



21世纪电气信息学科立体化系列教材

信号与系统 基础

(第二版)

● 主编 金 波 张正炳



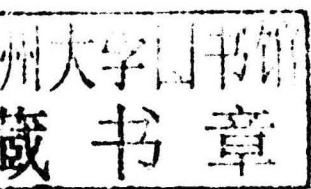
华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

21 世纪电气信息学科立体化系列教材

信号与系统基础(第二版)

主 编 金 波 张正炳
副主编 涂玲英 黄金平
参 编 杨春勇 盛玉霞 马 赛 李 琼



华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 提 要

本书全面论述了信号与系统的基本理论和基本分析方法,重点强调了信号、系统、变换和滤波器的基本概念。叙述方式采用从时域到变换域,从连续到离散,从单输入/单输出分析到状态变量分析。全书共9章,包括信号与系统的概念、连续系统的时域分析、连续信号的傅里叶分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、连续系统的系统函数、离散系统的时域分析、离散系统的 z 域分析和系统的状态变量分析。

本书的特点是用 Matlab 作为计算的辅助工具,并贯穿于全书中;介绍涉及多个学科的工程应用实例;淡化数学推导,注重概念的物理内涵。

本书简明易懂,风格独特,资料丰富,面向应用。可作为本科生的教材,也可供相关人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统基础(第二版)/金波 张正炳 主编. —武汉:华中科技大学出版社, 2013.5

ISBN 978-7-5609-3793-9

I. 信… II. ①金… ②张… III. 信号系统-高等学校-教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 186783 号

信号与系统基础(第二版)

金 波 张正炳 主编

策划编辑:王红梅

责任编辑:王红梅

封面设计:秦 茹

责任校对:刘 竣

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)81321915

录 排:武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷:华中科技大学印刷厂

开 本:787mm×960mm 1/16

印 张:25 插页:2

字 数:577 千字

版 次:2013 年 5 月第 2 版第 4 次印刷

定 价:45.80 元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

第一版前言

信号和系统的概念很早就出现在人类生活和生产活动中。随着现代科学技术的发展,特别是计算机的广泛应用,信号与系统的分析方法和概念得到更广泛的应用。同时,这一领域的理论和实践研究迅速发展,分析和设计方法不断更新。“信号与系统”就是电气信息学科的学科基础课程,主要研究确定性信号,重点讨论线性非时变系统。因为许多工程上的系统都非常接近于线性系统。系统理论研究包括系统分析和系统综合两个方面。系统分析讨论系统对于输入信号所产生的响应,而系统综合则讨论根据给定要求来设计一个系统。本书主要讨论系统分析,着重研究信号传输和处理的一般方法。

本书是根据教育部颁布的《信号与系统课程教学基本要求》编写的。全书分为9章,第1、2章介绍连续时间信号和系统的时域分析,讨论信号和系统的特征、系统响应的求解和卷积计算方法;第3、4章介绍连续信号的傅里叶级数和傅里叶变换及应用,讨论周期信号和非周期信号的频谱、连续系统的频域分析方法;第5、6章介绍拉氏变换及应用,讨论微分方程和动态电路的拉氏变换分析方法,以及复频域系统函数在连续系统分析中的作用;第7、8章介绍离散时间信号和系统的时域分析、 z 域分析,讨论离散信号和系统的特征、离散卷积、 Z 变换及应用;第9章介绍系统的状态变量分析,讨论状态方程的意义、列写和求解状态方程的方法。

本课程中的教学有两种方法。一种是先讲授连续系统后讲授离散系统;另一种则是连续和离散并行讲授。本书采用第一种,即前6章是介绍连续信号和系统的分析,第7、8章是离散信号和系统的分析,第9章是系统的状态变量分析,包括了连续和离散系统。选用这种讲授顺序的主要理由是:其一,连续系统容易理解,先连续后离散比较符合认知规律;其二,一般院校都开设了本课程的后续课程“数字信号处理”课程,它是研究离散信号和系统的。所以,从连续到离散更加适合这种课程结构。

“信号与系统”的教学改革从来没有间断,随着电子信息技术的发展,与之相关的知识、概念、硬件和软件不断更新,“信号与系统”课程的教材也随之发生较大的变化。经过多年的教学实践和教学改革,教师和学生都需要一本既满足教学基本要求,又有加深拓宽的内容,还能加强工程实践能力培养的教材,本书就是本着这一基本原则编写的。编写的指导思想是“立足基础,精选内容,突出重点,利于教学”,使之成为满足

