赢在思维

主编：杨德胜

高中数学

拉分题满分训练

600例+500题

代数篇

华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

赢在思维

高中数学
拉分题
满分训练
(600例+500题)

代数篇

主编：杨德胜
编著：汪昌辉 潘 瑾 侯宝坤 朱伟卫

编委会
汪昌辉 潘 瑾 侯宝坤
朱伟卫 叶莎莎 张千明

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS
·上海·

图书在版编目(CIP)数据

赢在思维．高中数学拉分题满分训练．代数篇 / 杨德胜主编．
—上海：华东理工大学出版社，2015．10
ISBN 978 - 7 - 5628 - 4351 - 1

Ⅰ．①赢…　Ⅱ．①杨…　Ⅲ．①中学数学课—高中—习题集
Ⅳ．①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 181602 号

赢在思维

高中数学拉分题满分训练(600 例+500 题)(代数篇)

主　　编 / 杨德胜
策划编辑 / 郭　艳
责任编辑 / 陈月姣
责任校对 / 成　俊
封面设计 / 视界创意
出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司
地　　址：上海市梅陇路 130 号，200237
电　　话：(021)64250306(营销部)
(021)64252735(编辑室)
传　　真：(021)64252707
网　　址：press.ecust.edu.cn
印　　刷 / 江苏省句容市排印厂
开　　本 / 787 mm×1092 mm　1/16
印　　张 / 33
字　　数 / 927 千字
版　　次 / 2015 年 10 月第 1 版
印　　次 / 2015 年 10 月第 1 次
书　　号 / ISBN 978 - 7 - 5628 - 4351 - 1
定　　价 / 69.00 元

联系我们：电 子 邮 箱 press@ecust.edu.cn
官 方 微 博 e.weibo.com/ecustpress
天猫旗舰店 http://hdlgdxcbs.tmall.com

前　言

“初中数学拉分题”自出版至今已经逐步产生了自己的品牌效应，受到广大师生朋友们的认可和好评. 在此期间我们收到很多读者朋友的反馈，希望能够继续出版“高中数学拉分题”系列. 为此我们在深入研究高中教学实际与考纲要求的前提下，与一线特级教师研讨分析，编写了本套丛书，希望学生能在具备扎实基本功的基础上进一步提高解题能力，同时，教师们可以从本书中找到教学和考试中合适的题目使用.

本套丛书主要有以下特点.

● 参考多地教材，强调广泛性

为了使本书具有更广泛的适用性，编者在编写的过程中参考了大量版本的教材，尽量使更多的读者受益.

● 精选例题习题，强调典型性

本书所选每一道题都蕴含了丰富的数学思想与数学方法，充分体现了拓展思维、培养数学素养的编写思想. 同学们在学习例题的过程中，除了需要掌握基本知识与技能，发展应用数学的意识与能力，还要增强学好数学的愿望与信心. 本丛书设置了优质精选练习题，保证了学生在学习例题之后能及时复习，便于了解学习情况，巩固解题技巧，加深对题目的理解，从而达到举一反三的目的. 本丛书的习题量不大，但每个题目都能使认真思考者有所收益，并且方便一线教师在教学中灵活使用. 另外，通过对高考题型的研究，本书尽量涵盖高考各种重点题型，并且给出缜密的思维分析过程，使学生们能够准确判断所属题型，并运用相应解题方法准确解答.

● 深度剖析例题，强调思维性

本书编写的立足点并不是题海战术，而是对每一类题目的解法的透彻理解和掌握. 特别设置了“技巧贴士”和“思维点评”模块以期帮助学生掌握技巧，引导学生将每种方法和思路转化为自己的解题途径，掌握一些常用的解题思路、策略和方法，将思维融于探究之中.

本套丛书适用于中高水平学生的提高，也适用于一线教师在教学中的使用，希望本书较高的实用性能帮助同学们在打好基础的同时进行巩固、拓展和提高.

另外，对于本套丛书，建议与《赢在思维——高中数学拉分题专项集训》配合使用，相信能取得更好的效果.

最后，希望广大师生能够通过本套丛书有所收获，同时也希望能够得到读者的建议，以使我们不断进步.

进入出版社官方网站：http://press.ecust.edu.cn，搜索本书，免费下载 PDF 答案详解文件.

