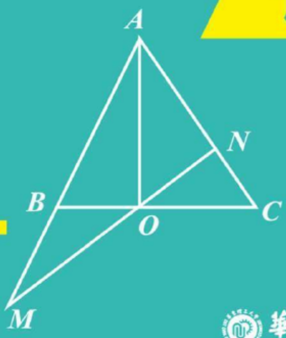
给力数学
GEILI MATHEMATICS

15招破解高考数学压轴题锦囊秘笈



彭林 王智杰 吴夏光 ◎ 编著

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

给力数学
GEILI MATHEMATICS

15招破解高考数学压轴题锦囊秘笈

彭林 王智杰 吴夏光 ◎ 编著

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS
·上海·

图书在版编目(CIP)数据

15招破解高考数学压轴题:锦囊秘笈/彭林,王智杰,吴夏光编著.—上海:华东理工大学出版社,2017.5

(给力数学)

ISBN 978-7-5628-4961-2

Ⅰ.①1… Ⅱ.①彭… ②王… ③吴… Ⅲ.①中学数学课-高中-题解-升学参考资料 Ⅳ.①G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第058322号

策划编辑/赵子艳
责任编辑/赵子艳
装帧设计/徐　蓉
出版发行/华东理工大学出版社有限公司
地址:上海市梅陇路130号,200237
电话:021-64250306
网址:www.ecustpress.cn
邮箱:zongbianban@ecustpress.cn
印　　刷/上海市崇明县裕安印刷有限公司
开　　本/787mm×1092mm　1/32
印　　张/6.125
字　　数/151千字
版　　次/2017年5月第1版
印　　次/2017年5月第1次
定　　价/19.80元

版权所有　侵权必究

前 言

高考数学压轴题，也称作能力型试题、难题、把关题，没有一个统一的称谓和特别固定的内涵.一般认为，压轴题就是一份高考试卷中体现“选拔性”的试题，分值大约占全卷的 20%，位置主要分布在选择题和填空题的最后一题、解答题的最后两题.考查的考点和模块主要是：选择题和填空题——高考《考试说明》要求的任何内容都可以涉及；解答题——主要集中于函数、导数与不等式、数列型不等式、解析几何这四大块.

本书通过对 90 余道高考数学压轴题进行题意挖掘、结构分析、背景揭示、方法提炼、思想总结等，为同学们提供了攻克高考数学压轴题的必胜 15 招，相信同学们掌握了这些数学解题方法、技巧与策略，一定能“征服”高考数学压轴题.

俗话说：“熟读唐诗三百首，不会作诗也会吟.”做题亦复如此.希望同学们在使用本书的过程中，要先读题，认真思考，尽量不要去翻看解答过程.遇到实在解决不了的问题，解答过程可以作为参考，但之后务必再去独立写一遍，只有这样不断地举一反三，把一道题做“深”做“透”，才能达到事半功倍的效果.

希望使用本书的同学，能够抓住数学学习的特点，做题时需要进行严格的逻辑推理并用符号语言与图形语言准确地表达出来，这样有助于培养严密的数学思维；进而需要注意每道题的特点，这样有助于锻炼思路的针对性和灵活性.

解题多少固然重要，但更重要的在于“多思”，解题质量的高低、解题方法的优劣，则完全取决于“善思”的程度.希望使用本书的同学能从中学会“多思”，并达到“善思”，从而掌握解题思想、方法和技巧，熟练地解答高考数学压轴题.

特别感谢陈余、谢正国、罗德建、李海燕、吴宏宇、吴奇琰、

张移、王江波、吴玲玲、郭伟、李丹、王健、朱萍萍、李堃、孔怡、李秀琴、彭光进等老师为本书编写提供的帮助和做出的贡献.

好运留给有准备的人——祝你好运.

彭林

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

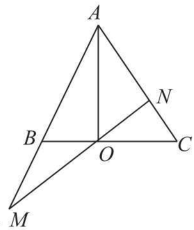
目 录

第一招　特例引路

特例思想是通过考查数学对象的特殊情况来获得一般性结论.举出特例或者研究特殊情况要比研究一般情况容易得多.研究清楚了特殊情况,对于解决一般情况可以提供解题思路.当题目十分复杂或解题目标不明确时,往往需要考查题设条件中的某些特殊情况,从中找出能反映问题本质属性的隐含信息,这样做,常常能够打开我们的思路,发现解决问题的方法.

