重庆市高职高专规划教材
应用高等数学系列

■总主编 曾乐辉
■总主审 龙 辉

应用高等数学习题册（下册）

YINGYONG GAODENG SHUXUE XITICE

工科类 第2版

主 编■燕长轩
副主编■郭洪奇 周凤杰

重庆大学出版社
http://www.cqup.com.cn

内容提要

本习题册与教材《应用高等数学》(工科类)(第2版)下册配套使用,习题选择以教材为主线,章、节名和先后顺序均与教材吻合.其内容包括无穷级数、空间解析几何与多元函数微积分、线性代数基础、概率与数理统计等.

本习题册各章由内容提要、习题、自测试题三部分组成.内容提要概括了教材中的基本概念、基本法则、基本公式和基本方法;习题由浅入深,紧扣教材并预留了练习空白;自测试题可供学生测试学习效果.自测试题配有解答,供学生做题后对照参考.书后附有两套专升本试题,供有需要的学生参考使用.

本习题册可供三年制高职高专工科类专业数学教学使用.

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学(工科类)习题册.下册/燕长轩主编.—2版.—重庆:重庆大学出版社,2015.8

重庆市高职高专规划教材

ISBN 978-7-5624-9382-2

Ⅰ.①应… Ⅱ.①燕… Ⅲ.①高等数学—高等职业教育—习题集 Ⅳ.①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第184243号

重庆市高职高专规划教材

应用高等数学系列

应用高等数学(工科类)习题册(下册)

(第2版)

主 编 燕长轩

副主编 郭洪奇 周凤杰

责任编辑:范春青 版式设计:范春青

责任校对:秦巴达 责任印制:赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:邓晓益

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路21号

邮编:401331

电话:(023) 88617190 88617185(中小学)

传真:(023) 88617186 88617166

网址:http://www.cqup.com.cn

邮箱:fxk@cqup.com.cn (营销中心)

全国新华书店经销

重庆川渝彩色印务有限公司印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:9 字数:225千

2015年8月第2版 2015年8月第4次印刷

印数:19 001—28 000

ISBN 978-7-5624-9382-2 定价:18.00元

前言

根据教育部制定的《高职高专教育专业人才培养目标及规格》和《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》精神,由一批富有高职高专教育教学经验的专家、教授组成的高等数学教材编写组,在认真总结了国家示范高职院校《高等数学》及《应用高等数学》教材的编写和使用经验,研究了高职高专教育面临的新形势和新问题的基础上,尝试了因材施教的创新举措,编写了《应用高等数学系列教材》.

为了进一步增强高等数学课程“培养能力,重在应用”的功能,编写组编写了与教材配套的习题册.习题册以教材为主线,章、节名和先后顺序均与教材吻合.习题选用以“必需、够用”为度,突出了高职高专数学课程为专业服务的特色.习题册中各节的内容提要,可使学生掌握本节的知识纲要.各节编有与教材对应内容配套的习题.每章末编有自测试题A卷和B卷,自测试题紧扣本章教学要求,便于进行同步测试.自测试题配有解答,供学生作题后对照参考.这样一本习题册极具可导、可练、可测性.

本习题册为下册,内容包括无穷级数、空间解析几何与多元函数微积分、线性代数基础、概率与数理统计.

本习题册由重庆工程职业技术学院燕长轩任主编,重庆工业职业技术学院郭洪奇与重庆青年职业技术学院周凤杰任副主编.

第8章由重庆工程职业技术学院徐敏、管哲编写;第9章由重庆工程职业技术学院蒲秀琴、徐江涛编写;第10章由重庆工程职业技术学院南晓雪、燕长轩编写;第11章由重庆工程职业技术学院郭思、罗淑君编写和重庆青年职业技术学院周凤杰编写.

本习题册在编写过程中得到了重庆市数学学会高职高专委员会的指导,得到了在渝主要高职高专院校以及一些举办了高职高专教育的各级各类学校领导和教师的大力支持和帮助,在此表示诚挚的感谢.