目　录

1　集合与常用逻辑用语

1.1　集合的概念与运算 …… 1
优质精练 …… 7
1.2　四种命题的形式　充分条件　必要条件　基本逻辑联结词及量词 …… 8
优质精练 …… 18

2　函　　数

2.1　函数的概念及表示 …… 20
优质精练 …… 29
2.2　函数的单调性与最值 …… 30
优质精练 …… 36
2.3　函数奇偶性与周期性 …… 38
优质精练 …… 43
2.4　幂函数 …… 45
优质精练 …… 55
2.5　指数函数 …… 57
优质精练 …… 62
2.6　对数函数 …… 64
优质精练 …… 72
2.7　函数图像变换、零点、函数方程 …… 74
优质精练 …… 84
2.8　函数的应用 …… 86
优质精练 …… 98

3　三角函数

3.1　三角函数的概念 …… 102
优质精练 …… 108
3.2　同角三角函数的基本关系 …… 110
优质精练 …… 116
3.3　诱导公式 …… 119
优质精练 …… 123

3.4　三角函数的图像和性质 …… 125
优质精练 …… 134
3.5　简单的三角变换 …… 137
优质精练 …… 149
3.6　函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图像和性质 …… 152
优质精练 …… 166
3.7　解斜三角形 …… 169
优质精练 …… 180
3.8　反三角函数和简单三角方程 …… 183
优质精练 …… 191

4　数　列

4.1　数列的概念 …… 193
优质精练 …… 203
4.2　等差数列及其前 n 项的和 …… 205
优质精练 …… 217
4.3　等比数列 …… 220
优质精练 …… 229
4.4　数列的通项与求和 …… 231
优质精练 …… 241
4.5　数列的极限 …… 244
优质精练 …… 256

5　不等式

5.1　不等式的基本性质 …… 257
优质精练 …… 266
5.2　二元一次不等式组与简单的线性规划 …… 268
优质精练 …… 274
5.3　基本不等式 …… 276
优质精练 …… 283
5.4　解不等式 …… 285
优质精练 …… 293
5.5　“恒成立”问题中求参数的范围 …… 295
优质精练 …… 303
5.6　不等式选讲——柯西不等式 …… 306
优质精练 …… 317

6 排列组合概率论

6.1 加法原理与乘法原理 …… 319
优质精练 …… 325
6.2 排列与组合 …… 327
优质精练 …… 338
6.3 二项式定理 …… 339
优质精练 …… 346
6.4 古典概率 …… 347
优质精练 …… 355
6.5 几何概率 …… 357
优质精练 …… 363
6.6 条件概率 …… 365
优质精练 …… 372

7 统　计

7.1 随机抽样,用样本估计总体,方差,期望,线性回归 …… 374
优质精练 …… 386
7.2 二项分布与正态分布 …… 389
优质精练 …… 398

8 算法初步

8.1 算法的概念与程序框图 …… 402
优质精练 …… 410

9 导数及其应用

9.1 变化率与导数、导数的计算 …… 413
优质精练 …… 421
9.2 导数的应用 …… 423
优质精练 …… 433
9.3 定积分的概念与微积分基本定理 …… 436
优质精练 …… 443

10 数系的扩充

10.1 复数的概念、复数的坐标表示 …… 445
优质精练 …… 452

10.2　复数的运算 …… 453
优质精练 …… 460
10.3　复数的平方根、立方根、实系数一元二次方程 …… 462
优质精练 …… 467

11　矩阵与行列式

11.1　矩阵的概念与矩阵的运算 …… 468
优质精练 …… 479
11.2　二阶行列式与三阶行列式 …… 481
优质精练 …… 489

12　推理与证明

12.1　推理与证明 …… 490
优质精练 …… 497
12.2　数学归纳法 …… 499
优质精练 …… 507
参考答案 …… 509

1 集合与常用逻辑用语

1.1 集合的概念与运算

编者引言

1. 研究一个集合首先要看清楚代表元素的属性. 如集合 $A=\{x|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{y|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$和 $C=\{(x,y)|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$,就是三个不同的集合,$A$ 是函数自变量的集合,B 则是函数值的集合,C 是函数图像的所有点的坐标组成的集合,千万不要混淆.