特例思想有时也可用来直接判断结论的对错,关键是能否找到一个最佳的特殊化问题,即关键在于选取"一针见血"的特例.

例 1　如图,在△ABC 中,点 O 是 BC 的中点,连接 AO,过点 O 的直线分别交直线 AB,AC 于不同的两点 M,N,若 $\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AM}$,$\overrightarrow{AC}=n\overrightarrow{AN}$,则 $m+n$ 的值为________.



例 1 图

解析　解法 1:因为 O 是 BC 的中点,

所以 $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=\frac{m}{2}\overrightarrow{AM}+\frac{n}{2}\overrightarrow{AN}$.

因为 M,O,N 三点共线,所以 $\frac{m}{2}+\frac{n}{2}=1$,所以 $m+n=2$.

解法 2:利用特殊位置可以迅速得解.

取 M 与 B 重合,N 与 C 重合,此时 $m=n=1$,得 $m+n=2$.

例 2　已知函数 $f(x)=x-\frac{1}{3}\sin 2x+a\sin x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,则 a 的取值范围是(　　).

A. $[-1,1]$ **B.** $\left[-1,\frac{1}{3}\right]$ **C.** $\left[-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$ **D.** $\left[-1,-\frac{1}{3}\right]$

解析 本题在二次函数、三角函数及其单调性等知识点交汇处命题，结论是参数的取值范围，涉及三角变换、导数、恒成立等知识点的应用，解题方向自然会转化为函数的最值、恒成立问题，若使用数形结合或借助特值法，会给解题带来意想不到的简捷.

解法 1（特殊值法）：对函数 $f(x)$ 求导，得 $f'(x)=1-\frac{2}{3}\cos 2x+a\cos x=\frac{5}{3}-\frac{4}{3}\cos^2 x+a\cos x$. 根据题意，$f'(x)\geqslant 0$ 恒成立，因为函数 $f'(x)$ 为偶函数，从而 $f'(x)=0$ 的两根一定互为相反数，即可知 a 的值关于原点对称，排除选项 B、D；当 $a=-1$ 时，$f'(0)=\frac{5}{3}-\frac{4}{3}\cos^2 0+a\cos 0<0$，说明函数 $f(x)$ 不是恒单调递增的，排除选项 A. 故选 C.

解法 2（特殊值法）：观察本题的四个选项，发现选项 A、B、D 中都有数 -1，故取 $a=-1$，$f(x)=x-\frac{1}{3}\sin 2x-\sin x$，$f'(x)=1-\frac{2}{3}\cos 2x-\cos x$，但 $f'(0)=1-\frac{2}{3}-1=-\frac{2}{3}<0$，不符合 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，排除选项 A、B、D. 故选 C.

解法 3（数形结合）：根据题意，可知 $f'(x)=1-\frac{2}{3}\cos 2x+a\cos x\geqslant 0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，化简可得 $-\frac{4}{3}\cos^2 x+a\cos x+\frac{5}{3}\geqslant 0$ 成立. 又因为 $|\cos x|\leqslant 1$，令 $\cos x=t$，则 $-\frac{4}{3}t^2+at+\frac{5}{3}\geqslant 0$ 在 $t\in[-1,1]$ 恒成立.

设 $g(t)=-\frac{4}{3}t^2+at+\frac{5}{3}$，则函数 $g(t)$ 在 $t\in[-1,1]$ 上，使

得不等式 $g(t)\geqslant 0$ 恒成立，此时

$$\begin{cases}g(1)\geqslant 0,\\ g(-1)\geqslant 0,\end{cases}\quad 所以\begin{cases}-\dfrac{4}{3}\times 1^2+a+\dfrac{5}{3}\geqslant 0,\\ -\dfrac{4}{3}\times(-1)^2-a+\dfrac{5}{3}\geqslant 0,\end{cases}$$

所以 $-\dfrac{1}{3}\leqslant a\leqslant\dfrac{1}{3}$.故选 C.