一般院校实用的、有特色的本科教材。在编写过程中,力争处理好教学基本要求与考研要求、本课程与其他课程的衔接、一般教学与计算机辅助教学等关系,并尽量参考国外优秀教材,选用其中的习题,使之与国际接轨。读者将会看到本书的结构和习题都比较新颖,具有以下特色。

(1)选用 Matlab 作为辅助计算工具。作为运算和可视化工具的 Matlab 提供了强大的运算和画图功能,并且代码很精练,编程容易,广泛应用于工程课程的教学。因此,熟练掌握 Matlab 的使用方法,必将在今后的研究工作中受益匪浅。本书在合适的内容处都会插入适当的 Matlab 命令或程序,便于读者随时用 Matlab 解决问题。

(2)本书中编写了 80 多个 Matlab 程序,组成了一个程序包(程序的文件名和功能见附录),用这些程序可以很好地解决“信号与系统”中出现的一般问题。这些程序将收录在教学课件中,读者可登录华中科技大学出版社教学资源网(www.hustp.com)免费下载,读者利用这些程序或稍加修改就可以进行计算或画图,使用起来十分方便。

(3)在精选习题时,本书采用分层次递进的结构,将习题分为三个层次:基本练习题,这是大多数学生必须会做的习题,这种层次的习题应在考试中占 70% 左右;复习提高题,这种题稍有难度,不要求人人会做,是给学有余力、特别是要考研的学生提供的;使用 Matlab 的练习题,是供学生选用的习题,一般不作要求。

讲授全书内容约 64 学时。本书标有“*”号的内容为选讲内容,这些内容往往比较深入。另外,书中有关 Matlab 的内容可以让学生自学,由于学时有限,可作课外讨论。跳过这些内容并不影响本书的连续性。与本书配套的教学资源里,有两套多媒体教学课件可供不同教学环境的教师选用;有全部习题解答、例题精选以及 Matlab 程序包,以利于学生自学。

本书由长江大学、武汉科技大学、湖北工业大学、武汉工程大学、中南民族大学、海军工程大学共同编著。由金波(长江大学)担任主编,并编写 1、3、6 章和 4 个附录。盛玉霞(武汉科技大学)编写第 2 章,李琼(武汉工程大学)编写第 4 章,涂玲英(湖北工业大学)编写第 5 章,黄金平(长江大学)编写第 7 章,杨春勇(中南民族大学)编写第 8 章,马赛(海军工程大学)编写第 9 章。全书由金波统稿,书中所有的 Matlab 程序由金波编写。

由于编者水平有限,书中难免有错误与不妥之处,恳请读者批评指正。

作 者

2006 年 5 月于长江大学

第二版前言

本书 2006 年出版以来,经过了 3 次重印,由于结构新颖,注重 Matlab 在课程中的应用,受到了许多学生和教师的关注。2010 年国家制定了《国家中长期教育改革与发展规划纲要》,高等教育也由数量发展到重视质量提高的阶段。建立我国高校分类体系,实行分类管理,引导高校合理定位,克服同质化倾向,是高等教育提出的新课题。根据高等教育发展的新形势,为使本书能成为我国高等工程教育的实用教材,针对应用型本科的特点,我们对全书进行了修改。

本书的体系仍然保持先讲授连续系统后讲授离散系统、先信号分析后系统分析的结构,仍然保持将 Matlab 作为基本计算工具贯穿全书的特色。本着因材施教和加强工程应用能力培养的宗旨,第二版的主要修改内容如下。

1. 注重工程应用能力的培养

为了培养理论与工程应用联系的能力,在每章后加入讨论工程应用的实例 1~3 个,以提高学生的学习兴趣,扩大学生的视野,从而更加深入理解信号与系统分析的基本原理。体现教材的时代气息。

本课程是电气信息类专业的平台课程,因此,应以这个大类的多学科的应用为工程背景。书中列举了雷达测距、电力传输、异步电动机故障检测、通信系统、浪涌保护器、PID(比例、积分、微分)控制、地震勘探、电视接收、状态变量滤波器等诸多实例,体现了信号与系统广泛的工程应用背景。