2. 研究两个集合之间的关系时,不要忘记空集是否也可能满足条件:如 $A\subseteq B$,常可分三种情况研究:(1)$A\subset B$;(2)$A=B$;(3)$A=\varnothing$(特别提醒,不要忘记);$A\cap B=B$,含义是 $B\subseteq A$(特别提醒:不忘空集);$A\cup B=B$,含义是 $A\subseteq B$(特别提醒:不忘空集).

3. 解决集合问题常见的思想方法是用集合的思想去研究问题,对于含有多种限制条件的问题,如解不等式组、方程组等都是交集思想的体现,分类讨论则是并集思想的一种运用,当遇到正面难以突破的问题时,利用补集的思想去解决常能达到事半功倍的效果. 在解决集合问题时,数形结合和等价转化思想方法,则是经常使用的主要工具.

集合的学习,为函数的一一对应打下基础,同时为以后函数的定义域、值域、解集等打下基础. 可以这样讲,没有集合,函数就很不完整. 现代数学也是完全建立在集合基础上的. 高考中,集合考题主要以填空题和选择题为主.

经典拉分题 思维点评

1. 集合的概念

题 1 **设集合 $A=\{1,3,x\}$,$B=\{1,x^2\}$且 $A\cup B=\{1,3,x\}$,求满足条件的实数 x 的个数.**

分析 根据条件 $A\cup B=A$ 知 $B\subseteq A$,结合集合的“三性”(确定性、互异性、无序性),找出相等元素,列出方程即可求出.

满分解答 由 $A\cup B=\{1,3,x\}=A\Rightarrow B\subseteq A$.

故 $x^2=3$ 或 $x^2=x$.

解得 $x=\pm\sqrt{3}$或 $x=0$,$x=1$.

根据集合元素的互异性排除 $x=1$,所以满足条件的实数 x 有 3 个.

思维点评

集合元素具有确定性、互异性和无序性. 特别是用互异性筛除不具备条件的解是解题常用的方法. 集合运算性质应予重视(如 $A\cup B=A$ 知 $B\subseteq A$).

题 2

若三个非零且互不相等的实数 a、b、c 满足 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{c}$，则称 a、b、c 是调和的；若满足 $a+c=2b$，则称 a、b、c 是等差的. 已知集合 $M=\{x\mid |x|\leqslant 2013, x\in\mathbf{Z}\}$，集合 P 是集合 M 的三元子集，即 $P=\{a,b,c\}\subset M$. 若集合 P 中元素 a、b、c 既是调和的，又是等差的，则称集合 P 为“好集”. 则不同的“好集”的个数为________.

分析 首先若 a、b、c 既是调和的，又是等差的，则 $\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{c},\\ a+c=2b,\end{cases}$ 可得 $a=-2b$, $c=4b$. 即“好集”为形如 $\{-2b,b,4b\}$ $(b\neq 0)$ 的集合. 由“好集”是集合 M 的三元子集知，$-2013\leqslant 4b\leqslant 2013$，$b\in\mathbf{Z}$，且 $b\neq 0$. 进而 $-503\leqslant b\leqslant 503$，$b\in\mathbf{Z}$，且 $b\neq 0$. 符合条件的 b 可取 1006 个值.

满分解答 1006.

思维点评

根据“好集”的定义，顺藤摸瓜.

题 3

集合 $M=\{1,2,\cdots,2008\}$，若 $X\subseteq M$，$X\neq\varnothing$，a_x 为 X 中最大数与最小数的和(若集合 X 中只有一个元素，则此元素既为最大数，又为最小数)，那么，对 M 的所有非空子集，全部 a_x 的平均值为________.

分析 本题主要考查集合的拆分. 直接算比较麻烦，M 有 $2^{2008}-1$ 个满足条件的子集，既然求每个集合最大值与最小值的和，就构造两个集合的对应，对应法则是使得两个集合最大值与最小值对应. 定义 $\min(M)$ 为集合 M 中最小元素，$\max(M)$ 为集合 M 中最大元素，将集合 M 的 2^{2008} 个子集分成 2^{2007} 组，其中去掉 $\varnothing$，全集为一组，假设 M_1 与 N_1 为一组，配对原则为：任取 $x\in M_1$，都有 $(2009-x)\in \mathbf{N}_1$. 则 $\max(M_1)+\min(N_1)=2009$，$\min(M_1)+\max(N_1)=2009$，所以 $(\max(M_1)+\min(N_1)+\min(M_1)+\max(N_1))\div 2=2009$，所以全部 a_x 的平均值为 2009.

