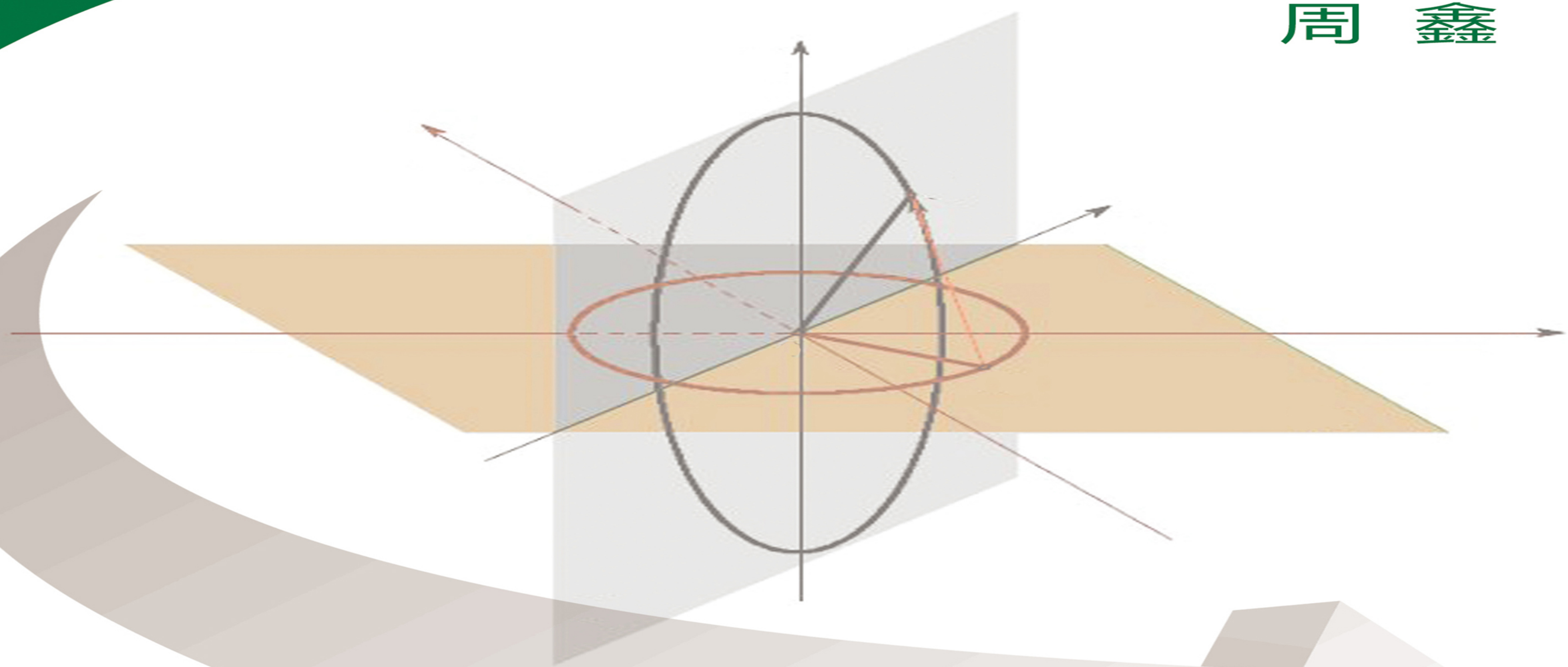
线性代数和概率统计（修订本）

DAXUE SHUXUE XITICE DISAN FENCE

大学数学习题册 第三分册

程开敏 主编

周 鑫 王 妍 赵春燕 副主编



重庆大学出版社

http://www.cqup.com.cn

大学数学习题册第三分册

线性代数和概率统计

（修订本）

主　编　程开敏

副主编　周　鑫　王　妍　赵春燕

重庆大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

大学数学习题册. 第3分册，线性代数和概率统计 / 程开敏主编. —2版. —重庆：重庆大学出版社，2016. 2
ISBN 978-7-5624-9667-0

Ⅰ.①大… Ⅱ.①程… Ⅲ.①线性代数—高等学校—习题集②概率论—高等学校—习题集 Ⅳ.①013-44

中国版本图书馆CIP数据核字（2016）第022129号

大学数学习题册第三分册

线性代数和概率统计（修订本）

主　编：程开敏

副主编：周　鑫　王　妍　赵春燕

责任编辑：文　鹏　　版式设计：文　鹏
责任校对：邹　忌　　责任印制：邱　瑶

*

重庆大学出版社出版发行
出版人：易树平
社址：重庆市沙坪坝区大学城西路21号
邮编：401331
电话：（023）88617190　88617185（中小学）
传真：（023）88617186　88617166
网址：http://www.cqup.com.cn
邮箱：fxk@cqup.com.cn（营销中心）
全国新华书店经销
重庆川渝彩色印务有限责任公司印刷

*

开本：787×1092　1/8　印张：11　字数：275千
2013年8月第1版　2016年2月第2版　2016年2月第6次印刷
印数：14 601—17 600
ISBN 978-7-5624-9667-0　定价：28.70元

9667-0

定价：28.70 元

前　言

数学是自然科学的基本语言,是应用模式探索现实世界物质运动机理的主要手段。对于非数学专业的学生而言,大学数学的教育,其意义则远不仅是学习一种专业的工具而已。事实上,在大学生涯中,就提高学习基础、提升学习能力、培养科学素质和创新能力而言,大学数学是最有用且最值得学生努力的课程。

