

线性规划 在农业中的应用

(上册)

一九八四年六月

**Linear
Programming
Applications to
Agriculture**

**RAYMOND R. BENEKE
RONALD WINTERBOER**

The Iowa State University Press, AMES

First edition, 1973

Second printing, 1976

Third printing, 1980

翻 译 说 明

这本教科书是美国依阿华州立大学农业生产经济学家R. R. 贝奈克教授和推广经济学家R. D. 温特保尔合著的。本书着重介绍了线性规划方法在农业生产与经济管理中的应用。

应中国农学会《数学在农业经济管理中的应用》讲习班之需，我们翻译了这本原著。限于水平，加之时间短促，译文中肯定存在错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

本书译稿承蒙马鸿运、吴永祥老师校阅，并在翻译、印刷期间得到了西北农学院农经系系、组领导王广森、朱丕典等老师的热情支持和指导，西北农学院家属合作誉印社也做了大量的工作，在此深表谢意。

译者：毛志锋

1984年6月

这本教科书是我们在给依阿华州立大学农学院高年级学生讲授农场管理课程达六年之久的基础上写成的。本书着重于线性规划方法的具体应用，至于线性规划的理论体系以及活动分析方面的内容，坊间有许多专著可供读者参阅。但是笔者深信，除非通过构造，优化和运用各种生产规划模型的实践，才能对线性规划方法的潜能和限制有较深刻的理解。这是一本线性规划应用的入门书，凡是具有一定的线性代数基础、经济学理论和计算机科学知识的读者，只要认真学习，均能在修完本门课程后，掌握线性规划方法的基本技巧。在本书中，我们对部分规划模型作了重点介绍，并通过每个示例模型解释了一至两个基本概念。尽管书中所引用的规划模型都是以农业为对象的，但是，这些模型的构造技巧也可以广泛地应用于其它行业。值得注意的是，读者切不可把书中模型的系数，当作自己解决某些相类似问题确切值，因为这些模型及其系数，仅仅是为了解释线性规划的理论和方法而列举的一些范例罢了。从事农业工作的敏锐读者，应能在学习本书的基础上对所论及的线性规划模型加以改进，使之适合于所研究的实际问题。

本教科书中关于数据的准备和处理部分，是专门就依阿华州立大学的计算设备而言的。目前，这种数学规划计算程序系统，已经得到了广泛的应用。因此，凡是熟悉IBM（国际商业机器公司）360计算设备的读者，只需对这里所陈述的资料稍作修改，便可以在这类计算机上加以应用。

目 录

前 言	1
第一章	历史与背景	1
第二章	线性规划程序	11
第三章	规划模型的建立	45
第四章	数据准备与处理程序体系	111
第五章	价格与生产系数的建立	144
第六章	适于田间作业的时间约束	158
第七章	线性规划的敏感性分析	172
第八章	修正程序法	193

第一章 历史与背景

线性规划作为一种计划的方法，借助于它往往能够使计划者从许多可供选择的行动方案中，抉择一种符合自己需要的最佳方案。这种方法的理论依据早为人们所熟悉，然而，首次用于科学地解决行动计划问题，是在第二次世界大战期间。那时，某些科学家曾直接借助它为军事家制订有关军事战略方案和军事工程实施计划。自那以后，这种计划方法以及有关分析技能逐渐用于工业方面的经营决策。譬如，就生产原料来源和产品销售而言，企业的生产设备和仓库应当布局在什么地方才算合理？如何配制畜禽饲料，如何从石油中提炼汽油或化学肥料，才能使其成本最小？怎样安排生产活动才能使工厂在现有生产装备条件下，取得最多的产品产量？等等，诸如此类的生产运筹问题往往借助规划方法可以得到完满的解答。