满分解答 2009.

思维点评

构造集合的对应的技巧是解本题的关键.

2. 集合的运算.

题 4　**设全集 $U=\{x \mid x \geqslant -2\}$，$A=\{x \mid |x| \geqslant 1\}$，$B=\{y \mid y=x^2, x \in \mathbf{R}\}$，定义 $A \times B=\{x \mid x \in A \cup B$ 且 $x \notin A \cap B\}$，则 $\complement_U(A \times B)=$________.**

分析　先将集合 A，B 具体化：$A=\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant -1$ 或 $x \geqslant 1\}$，$B=\{y \mid y \geqslant 0\}$. 进而求出 $A \times B=\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant -1$ 或 $0 \leqslant x<1\}$，再求补集 $\complement_U(A \times B)=\{x \mid -1<x<0$ 或 $x \geqslant 1\}$.

满分解答　$\{x \mid -1<x<0$ 或 $x \geqslant 1\}$.

思维点评

紧扣定义是解题的关键.

题 5　**设 M、P 是两个非空集合，定义 M 与 P 的差集为 $M-P=\{x|x \in M$ 且 $x \notin P\}$，则 $M-(M-P)$ 等于(　　).**

A. P　　**B.** $M \cap P$　　**C.** $M \cup P$　　**D.** M

分析　这是一道新定义的集合运算的迁移题，由于给出的新定义以及所解决的问题中的集合都是抽象的集合，这时若类比与实数的运算，则得出错误结论，而用图示法(作出如图 1－1 的示意图)，则有助于对新定义的理解. $\because M-P=\{x|x \in M$ 且 $x \notin P\}$，$\therefore M-(M-P)=\{x|x \in M$ 且 $x \notin(M-P)\}=M \cap P$.

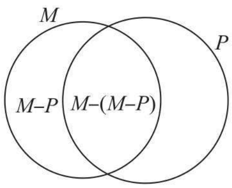

图 1－1

满分解答　B.

思维点评

此题也可以根据差集定义用纯代数方法来解：设全集为 U，则 $M-P=M \cap \complement_U P$，所以有 $M-(M-P)=M-(M \cap \complement_U P)=M \cap \complement_U(M \cap \complement_U P)=M \cap(\complement_U M \cup P)=(M \cap \complement_U M) \cup(M \cap P)=\varnothing \cup(M \cap P)=M \cap P$.

题 6　**已知全集 $U=\mathbf{R}$，$M=\{y|y=x^2+1\}$，$P=\{x|y=\log_{\frac{1}{2}} x, y \in M\}$，下列各式中，正确的是(　　).**

A. $M \cap P \neq \varnothing$　　**B.** $M \cup(\complement_U P)=M$

C. $(\complement_U M) \cup P=\{x|x \leqslant 1\}$　　**D.** $(\complement_U M) \cap(\complement_U P)=\{x|x \leqslant 0$ 或 $\frac{1}{2}<x<1\}$

分析　本题是一道半开放题，理清 M 和 P 之间的关系是关键. 若不注意集合代表元，则容易误选 A. 因为 M 是 $y=x^2+1$ 的值域，即 $M=\{x|x\geqslant 1\}$，所以 $\complement_U M=\{x|x<1\}$. 而 P 是值域 $y\in M$ 时，$y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 的定义域，则 $P=\{x|0<x\leqslant\frac{1}{2}\}$，所以 $M\cap P=\varnothing$，故 A 选项错误；$M\cup(\complement_U P)=\complement_U P$，故 B 选项错误；$(\complement_U M)\cup P=\complement_U M$，故 C 选项错误.

满分解答　D.

思维点评

在解集合问题时，要注意代表元素. 本题采用逐一验证的办法解题，它着重考查集合本身，关键是对集合 P 要理解准确. 另外值得注意的是：$0,\frac{1}{2},1$ 这些关键数是在原集合中，还是在补集中也要把握准确.

题 7　**已知集合 $A=\{x|x^2-(m+3)x+2(m+1)=0,m\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x|2x^2+(3n+1)x+2=0,n\in\mathbf{R}\}$.**

(1)若 $A\cap B=A$，求 m、n 的值；

(2)若 $A\cup B=A$，求 m、n 的值.