由于编者水平有限,时间仓促,难免有缺点和错误,恳请读者批评指正.

《应用高等数学系列教材》编审委员会

2015年5月

目录

8　无穷级数

8.1　常数项级数

内容提要

(1)称 $u_1+u_2+\cdots+u_n+\cdots$为无穷级数,$u_n$ 是常数的级数称为常数项级数,u_n 是函数的级数称为函数项级数.

若无穷级数的部分和 S_n 收敛于 S,则称级数收敛,并称 S 为级数的和;若无穷级数的部分和 S_n 发散,则称级数发散.

(2)若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛,则 $\lim\limits_{x\to\infty} u_n=0$.

(3)设有正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$,且 $u_n \leqslant v_n(n=1,2,\cdots)$,若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛,则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 也收敛;$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散,$\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 也发散.

若正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 满足 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\rho$,则当 $\rho<1$ 时,级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛;当 $1<\rho<+\infty$ 时,级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散;当 $\rho=1$ 时,级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 的敛散性无法确定.

(4)若交错级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$ 满足 $u_{n+1}\leqslant u_n(n=1,2,\cdots)$,$\lim\limits_{n\to\infty} u_n=0$,则该级数收敛,且其和 $S\leqslant u_1$.

(5)若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 收敛,则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛.

习题 8.1

1. 选择题.

(1) 若$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$,则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$(　　).

A. 必收敛　　B. 必发散

C. 可能收敛,也可能发散　　D. 既不收敛,也不发散

(2)级数$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{11}+\frac{1}{18}+\cdots$的一般项是(　　).

A. $u_n=\frac{1}{2n-1}$　　B. $u_n=\frac{1}{3n}$

C. $u_n=\frac{1}{n^2+2}$　　D. $u_n=\frac{1}{(n+2)^2}$

(3)已知级数$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}+\cdots$是发散的,则级数$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{n+4}+\cdots$(　　).

A. 是收敛的　　B. 是发散的

C. 可能收敛,也可能发散　　D. 既不收敛,也不发散

(4)已知级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$收敛,则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{10^3}{2^n}$(　　).

A. 是收敛的　　B. 是发散的

C. 可能收敛,也可能发散　　D. 既不收敛,也不发散

(5)下列说法正确的是(　　).

A. 若$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$,$\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$都发散,则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$发散

B. 若$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$发散,则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{u_n}$收敛

C. 若$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$收敛,则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{u_n}$发散

D. 若$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$,$\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$都发散,则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n v_n)$发散

(6)若$\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$收敛,$\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$发散,则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n \pm v_n)$(　　).

A. 是收敛的　　B. 是发散的

C. 可能收敛,也可能发散　　D. 既不收敛,也不发散

(7)下列级数发散的是(　　).

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$　　　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)^2$

C. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n-1}}$　　　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+n}$

(8)级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+(-1)^n}{e^n}$ 的和是(　　).

A. $\frac{3}{e-1}$　　　　B. $\frac{e+3}{e^2+1}$

C. $\frac{e+3}{e^2-1}$　　　　D. $\frac{3}{e+1}$

2. 填空题.

(1)级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛的必要条件是__________.

(2)级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$ 的部分和 $s_n=$ __________,此级数的和为__________.

(3)当 $|x|<1$ 时, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{3}$ 的和为__________.

(4)已知 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=a$,则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-a_{n+1})$ 的部分和 $s_n=$ __________,此级数的和为__________.

(5)已知 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$ 收敛,则 $\lim_{n\to\infty}\frac{2^n n!}{n^n}=$ __________.

3. 判定下列级数的敛散性.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$　　　　(2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n(n+2)}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n+1}}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$

(5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(2n-1)}{n^2}$

(6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$

(7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$

(8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$

(9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$

(10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2^n}$

4. 判定下列交错级数的敛散性.