线性规划方法是应用数学的一个分支。人们为了更精确地用于解决更广泛的实际问题，因而，不断地研究、提炼这种方法，逐步使其日臻完善。线性规划方法如同许多创新一样，没有相应的科学技术手段——电子计算机的诞生和发展，它的应用也必然受到限制。后面的学习会使我们逐渐意识到，要想真正地使用线性规划方法来从事行动计划方案的选优，必然遇到大量的计算问题，如果没有电子计算机的辅佐，则很难奏效。

最初，人们借用线性规划方法试图解决农场经营中的问题，往往遇到很多困难，即使花费了相当大的气力，也只能得到很少几个有用的结果。后来，由于线性规划方法的不断改进和电子计算机的快速发展，以及计算机软件的特别奏效，使得线性规划方法，在分析、解决农场经营的最佳组合结构方面，成为一种十分有用的工具。

为什么要学习线性规划

线性规划方法的基本理论和实用技巧是相当复杂的。为了借助它来制定农场生产的最佳计划方案，因而，我们需要花费好几个月的时间，通过认真学习和反复实践，方可掌握。此外，我们还需要有良好的计算机设备，协助解决线性规划模型的计算问题。因此，借用线性规划方法来制定农场生产计划，似乎是专家们的事情，那么，作为一个并不打算将来成为农场经营计划专家的学生为什么还要学习线性规划方法呢？这是因为通过学习、掌握线性规划方法，我们才能在经济危机时期，通过分析价格、产量因素以及诸如土地、资金和劳动力这类稀少资源间的相互影响和联系，从而在无专家参与情况下，有效地为农场主作出最佳的农场生产决策方案。此外，现时的农场管理研究大都习惯采用线性规划技术，因此，为了便于阅读和理解这些研究报告，我们需要学习和掌握有关线性规划方面的基本知识与实用技能。

线性规划方法的优点

现时典型的农场生产经营问题就是在作物生产和畜禽饲养活动中，如何有效地分配劳动力、资金和土地的有限资源量，才能取得最佳的经济效果。通常在生产可行性范围内，每项投入因素都可能有数千种分配途径。在农场生产经营活动中，由于使用各种不同种类的资源 and 可采用众多的可行性生产措施，因此，可供选择的生产方案会达数万种之多。

在如此众多的可行性生产方案中，经营者怎样才能选择出最佳的生产方案呢？一般地说，经营者通常借助自己或他人过去已被实践证明是成功的那些生产方案作为基础，然后根据边际生产力来调整自己现行的生产计划。因此，农场每年的生产经营计划只需要相应地做某些较小的更改就可以付诸实施了。在新年度生产计划的调整过程中，

经营者既可以采用非正规的数学方法来处理，也可以进行不完全的系统预算。尽管由调整过程中得到的生产方案可能不是最佳的，但是，它毕竟能够使农场现有的土地、资金和劳动力资源得到较为合理的使用。然而，线性规划方法的最大优点就在于，它只需要花费较少的时间和精力，就能够大范围地抉择出最适的生产计划调整方案，并且对输出方案可以进行透彻的分析，有助于更好地指导农场生产。如果...将会发生些什么？经营者可能会这样反复地提出某些问题，但是，利用线性规划方法就可以快速而准确地予以回答。譬如，某农场生产经营预计收入是多少，下列活动如何配置才算最佳：(a)是否需要耕作80英亩以上的土地？(b)阉过的公猪每磅售价为20美分还是22美分？(c)育肥牛头数是否至多为50头？(d)是否需要雇工？(e)是否需要增加分娩和育成猪的存栏头数？因此，作为一种计划方法，线性规划的主要优点不在于它能够导出一个十分确切和最优的生产计划，而是成为一种能够分析各种可供选择的计划方案的有力工具。

建立线性规划模型必须具备的资料

利用线性规划方法制定某一农场的生产计划，需要具备一定的数据资料。除了需要更确切地反映和表述线性模型中约束条件和投入—产出系数的数据资料外，其它基本类同农场预算方法中需要使用的信息资料。构造线性规划模型如同建造房屋一样，必须具有一定数量的砖块，否则，只能是空中的楼阁，可望而不可及。