分析　由集合的运算易知第(1)问中集合 A、B 的关系为 $A\subseteq B$；第(2)问中集合 A、B 的关系为 $B\subseteq A$；第(3)问中注意集合、方程的解与分类讨论等知识的交汇.

满分解答　(1) 由题意，$A\subseteq B$，$\because 2\in A$，$\therefore 2\in B$.

将 $x=2$ 代入 $2x^2+(3n+1)x+2=0$，得 $n=-2$.

又 $(m+1)\in A$，所以 $(m+1)\in B$.

将 $x=m+1$ 代入 $2x^2-5x+2=0$，得 $m=-\frac{1}{2}$ 或 $m=1$.

$\therefore \begin{cases} m=-\frac{1}{2}, \\ n=-2, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=1, \\ n=-2. \end{cases}$

(2)由题意，$B\subseteq A$.

①当 $B=\varnothing$ 时，方程 $2x^2+(3n+1)x+2=0$，

$\Delta=(3n+1)^2-16<0\Rightarrow -\frac{5}{3}<n<1$，$\therefore \begin{cases} m\in\mathbf{R}, \\ -\frac{5}{3}<n<1. \end{cases}$

②当 B 为单元素集合时，方程 $2x^2+(3n+1)x+2=0$，$\Delta=(3n+1)^2-16=0\Rightarrow n=-\frac{5}{3}$ 或 $n=1$.

当 $n=-\frac{5}{3}$ 时，$B=\{x\mid 2x^2-4x+2=0\}=\{1\}$.

$\because B\subseteq A$，$\therefore 1\in A$，将 $x=1$ 代入 $x^2-(m+3)x+2(m+1)=0$ 得 $m=0$.

当 $n=1$ 时，$B=\{x\mid 2x^2+4x+2=0)=\{-1\}$. $\because B\subseteq A$，$\therefore -1\in A$，将 $x=-1$ 代入

$x^2-(m+3)x+2(m+1)=0$ 得 $m=-2$.

$\therefore \begin{cases} m=0, \\ n=-\frac{5}{3}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=-2, \\ n=1. \end{cases}$

③当 B 为二元素集合时，

易知 $A=B$，对于方程 $x^2-(m+3)x+2(m+1)=0$ 和 $2x^2+(3n+1)x+2=0$ 有

$\frac{1}{2}=\frac{-(m+3)}{3n+1}=\frac{2(m+1)}{2}\Rightarrow \begin{cases} m=-\frac{1}{2}, \\ n=-2. \end{cases}$

综上所述，$\begin{cases} -\frac{5}{3}<n<1, \\ m\in \mathbf{R}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=0, \\ n=-\frac{5}{3}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=-2, \\ n=1, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=-\frac{1}{2}, \\ n=-2. \end{cases}$

思维点评

注意集合、方程的解与分类讨论等知识的交汇.

题 8　**已知集合 $A=\{x\mid x^2+2x-8>0\}$，$B=\{x\mid x^2-2ax+4\leqslant 0\}$. 若 $a>0$，且 $A\cap B$ 中恰有 1 个整数，则 a 的取值范围为________.**

分析　先“定”后“动”，即先化简 $A=\{x\mid x<-4$ 或 $x>2\}$，再设 $f(x)=x^2-2ax+4$，则 $f(x)$ 的轴对称方程 $x=a>0$. 由 $f(-4)=16+8a+4>0$，知 $B\cap\{x\mid x<-4\}=\varnothing$. 因此，$A\cap B$ 中恰有一个整数为 3. 结合图形，$\therefore \begin{cases} f(3)=9-6a+4\leqslant 0, \\ f(4)=16-8a+4>0, \end{cases}$ 解得 $\frac{13}{6}\leqslant a<\frac{5}{2}$. 故 a 的取值范围为 $\left[\frac{13}{6},\frac{5}{2}\right)$.

满分解答　$\left[\frac{13}{6},\frac{5}{2}\right)$.

思维点评

先“定”后“动”，数形结合.

题 9　**集合 $A=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$，计算 A 中的二元子集两元素之和组成的集合 $B=$**

$\{3,4,5,6,7,8,9,10,11,13\}$,求集合 A.