(1) $1-\frac{2}{3}+\frac{3}{3^2}-\frac{4}{3^3}+\frac{5}{3^4}-\cdots$　　(2) $\frac{1}{\ln 2}-\frac{1}{\ln 3}+\frac{1}{\ln 4}-\cdots$

8.2 幂级数

内容提要

(1) 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x_0)$ 收敛,则称 x_0 是函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ 的一个收敛点;否则称为发散点. 全体收敛点的集合称为函数项级数的收敛域.

(2) 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$,记 $\rho = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$,称 $\frac{1}{\rho}$ 为幂级数的收敛半径,记为 R.

设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 R,如果 $0 < R < +\infty$,则当 $|x| < R$ 时幂级数收敛,当 $|x| > R$ 时幂级数发散;如果 $R = +\infty$,则幂级数在 $(-\infty, +\infty)$ 处处收敛;如果 $R = 0$,则幂级数仅在 $x = 0$ 处收敛.

(3) 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的和函数 $S(x)$ 在 $(-R,R)$ 内每一点连续.

幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的和函数 $S(x)$ 在 $(-R,R)$ 内每一点可导,且

$$S'(x) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n\right)' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}$$

幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的和函数 $S(x)$ 在 $(-R,R)$ 内的任意一个闭区间上可积,且

$$\int_0^x S(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^x \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \mathrm{d}x\right) = \int_0^x a_0\,\mathrm{d}x + \int_0^x a_1 x\,\mathrm{d}x + \cdots + \int_0^x a_n x^n\,\mathrm{d}x + \cdots$$

习题 8.2

1. 求下列幂级数的收敛区间.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} n x^n$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} 10^n x^n$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2} x^n$

(5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} x^{2n}$

(6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n!} x^n$

(7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2} x^n$

(8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}(x-1)^n$

2. 求下列幂级数的和函数.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} 2nx^{2n-1}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} x^{2(n-1)}$

3. 将下列函数展开成 x 的幂级数.

(1) $f(x)=\sin^2 x$　　　　(2) $f(x)=(1+x)\ln(1+x)$

8.3 傅立叶级数

内容提要

(1)形如 $\frac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ 的函数项级数称为三角级数.

(2)称 $a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\mathrm{d}x$, $a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nx\mathrm{d}x$, $b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nx\mathrm{d}x$ 为傅立叶系数,以 $a_0,a_n,b_n(n=1,2,\cdots)$ 为系数所确定的三角级数 $\frac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ 称为函数 $f(x)$ 傅立叶级数.

(3)若函数 $f(x)$ 是以 2π 为周期的有界周期函数,它在一个周期内连续或至多只有有限个第一类间断点与极值点,则 $f(x)$ 的傅立叶级数收敛,且当 x 是 $f(x)$ 的连续点时,傅立叶级数收敛于 $f(x)$;当 x 是 $f(x)$ 的间断点时,级数收敛于 $\frac{1}{2}[f(x-0)+f(x+0)]$;当 x 是区间的端点,即 $x=\pm\pi$ 时,级数收敛于 $\frac{1}{2}[f(-\pi+0)+f(\pi-0)]$.

(4)称$f(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$为正弦级数,其中$b_n=\dfrac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\sin nx\mathrm{d}x$,奇函数可展开为正弦级数;称$f(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n\cos nx$为余弦级数,其中$a_0=\dfrac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\mathrm{d}x$,$a_n=\dfrac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\cos nx\mathrm{d}x$,偶函数可展开为余弦级数.

习题 8.3

1. 选择题.

(1)若$m,n=1,2,3,\cdots$, 则积分$\int_{-\pi}^{\pi}\cos mx\sin nx\mathrm{d}x=(\quad)$

A. π　　B. 0

C. $\dfrac{\pi}{2}$　　D. 不确定

(2)若函数$f(x)$是$(-\pi,\pi)$上的偶函数,则它的傅立叶系数(　　).