① 生产计划中的活动要素

在用线性规划模型制定某一农场或生产单位的生产经营计划过程中，需要明确定义规划模型中的生产活动，但是，这些生产活动的正确选定，总是同生产企业的经营计划紧密相联系的。譬如，某农场计划

三月份分娩一窝仔猪应当作为规划模型中的一项生产活动；而计划六月份分娩一窝仔猪的则需要定义为另一项生产活动。计划不施肥的玉米—玉米—燕麦—牧草（CCOM）轮作制列为规划模型中一项独立的生产活动；而计划施肥的CCOM轮作制则被定义为另一项独立的生产活动。如果某一生产过程，在类型、比例或投入生产的时间上，不同于另一生产过程——也就是说，分别具有不同的生产系数，那么，在构造线性规划模型中，需要把这两个不同的生产过程当作相互独立的生产活动来处理。一般典型的农场生产计划模型，通常包含15—20项作物生产活动，并且还有许多诸如畜禽饲养方面的其它生产活动。因此，应当特别仔细地确定每一项独立的生产活动。

为了制定最佳的生产经营计划，在构造线性规划模型过程中，除了详细定义各项生产活动之外，通常还要设置诸如买和/或卖投入因素与产出产品这类活动。同样地，我们也可以把不同的生产过程分设成几项独立的生产活动。譬如，在玉米生产中，苗床的备耕，幼苗的移栽，田间杂草的控制，玉米收获以及谷粒干燥等每项具体作业，可以分别看作是一项独立的生产活动。很显然，明确定义线性规划模型中的生产活动，是首当其冲的艰巨而重要的任务。通常，某一规划模型中所包含的独立活动数目及其组合结构，往往是周计划者欲求的最佳方案紧密相联系着的。若要分析、解决一个极为复杂的生产经营计划，则可能需要构造一个包含数百项独立活动的线性规划模型。

生产系数

在初次建立一个农场生产规划模型的生产系数时，读者可以参照农场预算中使用的相应作物产量的产出系数，以及经营活动中饲料、劳动力和资金需求量的消耗系数。线性规划模型中的生产系数，往往是依据每单位生产活动需要投入资源的数量来确定的，这与作物生

产中，确定土地生产系数的传统方式不同，在那里，通常是依据每英亩土地的产出量来拟定土地的生产系数的。

在线性规划模型中，畜禽活动的生产系数与农场预算中所采用的资源消耗量相类似。假定把养猪生产活动的单位定义为一窝，那么，在线性规划模型中，本项生产活动的系数需要用生产一窝仔猪所消耗的谷物、牧草、劳动力及资金的估算价值来确定。在规划模型的建立过程中，投入——产出生产系数往往是很难估算的，但是，计划者可以采用其它措施，力求取得它的近似系数值就可以了。因此，同其它预算方法相比较，要估算出规划模型中的生产系数并不是十分困难的事情。

生产价格

在线性规划方法中，估算生产价格期望值与预算方法中大体相同。在这两种方法中，最终所形成的生产计划方案的有效性，取决于生产价格估算的精确程度如何。同预算方法一样，在线性规划中，估算活动的生产价格，应当把重点放在核准与此相关的价格因素方面。生产价格估算的过高或过低，都会影响纯收入的估计。但是，如果模型中生产价格彼此一致，那么所取得的农场生产计划仍然是很有用的。此外，估算规划模型中生产价格的期望值，同样要考虑到价格的季节性变化。譬如，二月份生产的仔猪饲喂到八月份育肥销售，那么该项生产活动所涉及的价格系数，只能是八月份的期望售价，而不应当采用当年平均估算价格。

约束条件

约束条件又称为限制条件，只不过是同一含义而不同的两种表述术语。线性规划中使用的约束条件与预算方法中使用的概念不尽相同。不确切地说，在农场生产规划模型中，其约束条件一般包括可以利用