满分解答　不妨设 $x_1<x_2<x_3<x_4<x_5$,则

$x_1+x_2=3$　　　(1)

$x_4+x_5=13$　　　(2)

由于在 A 的二元子集中,每个元素出现 4 次,所以集合 B 的元素和为

$4(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)=3+4+5+6+7+8+9+10+11+13$ 得

$(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)=19.$　　(3)

由式(3)－式(1)－式(2)得 $x_3=3$,又由 x_1+x_3 仅大于 x_1+x_2,所以 $x_1+x_3=4$,故 $x_1=1.$　　(4)

由于 x_3+x_5 仅小于 x_4+x_5,所以 $x_3+x_5=11$,从而 $x_5=8.$　　(5)

式(4)(5)代入式(1)(2)得 $x_2=2,x_4=5.$

思维点评

集合的元素具有确定性、互异性、无序性,利用元素的无序性,我们把集合 A 中的元素按大小排序,排序后就很容易找到集合 A 与 B 之间的关系.这是解题的常见策略.

优质精练

1 若集合 $A=\{x|x\leqslant 2\}$, $B=\{x|x\geqslant a\}$满足 $A\cap B=\{2\}$,则实数 $a=$________.

2 已知集合 $A=\{x|x\leqslant 1\}$, $B=\{x|x\geqslant a\}$且 $A\cup B=\mathbf{R}$,则 a 的取值范围是________.

3 若集合 $A=\{x|2x+1>0\}$, $B=\{x||x-1|<2\}$,则 $A\cap B=$________.

4 设$A_k=\left\{x\middle|x=kt+\frac{1}{kt},\frac{1}{k^2}\leqslant t\leqslant 1\right\}$,其中,$k=2,3,\cdots,2015$.则所有 A_k的交集为________.

5 设集合 $A=\{x||x-2|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{y|y=-x^2,-1\leqslant x\leqslant 2\}$,则 $\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B)$等于(　　).

A. $\mathbf{R}$　　B. $\{x|x\in\mathbf{R},x\neq 0\}$

C. $\{0\}$　　D. $\varnothing$

6 若集合 $A=\{y|y=x^{\frac{1}{3}},-1\leqslant x\leqslant 1\}$, $B=\{y|y=2-\frac{1}{x},0<x\leqslant 1\}$,则 $A\cap B$ 等于(　　).

A. $(-\infty,1]$　　B. $[-1,1]$　　C. $\varnothing$　　D. $\{1\}$

7 设集合 $A=\{x|-\frac{1}{2}<x<2\}$, $B=\{x|x^2\leqslant 1\}$,则 $A\cup B=$(　　).

A. $\{x|-1\leqslant x<2\}$　　B. $\{x|-\frac{1}{2}<x\leqslant 1\}$

C. $\{x|x<2\}$　　D. $\{x|1\leqslant x<2\}$

8 设集合 $A=\{x||x-a|<1,x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x||x-b|>2,x\in\mathbf{R}\}$. 若 $A\subseteq B$,则实数 a,b 必满足(　　).

A. $|a+b|\leqslant 3$　　B. $|a+b|\geqslant 3$

C. $|a-b|\leqslant 3$　　D. $|a-b|\geqslant 3$

9 设集合 $A=\{(x,y)|\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1\}$, $B=\{(x,y)|y=3^x\}$,则 $A\cap B$ 的子集的个数是(　　).

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

10 设 D 是正$\triangle P_1P_2P_3$ 及其内部的点构成的集合,点 P_0 是$\triangle P_1P_2P_3$ 的中心,若集合 $S=\{P|P\in D,|PP_0|\leqslant|PP_i|,i=1,2,3\}$,则集合 S 表示的平面区域是(　　).

A. 三角形区域　　B. 四边形区域

C. 五边形区域　　D. 六边形区域

11 设集合 $A=\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)|x_i\in\{-1,0,1\},i=1,2,3,4,5\}$,那么集合 A 中满足条件"$1\leqslant|x_1|+|x_2|+|x_3|+|x_4|+|x_5|\leqslant 3$"的元素个数为(　　).

A. 60　　B. 90　　C. 120　　D. 130

1.2　四种命题的形式　充分条件　必要条件 基本逻辑联结词及量词

编者引言

1. 命题的几种形式中，谁是原命题是相对的.“逆”“否”“逆否”是相对于原命题而言的，研究几种命题关系，正确分清原命题的条件与结论是关键.特别是对于条件与结论未分开的语句，如“对顶角相等”，好像就没有条件，其实条件是：“如果两个角是对顶角”，结论是：“这两个角相等”.对于具有大前提的原命题，在写其他形式命题时应注意保留这个大前提.