2. 适当降低难度,突出基本内容

其一,删去了拉氏反变换和 Z 反变换的留数法。因为在实际应用中,用部分分式法求反变换就够了。况且在国外许多教材中,都不介绍留数法。

其二,将 Z 变换的介绍只限于单边 Z 变换,这能更好地与拉氏变换对应比较;在对因果性的线性非时变离散系统的分析中,主要应用的是单边 Z 变换。

其三,将连续系统时域分析中求冲激响应的方法减少为一个。因为冲激响应用拉氏变换求解更加容易、简单,没有必要在时域分析中深入讨论。

其四,删去了连续系统时域分析中的算子方法。算子方法虽然对建立电路数学模型(微分方程)很有作用,但要引出一系列的新概念。况且在介绍了拉普拉斯变换后,算子方法就没有用了。

3. 增加相位相关的内容

相位相关以傅里叶变换的基本性质为基础,是进行信号时延估计、视频图像运动估计和图像融合的有效方法。将相位相关的内容引入信号与系统课程的教学,以傅里叶变换性质的方式介绍了相位相关的基本原理。

讲授全书内容约 64 学时。本书标有“*”号内容为选讲内容,这些内容往往比较深入。另外,书中有关 Matlab 的内容可以让学生自学,由于学时有限可在课外讨论或开设上机实验的课程。跳过这些内容并不影响本书的连续性。使用本教材将有以下教学资源为教师的教学服务。

- 《信号与系统实验教程》,是“信号与系统”课程的计算机仿真的实验教材,也是“信号与系统”课程配套教材和参考用书。该书的特点是理论与实验紧密结合、着重解决信号与系统中计算难度大的问题。通过较多的计算示例和编程练习,能提高学生的综合应用知识和解决实际问题的能力。书中的附录部分提供了全部实验的参考程序。该书由华中科技大学出版社出版。

- 作者精心制作了多媒体课件。

- 《信号与系统学习与考研指导》,是“信号与系统”课程的辅助教材,也是考研课程“信号与系统”的复习参考用书。书上有本教材大多数习题的详细解答,由华中科技大学出版社出版。

- 作者研究多年的信号与系统试题库。

- 作者研制多年的信号与系统教学演示软件。

经过修改后的教材将更加实用、定位更加准确。

参加本书修改工作的有张正炳、涂玲英、黄金平。特别是张正炳教授将自己的科研成果也引入到本书中,对全书的修改作出了较大贡献。

由于编者水平有限,书中难免有错误与不妥之处,恳请读者批评指正。欢迎提出宝贵意见,由华中科技大学出版社转交或直接发至电子信箱:bo_jin@126.com。

作 者

2013 年 1 月于长江大学



1 信号与系统的概念	(1)
1.1 信号的概念	(1)
1.2 基本连续信号	(6)
1.3 冲激函数	(14)
1.4 信号的运算	(19)
1.5 信号的时域分解	(24)
1.6 系统的概念	(27)
1.7 系统的性质	(29)
1.8 工程实例应用:三个典型系统	(33)
本章小结	(36)
思考题	(36)
习题	(37)
2 连续系统的时域分析	(41)
2.1 微分方程的建立	(41)
2.2 微分方程的经典解法	(41)
2.3 冲激响应和阶跃响应	(48)
2.4 卷积	(49)
2.5 系统的互联	(61)
2.6 工程应用实例:雷达测距系统	(62)
本章小结	(64)
思考题	(65)
习题	(66)
3 连续信号的傅里叶分析	(69)
3.1 引言	(69)
3.2 傅里叶级数	(70)
3.3 周期信号的频谱	(77)
3.4 傅里叶变换	(81)

