正确的，但他不能证明。从此，这道数学难题引起了几乎所有数学家的注意。哥德巴赫猜想由此成为数学皇冠上一颗可望不可及的“明珠”。

在信中他写道：“我的问题是这样的：

随便取某一个奇数，比如77，可以把它写成三个素数之和：77=53+17+7；

再任取一个奇数，比如461，

461=449+7+5，

也是三个素数之和，461还可以写成257+199+5，仍然是三个素数之和。这样，我发现：任何大于9的奇数都是三个素数之和。

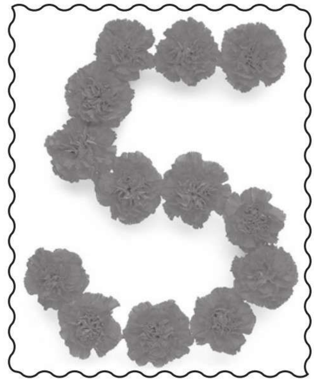
但这怎样证明呢？虽然做过的每一次试验都得到了上述结果，但是不可能把所有的奇数都拿来检验，需要的是一般的证明，而不是个别的检验。”

同年的6月30日，欧拉给哥德巴赫回信说：“这个命题看来是正确的”。但是他也给不出严格的证明。同时欧拉又提出了关于此猜

想的另一个等价的版本：任何一个大于2的偶数都是两个素数之和，但是这个命题他也没能给予证明。

哥德巴赫猜想看似简单，但要证明它却很不容易。在18、19世纪，所有的数论专家对哥德巴赫猜想的证明都没有作出实质性的推进，直到20世纪才有所突破。1937年苏联数学家维诺格拉多夫，用他创造的“三角和”方法证明了“任何大奇数都可表示为三个素数之和”。但是维诺格拉多夫的所谓大奇数要求大得出奇，与哥德巴赫猜想的要求仍有很大的差距。

想要直接证明哥德巴赫猜想是不容易的，于是采取了“迂回战术”，就是先考虑把偶数表示为两数之和，而每一个数又是若干素数之积。



哥德巴赫猜想最初的内容也可表述为“任何一个大于5的整数都可写成三个质数之和”。而现在常见的猜想陈述为欧拉的版本，即“任何一个大于2的偶数都可写成两个质数之和”。

事实上，任何一个大于5的奇数都可以写成如下形式：2N+1=3+2（N–1），其中2（N–1）≥4。假设欧拉的命题成立，那么偶数2N就可以写成两个素数之和，因此奇数2N+1可以写成三个素数之和，从而，对于大于5的奇数，哥德巴赫猜想是成立的。

但哥德巴赫猜想成立并不能确保欧拉命题也成立，因而欧拉命题比哥德巴赫猜想要求更高。现在，数学界通常把这两个命题统称为哥德巴赫猜想。把命题“任何一个大偶数都可以表示成为一个素因子个数不超过a个的数与另一个素因子不超过b个的数之和”，记作“a+b”。哥德巴赫猜想就是要证明“1+1”成立。

1920年，挪威的布朗证明了“9+9”。

1924年，德国的拉特马赫证明了“7+7”。

1932年，英国的埃斯特曼证明了“6+6”。

1937年，意大利的蕾西先后证明了“5+7”“4+9”“3+15”和“2+366”。

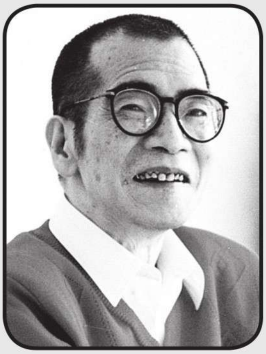
1938年，苏联的布赫夕太勃证明了“5+5”。

1940年，苏联的布赫夕太勃证明了“4+4”。

1956年，中国的王元证明了“3+4”。随后证明了“3+3”和“2+3”。

1948年，匈牙利的瑞尼证明了“1+c”，其中c是一很大的自然数。

1962年，中国的潘承洞和苏联的巴尔巴恩证明了“1+5”，中国的王元证明了“1+4”。



1965年，苏联的布赫夕太勃和小维诺格拉多夫，及意大利的朋比利证明了“1+3”。

1966年，中国的陈景润证明了“1+2”成立，即“任何一个大偶数都可表示成一个素数与另一个素因子不超过2个的数之和”。（注：组成大偶数的素数不可能是偶素数，只能是奇素数。因为在素数中只有一个偶素数，那就是2。）

20世纪的数学家们研究哥德巴赫猜想

所采用的主要方法是筛法、圆法、密率法和三角和法等高深的数学方法。解决这个猜想的思路，就像缩小包围圈一样，逐步逼近最后的结果。

由于陈景润的贡献，人类距离哥德巴赫猜想的最后结果“1+1”仅有一步之遥了。但为了实现这最后的一步，也许还要经历一个漫长的过程。有许多科学家认为，要想证明“1+1”，必须通过创造新的数学方法，以往的路很可能是走不通的。