解法 4(分类讨论)：由解法 3 可知，函数 $g(t)=-\dfrac{4}{3}t^2+at+\dfrac{5}{3}\geqslant 0$，其中 $t\in[-1,1]$.对参数 t 分类讨论：

当 $t=0$ 时，函数 $g(0)=\dfrac{5}{3}\geqslant 0$，此时参数 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增；

当 $t>0$ 时，分离参数得 $a\geqslant\dfrac{\frac{4}{3}t^2-\frac{5}{3}}{t}=\dfrac{4}{3}t-\dfrac{5}{3t}$ 恒成立.设函数 $h(t)=\dfrac{4}{3}t-\dfrac{5}{3t}$，即有 $a\geqslant h(t)_{\max}$ 成立，由于 $h'(t)=\dfrac{4}{3}+\dfrac{5}{3t^2}>0$，从而可知函数 $h(t)$ 在 $(0,1]$ 上单调递增，所以 $a\geqslant h(1)=-\dfrac{1}{3}$.

当 $t<0$ 时，分离参数得 $a\leqslant\dfrac{\frac{4}{3}t^2-\frac{5}{3}}{t}=\dfrac{4}{3}t-\dfrac{5}{3t}$ 恒成立.易得 $a\leqslant h(t)_{\min}=h(-1)=\dfrac{1}{3}$.

综上所述，a 的取值范围是 $a\in\left[-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{3}\right]$.故选 C.

本题的四种解法中，解法 1 是从函数的整体性质(单调性、奇偶性)出发，排除不符合题意的选项，是优化解题方法的最好策略；解法 2 是从题目的选项特征出发，采取特值法解题，方法简单；解

法 3 就是将函数 $f(x)$ 求导后，再构造函数转化为不等式 $g(t)\geqslant 0$ 恒成立，结合函数 $g(t)$ 的结构特征与图形特征解题；解法 4 中，令 $\cos x=t$，对参数 t 进行分类讨论后，再利用导数知识研究单调性、最值，这就是有关单调性问题的解题套路.

例 3 函数 $f(x)$ 的定义域为 **R**，若 $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数，则（　　）.

A. $f(x)$ 是偶函数　　B. $f(x)$ 是奇函数

C. $f(x)=f(x+2)$　　D. $f(x+3)$ 是奇函数

解析 令 $f(x)=\sin \pi x$，

则 $f(x+1)=\sin \pi(x+1)=-\sin \pi x$，$f(x-1)=\sin \pi(x-1)=-\sin \pi x$.

所以，当 $f(x+1)$，$f(x-1)$ 都是奇函数时，$f(x)$ 不是偶函数，排除 A.

令 $f(x)=\cos \dfrac{\pi}{2}x$，则

$f(x+1)=\cos \dfrac{\pi}{2}(x+1)=-\sin \dfrac{\pi}{2}x$，

$f(x-1)=\cos \dfrac{\pi}{2}(x-1)=\sin \dfrac{\pi}{2}x$，

且 $f(x+2)=\cos \dfrac{\pi}{2}(x+2)=-\cos \dfrac{\pi}{2}x$，

所以，当 $f(x+1)$，$f(x-1)$ 都是奇函数时，$f(x)$ 不是奇函数，且 $f(x)\neq f(x+2)$，排除 B、C.

故选 D.

上述解法中，是用两个使 $f(x+1)$，$f(x-1)$ 都是奇函数的特殊函数，排除选项 A、B、C 的.

事实上，$f(x+1)$ 是奇函数，则

$f(x)=f(x-1+1)=-f[-(x-1)+1]=-f(-x+2)$，

$f(x-1)$是奇函数，则$-f(-x+2)=-f[(-x+3)-1]$ $=f[x-3-1]=f(x-4)$，

所以 $f(x)=f(x-4)$.

那么 $f(x+3)=f(x+3-4)=f(x-1)$是奇函数，因而选 D.

例 4 **已知函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$满足 $f(-x)=2-f(x)$，若函数 $y=\frac{x+1}{x}$与 $y=f(x)$的图像的交点分别为(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_m,y_m)，则 $\sum\limits_{i=1}^{m}(x_i+y_i)$等于(　　).**

A. 0　　**B. m**　　**C. $2m$**　　**D. $4m$**

解析　条件中 $f(x)(x\in\mathbf{R})$为抽象函数，题中仅给出了它满足的性质 $f(-x)=2-f(x)$，显然不可能求出这些交点的坐标，这说明交点坐标应该满足某种“规律”，这种“规律”必须和这两个函数的性质有关系，而与坐标有关的性质让我们容易想到对称性，易知函数 $y=\frac{x+1}{x}$关于点(0,1)成中心对称，那么 $f(x)(x\in\mathbf{R})$是否也关于点(0,1)成中心对称？基于选择题的特点，解题方向不外乎两个：一是判断 $f(x)$的对称性，利用两个函数的对称性求解；二是构造一个具体的函数 $f(x)$来求解.