3.5 傅里叶变换的性质	(86)
3.6 周期信号的傅里叶变换	(101)
3.7 傅里叶反变换	(104)
3.8 工程应用实例:电力系统与电动机故障诊断	(105)
本章小结	(109)
思考题	(111)
习题	(111)
4 连续系统的频域分析	(115)
4.1 引言	(115)
4.2 周期信号激励下的系统响应	(116)
4.3 非周期信号激励下的系统响应	(122)
4.4 信号的无失真传输	(125)
4.5 理想低通滤波器	(127)
4.6 采样信号与采样定理	(134)
4.7 工程应用实例:调制与解调	(139)
本章小结	(146)
思考题	(148)
习题	(148)
5 连续系统的复频域分析	(153)
5.1 引言	(153)
5.2 拉氏变换和收敛域	(154)
5.3 拉氏变换的性质	(158)
5.4 拉氏反变换	(169)
5.5 微分方程的拉氏变换解	(178)
5.6 动态电路的拉氏变换解	(181)
5.7 任意信号输入的零状态响应	(188)
* 5.8 拉氏变换与傅里叶变换的关系	(194)
5.9 工程应用实例:浪涌保护器与示波器探头补偿	(196)
本章小结	(199)
思考题	(200)
习题	(201)
6 连续系统的系统函数	(205)
6.1 系统函数	(205)
6.2 系统函数的零极点分布与时域响应	(211)
6.3 系统函数的零极点分布与频率响应	(217)

6.4	系统的稳定性	(225)
6.5	系统模拟	(232)
6.6	信号流图与梅森公式	(238)
6.7	工程应用实例:PID 控制器	(243)
	本章小结	(247)
	思考题	(248)
	习题	(249)
7	离散系统的时域分析	(253)
7.1	引言	(253)
7.2	离散时间信号及其时间特性	(254)
7.3	离散系统的描述及其性质	(262)
7.4	差分方程的解法	(264)
7.5	单位冲激响应	(270)
7.6	离散卷积	(274)
7.7	工程应用实例:反卷积及其应用	(282)
	本章小结	(283)
	思考题	(284)
	习题	(284)
8	离散系统的 Z 域分析	(287)
8.1	引言	(287)
8.2	Z 变换及收敛域	(287)
8.3	Z 变换的性质	(290)
8.4	Z 反变换	(297)
8.5	Z 变换与拉氏变换的关系	(302)
8.6	差分方程的 Z 变换解	(304)
8.7	离散系统的系统函数	(308)
8.8	离散系统的因果性和稳定性	(314)
8.9	离散系统的频率响应	(317)
8.10	工程应用实例:数字梳状滤波器	(323)
	本章小结	(326)
	思考题	(327)
	习题	(328)
9	系统的状态变量分析	(331)
9.1	引言	(331)
9.2	状态及状态方程的概念	(331)

9.3 状态方程的建立	(336)
9.4 连续系统状态方程的解	(347)
9.5 离散系统状态方程的解	(357)
9.6 工程应用实例:状态变量滤波器	(362)
本章小结	(364)
思考题	(365)
习题	(365)
附录	(369)
附录 A Matlab 的基本知识及其常用函数	(369)
附录 B 三大变换的性质和常用变换对	(376)
附录 C 常用周期信号的傅里叶级数	(381)
附录 D 部分习题答案	(382)
参考文献	(390)

信号与系统的概念

本章讨论信号和系统的基本概念。对于信号,主要介绍信号及信号的分类、基本连续信号以及信号的运算和分解。冲激信号、阶跃信号是最基本的信号,信号波形的变换是常用的信号运算方法。对于系统,主要介绍系统及系统的分类,系统的基本性质以及线性非时变系统的判别方法。线性非时变系统是主要的研究对象。

1.1 信号的概念

信号的概念是十分广泛的,各种声音、图像、温度、位移、速度、压力等都是信号,本书讨论的“信号”主要是电信号。电信号是随时间变化的电压或电流信号,这种变化与声音变化、图像的色光变化、温度的高低变化、位移的大小变化、速度的快慢变化等相对应。这种变化着的电压或电流就是带有信息的信号。因此,信号中包含了信息。信号是信息学科研究的基本内容,对信号特征量的研究,特别是频谱结构特征的研究,在理论上和实际上都具有十分重要的意义。

1.1.1 信号

世界上到处都充满了信号,无论是自然界还是人类中都存在大量信号。例如,人们说话时气压的变化、昼夜气温的高低以及心脏跳动产生的周期性律动等都是信号。信号代表着信息,一般而言,信号不能直接表达所包含的信息,而且还会受到干扰。在这种意义上,信号分析和处理构成了对有用信号进行放大、提取、保存或传输的基础。由于电信号比较容易处理,所以,在进一步处理信号之前,一般要将原始信号(气压、温度、机械位移、速度等)转换为电信号。在电系统中,信号的两种主要形式是电压信号和电流信号。