的土地、劳动力和资金约束。还有政府干预方面的限制条件，如土地面积的分配，这在农场生产规划模型中往往又是最基本的约束条件。除此之外，生产者还可以设立主观性^现约束条件，如拒绝饲养两头以上的奶牛，或者希望种植10英亩以上的牧草。在实际生产计划过程中，总会有一项或几项限制性因素迫使预期生产目标不能达到较高一级的收益。同样地，在实际生产经营过程中，农场主也不可能获得某一项未加限制的資源。因此，在利用线性规划模型制定农场生产计划时，必然要设立资源或主观性约束条件方程。譬如，在某一农场生产计划模型中，现有的平地亩数可能是第一条约束条件，坡地的面积为第二条约束条件，永久性牧地的多少则是第三条约束条件。此外，如果计划年度内每月的生产性用工量算作一项约束条件，那么，在规划模型中便要设立12个独立的劳动力约束条件方程。更确切的是，某些关键性的作物播种季节在一两周内的劳动力需求量也往往能够形成一个独立的约束条件方程。

在线性规划模型中，最大约束是指“小于或等于”形式的约束。具有这类特征的约束条件表示，在生产过程中使用某项资源不能超过该项资源的供给量，或者是指某一生产活动在不超过一定资源限制水平条件下，能够进入生产计划。在生产规划模型中，同样可能包含着“大于或等于”（最小）约束条件方程，或者“等于”（等式）约束条件方程，我们可以参照最大约束条件的解释来理解这两类约束条件方程的含义。

规划与农场经营目标

为了详细制定在已知约束条件、生产价格和预期产量情况下，能够取得最大收益的农场经营计划，就需要构思具体规划的程序。但是，这并不意味着因此而忽视诸如避免风险或者既要符合个人意愿又要使生

产计划行得通的经营目标。如果经营者认为从事育肥牛、养羔羊或饲养火鸡的生产活动风险太大，那么，计划时完全可以将此类生产活动排斥于线性规划模型之外。否则，如果这位农场主本来就饲养了一群奶牛，而且假定认为没有这项生产活动是不幸的，那么，就可以调整规划模型，以便使这项已经从事的生产活动进入方案。倘若农场主有目的地保留，且也希望保留一半耕地用于种草和种植豆类作物，那么，就应当更改计划使之满足这种要求。总之，无论遇到何种生产条件，整个规划过程总可以帮助农场主找到相应的能够取得最大利润的生产经营计划。但是，如果经营者坚决主张，在规划模型中设立相当多的限制农场经营计划性质的约束条件，那么，最后所得到的最优方案并不一定是实际最有益的生产计划。

管理水平

从农场经营者的观测资料中，我们发现有些农场主善于投入生产要素，故能取得较佳的生产收益。而另有一些农场主对其生产要素使用不当，因此经营效果往往较差。我们还曾发现，有的农场主可能擅长于养猪生产，但要让他从事种植业则颇有困难。而邻近的农场主有可能在种植玉米方面是内行，但是，让其经营奶牛业，且要达到一个较高的生产水平，恐怕不堪设想。通常生产计划制定者依据农场主在每单位产品上所投入的饲料、劳动力、土地以及资金消耗量拟合生产系数，就可以评价该农场的经营管理水平。如果某农场主种植的玉米，其单产不高于100蒲式耳，或者每头奶牛的产奶量等于或低于9,000磅，那么，这样的经营管理水平就应当在农场生产计划模型的特定系数中予以反映。

有些经营者善于从事小规模生产，而对大型的企业经营活动却束手无策。譬如，某一农场主可以卓有成效地饲养30窝仔猪，但是，

若要使年饲养窝数达100窝时，则在管理上将会遇到相当大的以致于不可克服的困难。因此，为了如实地反映农场经营管理水平，就应当在其规划模型中增设限制企业生产规模的管理方面的约束条件。