2. 逻辑推理是解决本节有关问题的基本工具.

经典拉分题　思维点评

1. 命题

题 1　**判断下列命题的真假：**

(1)若两个实数积是有理数，则这两个数都是有理数；

(2)若 $a>b$，则 $x^a>x^b(x\neq0)$；

(3)已知 m,n,k 为常数，若 $ma+k,mb+k,mc+k$ 成等差数列，则 a,b,c 成等差数列；

(4)存在这样的 α,β，使 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$.

分析　正确的命题需要证明，假命题只需举一个反例.

满分解答　(1)该命题是假命题.反例：如两个实数 $a=\sqrt{2},b=-\sqrt{2},ab=-2$.

(2)该命题是假命题.反例：当 $0<x<1$ 时，$x^a<x^b$.

(3)该命题是假命题.反例：当 $m=0,a=1,b=3,c=4$ 时，$ma+k,mb+k,mc+k$ 均等于 k，成等差数列，而 a,b,c 不成等差数列；

(4)该命题是真命题.如 $\beta=0$，α 为任意角，则等式
$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$ 恒成立.

思维点评

要否定一个命题，只需要举一个反例；但真命题，必须给出证明.

题 2　(1)试判断命题"一次函数 $f(x)=kx+h(k\neq 0)$,若 $m<n,f(m)>0,f(n)>0$,则对任意 $x\in(m,n)$都有 $f(x)>0$"是真命题还是假命题?并说明理由.

(2)利用第(1)小题结论,试判断命题"若 a,b,c 均为实数,且 $|a|<1,|b|<1,|c|<1$,则 $ab+bc+ca>-1$"是真命题还是假命题?并说明理由.

分析　(1)已知"$f(m)>0,f(n)>0$",所以判断"当 $x\in(m,n)$时 $f(x)$的正负"可比较 $f(x)$与 $f(m)$和 $f(n)$的大小关系,通过比差法判断 $f(x)-f(m)$与 $f(x)-f(n)$的符号;类比(1),(2)中可构造一次函数,$ab+bc+ca>-1$ 等价于 $ab+bc+ca+1>0$,由于 $ab+bc+ca+1>0$ 中 a,b,c 的位置是对称的,所以可以以任意字母为自变量,令 $f(b)=(a+c)b+ac+1$,即构造函数 $f(x)=(a+c)x+ac+1$,然后利用(1)的结论来证明.

满分解答　(1)真命题.理由如下:设 $x\in(m,n)$,

当 $k>0$ 时,$f(x)-f(m)=kx+h-km-h=k(x-m)>0$,$\therefore f(x)>f(m)>0$,$\therefore f(x)>0$;

当 $k<0$ 时,$f(x)-f(n)=kx+h-kn-h=k(x-n)>0$,$\therefore f(x)>f(n)>0$,$\therefore f(x)>0$.

(2)真命题.理由如下:

$ab+ac+bc>-1$ 即为 $ab+ac+bc+1>0$,令 $f(x)=(a+c)x+ac+1$,

$f(1)=a+c+ac+1=(1+c)(1+a)$,$\because |a|<1,|c|<1$,$\therefore f(1)>0$,

$f(-1)=-a-c+ac+1=(1-a)(1-c)$,$\because |a|<1,|c|<1$,$\therefore f(-1)>0$,而$|b|<1$,

$\therefore f(b)=ab+bc+ac+1>0$,$\therefore$命题为真命题.

思维点评

正确理解一次函数的性质.

题 3　设命题 P:$c^2<c$ 和命题 Q:对任何 $x\in \mathbf{R}$,$x^2+4cx+1>0$ 有且仅有一个成立,则实数 c 的取值范围是________.

分析　由命题 P 成立可得:$0<c<1$;命题 Q 成立,可得$-\frac{1}{2}<c<\frac{1}{2}$.因此,要使命题 P 和命题 Q 有且仅有一个成立,实数 c 的取值范围是$\left(-\frac{1}{2},0\right]\cup\left[\frac{1}{2},1\right)$.

满分解答　$\left(-\frac{1}{2},0\right]\cup\left[\frac{1}{2},1\right)$.