解法 1(利用函数的对称性)：由 $f(-x)=2-f(x)$，即 $f(-x)+f(x)=2$，可知点$(x,f(x))$与点$(-x,f(-x))$连线段的中点是(0,1)，故函数 $f(x)$的图像关于点(0,1)成中心对称，而 $y=\frac{x+1}{x}=1+\frac{1}{x}$也关于点(0,1)对称，所以两者图像的交点也关于点(0,1)对称.对于每一组对称点 $x_i+x'_i=0$，$y_i+y'_i=2$，则 $\sum\limits_{i=1}^{m}(x_i+y_i)=\sum\limits_{i=1}^{m}x_i+\sum\limits_{i=1}^{m}y_i=0+2\times\frac{m}{2}=m$.故选 B.

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

解法 2(构造特殊函数):根据 $f(-x)=2-f(x)$,构造一个符合条件的具体函数,$f(x)=x+1$ 显然满足此条件.此时 $f(x)$ 与 $y=\frac{x+1}{x}$ 的交点分别为 $(1,2)$ 和 $(-1,0)$,所以 $\sum_{i=1}^{m}(x_i+y_i)=\sum_{i=1}^{m}x_i+\sum_{i=1}^{m}y_i=0+2\times\frac{m}{2}=m$.所以选 B.

本题的两种解法,体现了解决抽象函数问题的两个重要解题策略.

(1) 函数性质法:先研究清楚函数的奇偶性、对称性和周期性等性质,这样函数就由抽象变得具体了,我们就可以画出符合性质的草图来解题.

(2) 特殊值法:根据对题目给出的抽象的函数性质的理解,找到一个符合题意的具体函数或给变量赋值,把抽象函数问题化为具体的数学问题,从而使问题得解.

例 5 **设 $\triangle ABC$ 中,$BC=a$,$AC=b$,$AB=c$. 若 $\angle A+\angle C=2\angle B$,求最大的正整数 n,使 $a^n+c^n\leqslant 2b^n$ 对任何这样的三角形都成立.**

解析 在 $\triangle ABC$ 中,由已知条件 $\angle A+\angle C=2\angle B$ 及内角和 $\angle A+\angle B+\angle C=\pi$ 可知 $\angle B=\frac{\pi}{3}$.由正弦定理,可知不等式 $a^n+c^n\leqslant 2b^n$ 等价于 $\sin^n A+\sin^n C\leqslant 2\sin^n B$.

此时题目转化为"求最大的整数 n,使 $\sin^n A+\sin^n C\leqslant 2\sin^n B$ 对任何有一个角等于 $\frac{\pi}{3}$ 的三角形都成立."

考虑特殊的 $\triangle ABC$,其中 $\angle A=\frac{\pi}{2}$,$\angle B=\frac{\pi}{3}$,$\angle C=\frac{\pi}{6}$,

则 $\sin A=1$,$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\sin C=\frac{1}{2}$,

则不等式$\sin^n A+\sin^n C\leqslant 2\sin^n B$ 等价于 $1+\left(\frac{1}{2}\right)^n\leqslant 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$.

这时我们可以对正整数 n 从 1 开始依次取值,验证上述不等式是否成立.

当 $n=1$ 时,$1+\frac{1}{2}\leqslant 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$,不等式成立;

当 $n=2$ 时,$1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\leqslant 2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$,即 $1+\frac{1}{4}\leqslant\frac{3}{2}$,不等式成立;

当 $n=3$ 时,$1+\left(\frac{1}{2}\right)^3\leqslant 2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$,即 $1+\frac{1}{8}\leqslant\frac{3\sqrt{3}}{4}$, 即 $3\leqslant 2\sqrt{3}$,不等式成立;

当 $n=4$ 时, $1+\left(\frac{1}{2}\right)^4\leqslant 2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4$,即 $1+\frac{1}{16}\leqslant\frac{9}{8}$, 不等式成立;

当 $n=5$ 时,不等式右边$=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^5=\frac{9\sqrt{3}}{16}<1$(因为$(9\sqrt{3})^2=243<256=16^2$),

而左边$=1+\frac{1}{2^5}>1$,故不等式不成立;

由指数函数的性质可知,当 $n\geqslant 5$ 时,不等式右边$=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n<1$,

而左边$=1+\frac{1}{2^n}>1$,故不等式不成立.