线性规划方法在使用方面的局限性

上面我们着重阐述了线性规划方法在制定农场生产经营计划方面的实用性。为了避免读者由此推测出线性规划方法可以解决所有与农场生产计划相关联的问题，不妨在本章最后一节，专门讨论线性规划方法在实际使用中的局限性。

1. 线性规划方法不可能帮助经营管理者核算生产价格的期望值。但是，一旦决定了未来的生产价格系数，线性规划方法就能指出资源利用的最佳途径。不难想到，以证明是相当低的价格系数为基础的生产计划，比之以较准确的价格系数为基础的生产计划所得到的经营利润要少。如果我们利用线性规划方法制定生产经营计划也必然会得到上述结论。因此，任何类型的生产经营计划，不论是经营者头脑中构思出来的，还是通过预算或借助线性规划方法得到的，都需要事先正确地估计未来的生产价格。如果在估计生产价格，特别是相对生产价格上犯有严重的错误，势必使以任何方式得到的生产计划方案会产生极不确切的结果。

2. 在估价投入因素与产品之间的关系方面，线性规划方法也很难奏效。它仅仅只能指出估计因素——产品关系时所需资料的类型和数量。为了生产粮食和饲养畜禽，计划者必须提供其所需要的劳动力、饲料、土地和资金的数量估值。然而，要提供这类估值。特别是在一直忽视经营资料记载的农场中，往往是相当困难的。

3. 正像我们已经形成的价格系数和投入——产出估值一样，整个农场生产的规划结果同样是可靠的。因此，在规划过程中，我们是把全

部生产计划视作为无风险处理的。很显然，由此而产生的生产计划也不曾考虑到农场主对风险的偏好。但是，正如我们在前面曾解释过的，农场主也完全有可能拒绝或限制生产规模的扩大，只要他认为某些生产风险太大，就可以从规划模型中弃除这些活动项目，或者附加约束条件限制它们的生产水平。

4. 要详细确定规划模型中的约束条件有时是很困难的。一般地，一个农场生产经营计划至少都要提前一年来制定。因此，在来年的夏季，很难知道可用劳动力的数量是多少，因为，我们可能无法预测受雇劳动力的供给量，而且自己家庭所能提供的劳动时间也很难确定。此外，在哪些方面使用计划贷款，以及如何用债权人进行磋商以利农场生产计划的贯彻，农场主事先也都很难确定。

5. 线性规划方法的假定条件之一是每单位超量产出需要投入同量的资源。读者自然会联想到农场生产中的边际报酬递减规律。譬如，在一定的生产技术条件下，超过投入—产出的盈亏持平点之后，每单位肥料的作物产出量会随着每英亩所追施肥料量的增多而下降；每单位饲料的牛奶产出量也同样会随着饲料消耗量的增加而减少，等等。由于在线性规划模型中包含有较多的生产活动，因而要考虑边际报酬递减问题，则是相当麻烦的。但是，在规划模型中，凡是涉及到边际报酬递减的具体问题均能够采用一定的技巧来处理。譬如，在某一生产规划模型中，可将施中等水平量的肥料来生产玉米看作是一项独立的生产活动，而把施高等水平量的肥料来生产玉米列作另一项独立的生产活动。这样，我们就可以在不同的资源投入水平之间作出选择，无论这种选择如何，只要该项资源每单位投入的产出在规划过程中是随着投入水平的增高而下降的，于是，我们就可以借此来研究资源的边际报酬递减问题。