信号的描述方式主要有两种:一种是数学函数的表达形式;另一种是图形表达形式,即某种形式的变化波形。

在数学上,信号可以表示为一个或多个变量的函数,例如,一个语音信号可以表示为声压随时间变化的函数;一张黑白照片可以用亮度随二维空间变量变化而变化的函数来表示。本书的讨论的函数仅限于单一变量的函数。

信号除了可用时间来表示自变量之外,还可以用频域来描述。这就是通常所说的信号

的频率特性,即信号的自变量是频率。信号的频率表示与信号的时间表示一样,也含有信号的全部信息,由此产生了信号的时域分析和频域分析两种分析方法。信号可以分为连续信号和离散信号两大类,本章讨论连续信号的时域分析,其频域分析将在第3章中进行;离散信号的时域分析放在第7章,而它的频域分析将在“数字信号处理”课程中讲授。

1.1.2 信号的分类

1. 确定信号与随机信号

确定信号是指一个可以表示为确定的时间函数的信号,即对于某一时刻,信号有确定的值。随机信号则不同,它不是一个确定的时间函数,通常只知道它取某一值的概率。

确定信号可以是能完全用确定的时间函数表示的信号,如正弦函数 $f_1(t) = \sin(0.5\pi t)$,如图1-1所示;也可以是能用非连续时间函数表示的确定性信号,如门函数

$$f_2(t) = \begin{cases} 1 & (|t| < 1) \\ 0 & (t \text{ 为其他值}) \end{cases} \quad (1-1)$$

如图1-2所示。随机信号在任意给定的时刻取随机数,如图1-3所示的随机信号。

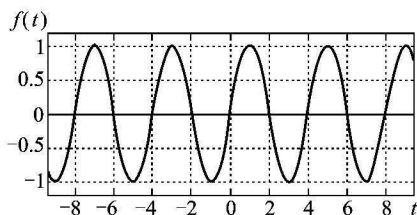


图 1-1 正弦信号

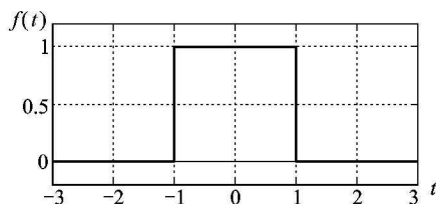


图 1-2 门函数

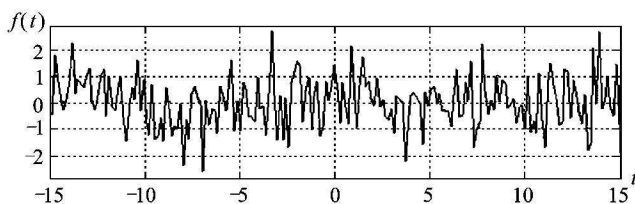


图 1-3 随机信号

2. 连续时间信号与离散时间信号

连续时间信号是指在所讨论的时间内,对于任意时刻值,除若干不连续点外都有定义的信号,图1-1、图1-2、图1-3所示的都是连续时间信号。应该注意的是,这里的“连续时间”并不是数学意义上的连续函数,而是指连续时间变量的函数。

离散时间信号是指只在某些不连续规定的时刻有定义,而在其他时刻没有定义的信号,仅表示为自变量(如时间)的离散值。例如,离散信号 $f(k) = \cos(0.1\pi k)$ 的波形如图1-4所示。

连续信号 $f(t)$ 的自变量为连续时间 t ,而离散信号 $f(k)$ 的自变量则是离散时刻的序号 k 。连续信号经过采样后得到的离散信号也称为采样信号或抽样信号。若其幅值被量