由上述特例的情况可知,满足题意的 n 应该不超过 4.

接下来只要证明当 $n=4$ 时,“不等式 $a^n+c^n\leqslant 2b^n$ 对任何这样的三角形都成立”即可,即证“不等式 $a^4+c^4\leqslant 2b^4$ 对任何这样的三角形都成立”.

在$\triangle ABC$中,$\angle B=\dfrac{\pi}{3}$.

由余弦定理得

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=a^2+c^2-ac$.

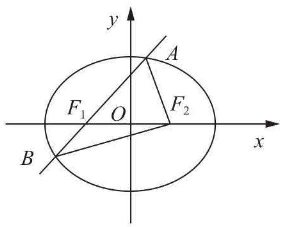
$$\begin{aligned}2b^4-a^4-c^4&=2(a^2+c^2-ac)^2-a^4-c^4\\&=2(a^2+c^2)^2-4ac(a^2+c^2)+2a^2c^2-a^4-c^4\\&=2(a^4+c^4+2a^2c^2)-4ac(a^2+c^2)+2a^2c^2-a^4\\&\quad-c^4\\&=(a^4+c^4+2a^2c^2)-4ac(a^2+c^2)+4a^2c^2\\&=(a^2+c^2)^2-4ac(a^2+c^2)+(2ac)^2\\&=(a^2+c^2-2ac)^2\geqslant 0\end{aligned}$$

所以,满足题意的最大整数n为4.

例6 **如图,椭圆E:$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$,$F_2$,离心率$e=\dfrac{1}{2}$.过点$F_1$的直线交椭圆于$A$,$B$两点,且$\triangle ABF_2$的周长为8.**

(1)求椭圆E的方程.

(2)设动直线l:$y=kx+m$与椭圆E有且仅有一个公共点P,且与直线$x=4$相交于点Q.试探究:在坐标平面内是否存在定点M,使得以PQ为直径的圆恒过点M?若存在,求出点M的坐标;若不存在,说明理由.



例6图

解析 (1)由椭圆的定义易得椭圆E的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

(2) 联立$\begin{cases} y=kx+m, \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1, \end{cases}$得$(4k^2+3)x^2+8kmx+4m^2-12=0$.

由于动直线 l 与椭圆 E 有且只有一个公共点 $P(x_0,y_0)$,故 $m\neq 0$且 $\Delta=0$,

即 $64k^2m^2-4(4k^2+3)(4m^2-12)=0$,化简得

$4k^2-m^2+3=0$, ①

此时 $x_0=-\dfrac{4km}{4k^2+3}=-\dfrac{4k}{m}$, $y_0=kx_0+m=\dfrac{3}{m}$, 故 $P\left(-\dfrac{4k}{m},\dfrac{3}{m}\right)$.

由$\begin{cases} x=4, \\ y=kx+m, \end{cases}$得 $Q(4,4k+m)$.

接下去探求 M 的存在性,看以下两种解法:

解法 1:假设平面内存在点 M 满足条件,由图形的对称性知,点 M 必在 x 轴上.

设 $M(x_1,0)$,则$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}=0$ 对于满足式①的 m,k 恒成立.

而$\overrightarrow{MP}=\left(-\dfrac{4k}{m}-x_1,\dfrac{3}{m}\right)$,$\overrightarrow{MQ}=(4-x_1,4k+m)$,

由$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}=0$,得$(4x_1-4)\dfrac{k}{m}+x_1^2-4x_1+3=0$. ②

由于式②对满足式①的 m,k 恒成立,所以 $4x_1-4=0$ 且 $x_1^2-4x_1+3=0$,

解得 $x_1=1$.故存在定点 $M(1,0)$,使得以 PQ 为直径的圆恒过点 M.