6. 借用现行的规划方法不可能妥善地处理包含降低成本的生产活动。这个问题尽管是由生产系数的线性假定而引起的，但是它与上面讨论的问题恰恰相反，此处是指每单位产出活动所需要的资源投入量逐渐减少。譬如，当增加牛的饲养头数时，每头牛需要分摊的劳动力消耗就会减少。在机械作业条件下，每英亩耕地的固定成本，诸如折旧、资本和税款等是随着年使用机械作业亩数的增加而减少的。在同一规划解中，至今无法比较高——低不同马力机械的获利性。只有通过每个资本项目分别优化，才能够对包含不同水平固定成本的两笔或两笔以上的资本支出进行比较。因此，高马力同中等马力的机械相比较需要两次优化过程，即分别对每类机械的组合模式先进行优化，然后，才能比较由这两种优化方案中所得到的净收入。在美国典型的玉米带农场中，类似的投资结果比较就更为复杂了。即便是构造规划模型和便于进行投资结果分析的计算程序取得了新的进展，但是，要进行多种投资的结果比较和抉择仍然是很棘手的。

由于大多数企业是依据每单位生产活动的劳动力需要量作为常数而制定企业生产计划的，因此，即使每单位活动的劳动力需求量是随着生产活动水平的提高而减少，通常也不必大幅度地更改生产计划。这样，我们往往能够相当确切地估算出饲养每头牛、每窝猪或耕种每英亩土地所需要的劳动力，并且在制定生产计划中，有助于准确地运用这些技术系数。

7. 为了成功地使用线性规划方法来制定农场的生产经营计划，因此，必须具备高效率的计算机及其检验计算程序的有关设备。要使制定的生产方案更能切合实际，那么，在建立线性规划模型时，需要设立更多的生产活动和约束条件方程。随着规划模型中生产活动和约束条件方程的大量增加，普通的台式计算机愈来愈难承担起这些大量的计算任务，因此，只有借助电子计算机方能经济有效地求解比较复杂的线性规划模型。

第二章 线性规划程序

在这一章里，我们引用一个简单的作物生产问题作为示例，介绍计划者如何编制便于使用单纯形方法求解的有关农场资源和生产信息的规划模型表列式。叙述和解释从作物生产问题求解中得到的信息资料，以便从中概括出在使用线性规划方法来制定农场生产计划时，所必须具备的起码知识和技能。

为了便于更好地理解 and 掌握线性规划方法，我们同时列举出作物生产问题的代数表达式，并且讨论本问题求解中的规划运算方法及其代数表述。最后，我们还将介绍作物生产问题规划模型的对偶解法。

单纯的作物生产问题

本问题是指 在下列已知约束条件下，如何安排农场生产经营活动（即种植何种作物），才能使其净收益最大。

约束条件：

土 地	1 2 英亩
劳动力	4 8 小时
资 金	3 6 0 美元

生产活动：

- 玉米生产
- 大豆生产
- 燕麦生产

上述生产活动单位皆定义为一英亩，即一英亩玉米生产，一英亩大豆生产，一英亩燕麦生产。以一英亩为单位的生产活动的技术（生产）系数和净价格（生产价格）系数分别如下：

技术系数：

玉米生产需要 1 英亩土地，6 小时劳动力，36 美元资金。

大豆生产需要 1 英亩土地，6 小时劳动力，24 美元资金。

燕麦生产需要 1 英亩土地，2 小时劳动力，18 美元资金。

净价格系数

这里所定义的生产活动的净价格系数是指毛收入减去生产变动成本后的差额。在后面，我们将会作出更确切的定义。在这个所引用的单纯作物生产示例中，如果一单位（一英亩）玉米生产活动的毛收入是 75 美元，变动成本为 35 美元，那么 该项生产活动的净价格系数便是 40 美元。

本示例中单位生产活动的净价格系数分别是：

玉米生产..... 40 美元/每英亩

大豆生产..... 30 美元/每英亩

燕麦生产..... 20 美元/每英亩

列表

计划者依据农场生产记录或农场主的观测值，其次还可借助自己的经验数据和其他农场主收集的以及试验站的试验资料来估算上述系数值。然后，他把这些系数安排在一个特制的表列式中或排列成矩阵形式。为了便于研究，先把约束条件及其相应的水平值按行排列，再依次按列编制生产活动。列与行交叉处的系数表示一单位生产活动耗用该行资源的数量。由此所得到的作物生产问题的矩阵表列式如表

2、1。