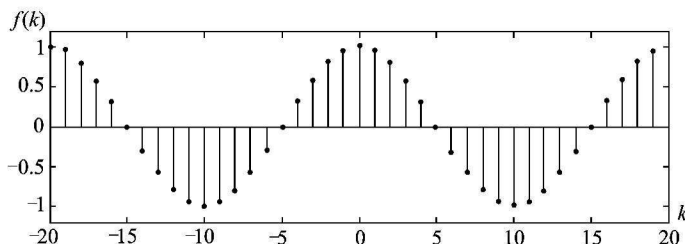


图 1-4 余弦离散信号

化为有限数目的离散值,就会产生 4 种信号。模拟信号被量化后称为量化信号,离散信号被量化就是数字信号。这四种信号的波形如图 1-5 所示。

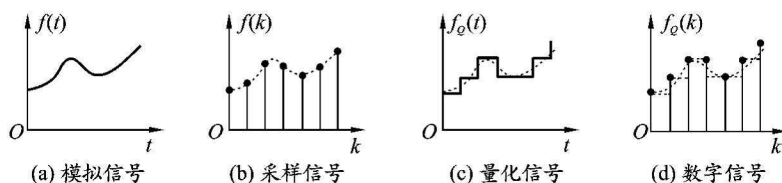


图 1-5 模拟、采样、量化及数字信号

模拟信号或量化信号属于连续信号,采样信号或数字信号属于离散信号。

3. 周期信号和非周期信号

周期信号是指每隔一定时间 T 即周而复始且无始无终的信号,如周期方波和周期锯齿波,其波形如图 1-6 所示。

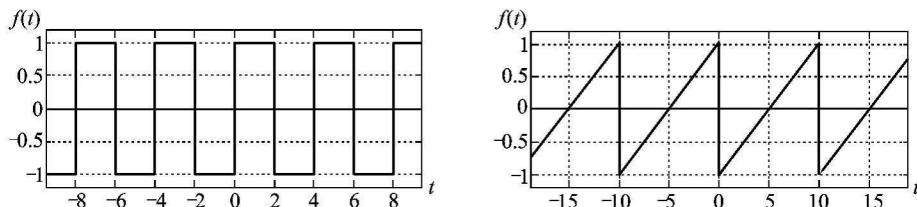


图 1-6 周期方波和周期锯齿波

对于周期连续信号,数学定义为:当且仅当

$$f(t \pm nT) = f(t) \quad (n \text{ 为整数}) \quad (1-2)$$

时,信号 $f(t)$ 是周期信号,其中常数 T 为周期。不满足式(1-2)的所有确定性信号都称为非周期信号。非周期信号在时间上不具有周而复始的特性。

正弦信号是最典型的周期信号,对于任意给定的频率,正弦信号总是周期的。两个或多个正弦信号的和不一定是周期的,这取决于各正弦信号的周期或频率之间的关系。正弦信号组合后的周期 T 是每个正弦信号同时完成整数个周期所用的最小持续时间,它由计算各周期的 LCM(最小公倍数)得出。基频 f_0 是 T 的倒数,它等于各频率的 GCD(最大公约数)。若它们的周期之比为有理数,或它们的频率是可约的,则它们的和是周期信号。

【例 1.1】 指出下面的信号中哪些是周期信号。

(a) $f_1(t) = 2\sin(2t/3) + 4\cos(t/2) + 4\cos(t/3 - \pi/5)$

(b) $f_2(t) = \sin(t) + 3\cos(\pi t)$

解 (a) $f_1(t)$ 中每个分量的周期(以 s 为单位) 分别是 3π 、 4π 和 6π 。 $f_1(t)$ 的公共周期是 $T = \text{LCM}(3\pi, 4\pi, 6\pi) = 12\pi$ s。因此, $\omega_0 = 2\pi/T = 1/6$ rad/s。也可以先计算基频: 每个分量的频率(以 rad/s 为单位) 分别是 $2/3$ 、 $1/2$ 和 $1/3$ 。基频 $\omega_0 = \text{GCD}(2/3, 1/2, 1/3) = 1/6$ rad/s。所以, $f_1(t)$ 是周期为 $T = 12\pi$ 的周期信号。

(b) 由于两个分量的频率 $\omega_1 = 1$ rad/s、 $\omega_2 = \pi$ rad/s 的比值是无理数, 因此无法找出公共周期。所以 $f_2(t)$ 是非周期信号。

4. 能量信号与功率信号

信号可看做随时间变化的电压或电流信号, 信号 $f(t)$ 在 $1\ \Omega$ 的电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$, 在时间区间 $(-\infty, +\infty)$ 所消耗的总能量和平均功率分别定义为

$$\text{总能量} \quad E = \lim_{T \rightarrow +\infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (\text{J}) \quad (1-3)$$

$$\text{平均功率} \quad P = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (\text{W}) \quad (1-4)$$

根据上式可定义以下信号类型:

- (1) 当且仅当 $0 < E < +\infty$ 时, $f(t)$ 为能量信号, 此时 $P = 0$;
- (2) 当且仅当 $0 < P < +\infty$ 时, $f(t)$ 为功率信号, 此时 $E = +\infty$;
- (3) 不符合上述条件的信号既不是能量信号, 也不是功率信号。

对于周期信号, 信号功率等于每个周期上的平均能量, 即

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt \quad (1-5)$$

周期信号的能量随着时间的增加可以趋于无限, 但功率是有限值, 所以周期信号属于功率信号, 当然, 功率信号还包含当 $|t| \rightarrow +\infty$ 时功率仍为有限值的一些非周期信号。

注意: 功率信号和能量信号是互斥的, 因为能量信号的功率为零, 而功率信号的能量为无限大, 即一个信号不可能既是功率信号, 又是能量信号。但是, 一个信号可以既是非功率信号, 又是非能量信号, 如单位斜坡信号 $f(t) = t(t \geq 0)$, 是具有无限能量及无限功率的信号。除了具有无限能量及无限功率的信号外, 非周期信号或者是能量信号 $[t \rightarrow +\infty, f(t) = 0]$, 或者是功率信号 $[t \rightarrow +\infty, f(t) \neq 0]$ 。

三种有用的脉冲信号的波形及能量如图 1-7 所示。

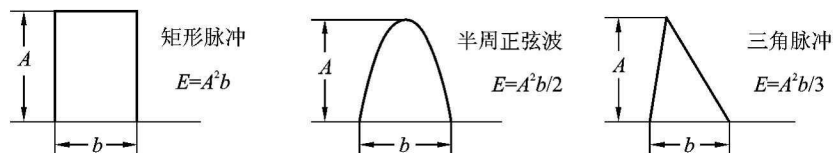


图 1-7 三种脉冲波形及能量

【例 1.2】 判断下面信号是否为能量信号或功率信号。

$$(a) f_1(t) = e^{-2|t|} \quad (b) f_2(t) = 5\cos(10\pi t)\varepsilon(t) \quad (c) f_3(t) = e^{-t}$$

$$\text{解} \quad (a) E_1 = \lim_{T \rightarrow +\infty} \int_{-T}^T (e^{-2|t|})^2 dt = \int_{-\infty}^0 e^{4t} dt + \int_0^{+\infty} e^{-4t} dt = 2 \int_0^{+\infty} e^{-4t} dt = 0.5 \text{ J}$$

$$P_1 = 0$$

所以, $f_1(t)$ 为能量信号。

$$(b) E_2 = \lim_{T \rightarrow +\infty} \int_0^{T/2} 25 \cos^2(10\pi t) dt = \lim_{T \rightarrow +\infty} \int_0^{T/2} \frac{25}{2} [1 + \cos(20\pi t)] dt = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{25}{2} \cdot \frac{T}{2} = \infty$$

$$P_2 = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} 25 \cos^2(10\pi t) dt = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \frac{25}{2} [1 + \cos(20\pi t)] dt = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \cdot \frac{25}{2} \cdot \frac{T}{2} = 6.25 \text{ W}$$

所以, $f_2(t)$ 为功率信号。

$$(c) \quad E_3 = \lim_{T \rightarrow +\infty} \int_{-T}^T (e^{-t})^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2t} dt = -\frac{1}{2} e^{-2t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \infty$$

$$P_3 = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} E_3 = \infty$$

所以, $f_3(t)$ 既非功率信号, 又非能量信号。

【例 1.3】 求图 1-8 所示周期信号的功率。

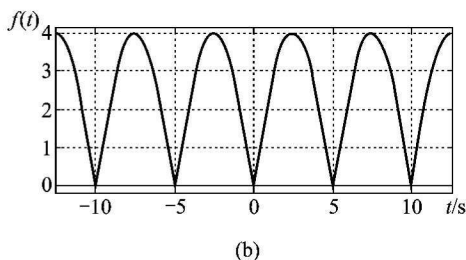
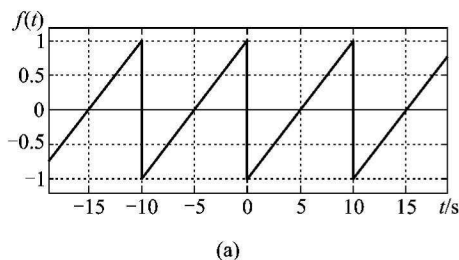