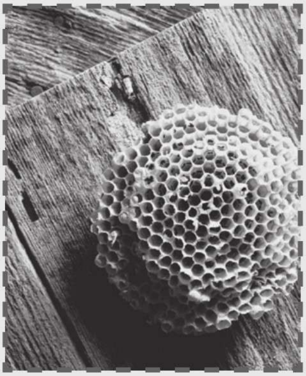
哥德巴赫猜想的意义

哥德巴赫猜想为什么会吸引人？世界上绝对没有客观方面能打动人的事物和因素。一件事之所以会吸引人，那是因为它具有某种特质能震动观察者的感受力，感受力的大小即观察者的素质。哥德巴赫猜想以一种表面开朗简洁的形式掩盖它阴险的本质。

2 蜂窝猜想

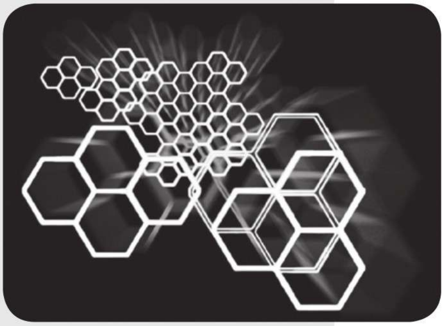
蜂窝的优美形状既代表最有效的劳动成果，也代表了最高效地使用材料的结晶，它是大自然最伟大的杰作之一。早在公元前36年，古罗马学者法罗在一本关于农业的书中就讨论了蜜蜂蜂巢的六边形结构。当时有两种不同的关于六边形结构的理论，一种理论认为：蜜蜂的蜂巢之所以成六边形，6是为了更好地适应蜜蜂的六只脚；而另外一

种理论则获得了当时数学界的支持，即蜂巢的结构可以用蜂巢的等



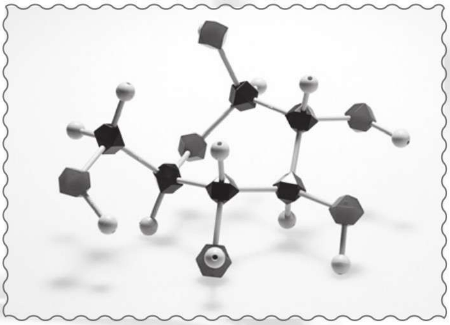
周长特征给予解释。法罗在书中写道：“蜂巢不是有六个角吗？几何学家已经证明：内接于一个圆形中的六边形包含了最大的空间。”

几个世纪后，古希腊亚历山大学者佩波斯在他第五本书中对于法罗曾提出的问题给出了证明，但佩波斯的证明是不完全的。他仅列出了对三种可能情况的比较，即以三角形、正方形和六边形为例来分隔一个平面。佩波斯只选择这三种规则多边形的原因很简单，因为只有这三种形状能够形成连续排列的几何图案而中间没有空隙，如果有了空隙，外部物质就有可能进入这些空间，从而破坏蜂巢的纯洁性。佩波斯在“蜜蜂的智慧”一文中写道：“与建造其他几何图形相比，蜜蜂用同样的材料（蜂蜡）建造的六边形蜂巢所占用的空间大于四边形和三角形，且能容纳更多的蜂蜜。”但是，问题又出现了，依据六边形的构造模式，对以给定的面积在一个给定的平面所进行的分隔是否为最佳？且边缘的长度要求为最小？这就是被后人称为“蜂窝猜想”的命题。



虽然蜜蜂的巢房是一个三维结构，但每个巢房在方向上是均匀的，

且垂直于蜂巢的底基。因此，蜂巢的六边形截面形状可以完全用于计算蜜蜂建筑巢房所需要的蜂蜡。于是，数学家所关心的蜂窝猜想就变成了一个两维的平面问题，仿佛是让蜜蜂在一个宽敞的浴室地面，如何用固定形状的地砖，来覆盖整个地面的问题？



生物学家一直假设蜜蜂是想使用最少的蜂蜡来建筑它们的蜂巢，但连续排列的正六边形蜂巢真的是最好的选择吗？如果蜂巢的隔墙不是平面而是曲面，那又会是怎样的情况呢？为什么巢房的边必须是等边的？他们的形状和大小为什么是相同的？为什么不能是一组随机出现的多边形组合呢？

匈牙利数学家陶斯在1943年巧妙地证明了“在所有首尾相连的多边形中，能够连续排列同样面积的几何图形最多有六个边，且只有正六边形的周长是最小的，而且，六边以上多边形所具有的优势足以抵消不足六边的多边形所具有的劣势，在边长为直边的条件下，具有最小周长，且可以对给定平面进行等量分割的方式就是蜂窝的正六边形”。但如果多边形的边是曲线而不是直线时，会发生什么情况呢？陶斯认为，正六边形与其他任何形状的图形相比，它的周长是最小的。但是他却并未能证明这一点。

美国密执根大学的数学家黑尔教授在1999年提出了对“蜂窝猜想”的证明。蜂窝是一座十分精密的建筑工程。蜜蜂建巢时，青壮年工蜂负责分泌片状新鲜蜂蜡，每片只有针头大小。另一些工蜂则负责将这些蜂蜡仔细摆放到一定的位置，以形成竖直六面柱体。每一面蜂蜡隔墙厚度及误差都非常小。6面隔墙宽度完全相同，墙之