A. $b_n\neq0,a_0=0,a_n\neq0$　　B. $a_0=a_n=0,b_n\neq0$

C. $a_0\neq0,a_n\neq0,b_n=0$　　D. $a_0=b_n=0,a_n\neq0$

(3)若$f(x)$是$(-\pi,\pi)$上的奇函数,则它的傅立叶系数(　　).

A. $b_n=0,a_0\neq0,a_n\neq0$　　B. $a_0=a_n=0,b_n\neq0$

C. $a_0=0,a_n\neq0,b_n\neq0$　　D. $a_0=b_n=0,a_n\neq0$

(4)已知$f(x)=x+1(0\leqslant x\leqslant\pi)$,将$f(x)$展开成正弦级数,$b_1=(\quad)$.

A. 2　　B. 0

C. $2+\dfrac{4}{\pi}$　　D. $\dfrac{2}{\pi}$

2. 设$f(t)=\begin{cases}-2 & -\pi\leqslant t<0\\ 2 & 0\leqslant t<\pi\end{cases}$是以$2\pi$为周期的函数,试将其展开成傅立叶级数.

3. 设$f(x)=\begin{cases} 0 & -\pi\leqslant x<0 \\ e^{x} & 0\leqslant x<\pi \end{cases}$是以$2\pi$为周期的函数,试将其展开成傅立叶级数.

4. 设$f(x)=x+\pi(-\pi<x<\pi)$是以2π为周期的函数,试将其展开成傅立叶级数.

5. 设$f(x)=-2x(-\pi\leqslant x<\pi)$,试将$f(x)$展开成傅立叶级数.

8.4 周期为 2l 的函数展开成傅立叶级数

内容提要

(1)周期为 $2l$ 的函数 $f(x)$ 展开成傅立叶级数为

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\frac{n\pi x}{l}+b_n\sin\frac{n\pi x}{l}\right)$$

其中,$a_0=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\mathrm{d}x$,$a_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\cos\frac{n\pi x}{l}\mathrm{d}x$,$b_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}\mathrm{d}x$.

(2)若 $f(x)$ 是奇函数,则 $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin\frac{n\pi x}{l}$,其中 $b_n=\frac{2}{l}\int_{0}^{l}f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}\mathrm{d}x$;若 $f(x)$ 是偶函数,则 $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos\frac{n\pi x}{l}$,其中 $a_n=\frac{2}{l}\int_{0}^{l}f(x)\cos\frac{n\pi x}{l}\mathrm{d}x$.

习题 8.4

1. 将函数 $f(x)=|x|(-2\leqslant x\leqslant 2)$ 展开成傅立叶级数.

2. 将函数$f(x)=\begin{cases}-2 & -2\leqslant x<0\\ 2-x & 0\leqslant x<2\end{cases}$展开成傅立叶级数.

自测试题 8

A 卷

1. 选择题.(每小题 4 分,共 32 分)

(1)设级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$,若$\lim_{n\to\infty}u_n\neq 0$,则该级数(　　).

A. 收敛　　B. 发散

C. 敛散性不能确定　　D. 既不收敛,也不发散

(2)若级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}(p>0)$收敛,则(　　).

A. $p>1$　　B. $p<1$

C. $p\geqslant 1$　　D. $p\leqslant 1$

(3)若$f(x)$是周期为2π的奇函数,则它的傅立叶级数是(　　).

A. 正弦级数　　B. 余弦级数

C. 既有正弦项,又有余弦项　　D. 不能确定

(4)积分$\int_{-\pi}^{\pi}\sin 2x\cos 3x\mathrm{d}x=$(　　).

A. 0　　B. π　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. 2

(5)正项级数$\sum_{n=0}^{\infty}u_n(u_n>0)$收敛的充分必要条件是(　　).

A. $\lim_{n\to\infty}u_n=0$　　B. $\lim_{n\to\infty}u_n=0$ 且 $u_n\geqslant u_{n+1}, n=1,2,\cdots$

C. $\lim_{n\to\infty}S_n\neq+\infty$($S_n$ 为部分和)　　D. $\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\rho<1$