图 1-8 例 1.3 的信号

解 (a) 周期锯齿波的功率: 由于 $T = b + b = 10 \text{ s}$, 一个周期的能量为

$$E = (1/3)A^2 b + (1/3)(-A)^2 b = (1/3)A^2 T$$

信号的功率为

$$P = E/T = (1/3)A^2 = 1/3 \text{ W}$$

(b) 全波整流波形的功率: 由于 $T = b = 5 \text{ s}$, 一个周期的能量为

$$E = (1/2)A^2 b = (1/2)A^2 T$$

信号的功率为

$$P = E/T = (1/2)A^2 = (1/2) \times 16 \text{ W} = 8 \text{ W}$$

1.1.3 按持续时间对信号的分类

信号的持续时间可以是有限的, 也可以是无限的。各种信号按持续时间定义如下。

无时限信号: 在时间区间 $(-\infty, +\infty)$ 内均有 $f(t) \neq 0$ 的信号。

因果信号: 当 $t < 0$ 时 $f(t) = 0$; 当 $t > 0$ 时 $f(t) \neq 0$ 的信号, 可表示为 $f(t)\varepsilon(t)$ 。

右边信号: 当 $t < t_1$ 时 $f(t) = 0$; 当 $t > t_1$ 时 $f(t) \neq 0$ 的信号, 起始时刻为 t_1 。因果信号为右边信号的特例。

左边信号:当 $t > t_2$ 时 $f(t) = 0$; 当 $t < t_2$ 时 $f(t) \neq 0$ 的信号, 终止时刻为 t_2 。

时限信号:在时间区间 (t_1, t_2) 内 $f(t) \neq 0$, 而在此区间外 $f(t) = 0$ 的信号。

上述几种信号的波形如图 1-9 所示。

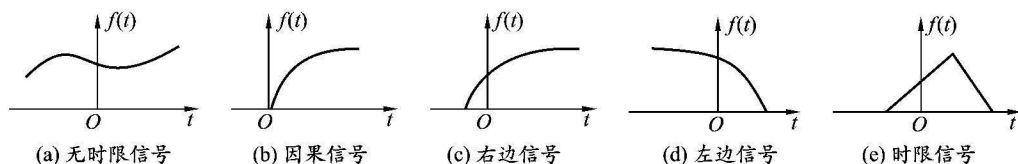


图 1-9 几种信号的波形

1.2 基本连续信号

对于实际信号而言, 大部分信号都是不同形式的复杂信号, 它们是由常用的基本信号组合而成的。因此, 了解常用的基本信号是非常必要的。

1.2.1 分段的线性信号

下面定义的一些信号在信号处理中非常重要。

1. 单位阶跃函数

单位阶跃函数用 $\varepsilon(t)$ 表示, 可看做如图 1-10 所示信号 $\gamma(t)$ 使 $\tau \rightarrow 0$ 而获得的。其定义式为

$$\varepsilon(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \gamma(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t > 0) \end{cases} \quad (1-6)$$

单位阶跃函数在 $t = 0$ 处是非连续的, 它在这一点上的值未被定义, 其波形如图 1-11 所示。对于一般格式 $\varepsilon[f(t)]$, $f(t) > 0$ 时, $\varepsilon[f(t)] = 1$; $f(t) < 0$ 时, $\varepsilon[f(t)] = 0$ 。所以, 延迟的单位阶跃函数为

$$\varepsilon(t - t_0) = \begin{cases} 0 & (t < t_0) \\ 1 & (t > t_0) \end{cases} \quad (1-7)$$

其波形如图 1-12 所示。

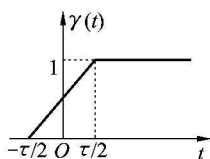


图 1-10 阶跃演变信号

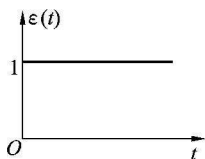


图 1-11 单位阶跃函数

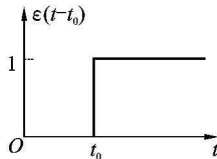


图 1-12 延迟的单位阶跃函数

用阶跃函数可以很方便地表示一些分段常量波形, 如方波可以分解为两个阶跃函数之差, 即