解法 2:假设平面内存在点 M 满足条件,由图形的对称性知,点 M 必在 x 轴上.

取 $k=0,m=\sqrt{3}$,此时 $P(0,\sqrt{3})$,$Q(4,\sqrt{3})$.

以 PQ 为直径的圆为$(x-2)^2+(y-\sqrt{3})^2=4$,交 x 轴于点

$M_1(1,0)$，$M_2(3,0)$.

取 $k=-\frac{1}{2}$，$m=2$，此时 $P(1,\frac{3}{2})$，$Q(4,0)$.

以 PQ 为直径的圆为 $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{45}{16}$，交 x 轴于点 $M_1(1,0)$，$M_2(4,0)$.

所以若符合条件的点 M 存在，则点 M 的坐标必为(1,0).

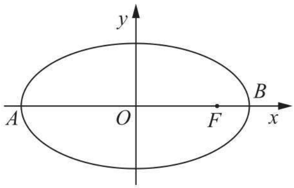
以下只需证明点(1,0)就是满足条件的点.

由 $\overrightarrow{MP}=\left(-\frac{4k}{m}-1,\frac{3}{m}\right)$，$\overrightarrow{MQ}=(3,4k+m)$，得 $\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}=-\frac{12k}{m}-3+\frac{12k}{m}+3=0$，

即恒有 $\overrightarrow{MP}\perp\overrightarrow{MQ}$，故存在定点 $M(1,0)$，使得以 PQ 为直径的圆恒过点 M.

上面的解法1是直接假设点 M 存在，依据条件得出点 M 的坐标.但在动直线有两个参变量的前提下进行推理运算，需要较强的技巧；而解法2通过取两组特殊数值探路，猜测一般问题的结果，再给予证明，显得自然、合理、简洁！

例 7 **在平面直角坐标系 xOy 中，如图(1)，已知椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 的左、右顶点为 A，B，右焦点为 F，设过点 $T(t,m)$ 的直线 TA，TB 与椭圆分别交于点 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，其中 $m>0$，$y_1>0$，$y_2<0$.**



例 7 图(1)

(1) 设动点 P 满足 $PF^2-PB^2=4$，求点 P 的轨迹；

(2) 设 $x_1=2$，$x_2=\frac{1}{3}$，求点 T 的坐标；

(3) 设 $t=9$，求证：直线 MN 必过 x 轴上的一定点.（其坐标与 m 无关）

解析　(1) 由题设，得 $A(-3,0)$，$B(3,0)$，$F(2,0)$.

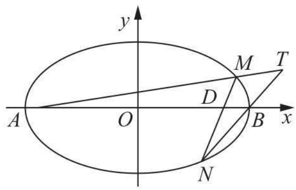
设 $P(x,y)$，则 $PF^2=(x-2)^2+y^2$，$PB^2=(x-3)^2+y^2$.

因为 $PF^2-PB^2=4$，

所以 $(x-2)^2+y^2-[(x-3)^2+y^2]=4$，化简得 $x=\dfrac{9}{2}$.

即点 P 的轨迹为直线 $x=\dfrac{9}{2}$.

(2) 将 $x_1=2$，$x_2=\dfrac{1}{3}$ 分别代入椭圆方程，得 $M\left(2,\dfrac{5}{3}\right)$，$N\left(\dfrac{1}{3},-\dfrac{20}{9}\right)$，如图(2)，直线 TA 的方程为 $\dfrac{y-0}{\dfrac{5}{3}-0}=\dfrac{x+3}{2+3}$，



例 7 图(2)

直线 TB 的方程为 $\dfrac{y-0}{-\dfrac{20}{9}-0}=\dfrac{x-3}{\dfrac{1}{3}-3}$.

联立，解得 $x=7$，$y=\dfrac{10}{3}$.

所以点 T 的坐标为 $\left(7,\dfrac{10}{3}\right)$.

(3) 根据题设，以 m 为参数，分别写出直线 AT 和 BT 的方程，再让它们分别与椭圆方程联立，求得点 M 与 N 的坐标.证明直线 MN 必过 x 轴上的定点，其思路是比较容易获得的，即写出直线 MN 的方程，检验它与 x 轴的交点坐标与 m 无关即可.但是考虑到点 M 与 N 的坐标的复杂性，不妨先求出特殊情形，即：直线 MN

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com