为方便同学们在学习大学数学的过程中更好地吸收基本理论知识、锻炼基本解题技能,我们编写了与课程教学大纲配套的“大学数学习题册”。该系列习题册分为3本分册,分别为《大学数学第1分册:微积分(理工类)》《大学数学第2分册:微积分(经管类)》以及《大学数学第3分册:线性代数和概率统计》。本册为《大学数学第3分册:线性代数和概率统计》。

本分册内容涵盖线性代数和概率统计两个学科的经典习题。其主要内容有:行列式的计算,矩阵,线性方程组的解法,矩阵的特征值,二次型,随机事件及概率,随机变量及其分布,随机变量的数字特征,大数定律及中心极限定理,数理统计基础,参数估计等。该习题册严格依据大学数学教学大纲编写习题,力求汇集少而精的练习题,使学生完成习题后,能基本掌握大学数学的基本理论、基本技能和基本方法,为低年级的大学生学习高年级的专业课打下坚实的基础。

在大学数学的学习中,要主动把握好从“学数学”到“做数学”的转变,不要以为在课堂上听懂了就等于学到了。事实上,学习者需要在课后花更多的时间主动去做一定类型和一定数量的习题,才可能真正掌握所学的数学知识。在使用该习题册时,我们建议读者在课后的自学与练习中,首先要反复、认真阅读教材,真正掌握大学数学的基本概念,然后再去做本习题册上的习题。读者应先尝试独立完成习题,尽量不要不假思索就去问其他同学,更不能去直接抄袭其他同学,应做完习题后再去与其他同学核对答案,相互讨论。同时,为了鼓励同学们独立完成习题,我们没有附习题参考答案。本习题册是按一节课的习题分布在同一纸张的正反两面来编写的,我们综合考虑了习题的知识覆盖面、习题的难易程度、习题的数量及每道解答题预留空白大小,所以教师在使用该习题册时,我们建议教师们可以将本习题册作为学生的作业,一方面可以让学生在课后巩固课堂所学,另一方面也方便教师批改作业以及检查学生的学习效果。

本次修订版本是由我们团队编写的2013年版本经过系统修订而来。这几年,在使用老版本习题册的过程中,读者们和教师们给我们提出了不少有帮助的意见和建议,我们也认为老版本习题册存在或多或少的瑕疵,在吸收各方面的建议后,我们决定再版本分册。

这次参与编写的作者有:程开敏、王妍、赵春燕以及周鑫。王妍负责事件及概率、随机变量及其分布、随机变量的数学期望等章节的编写;周鑫负责随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定理、数理统计基础、参数估计及概率统计的模拟试卷1和模拟试卷2等章节的编写;赵春燕负责概率统计的模拟试卷3和模拟试卷4、行列式的计算、矩阵及其性质等章节的编写;程开敏负责向量组的线性相关性、线性方程组、矩阵的特征值、二次型以及4套线性代数模拟试卷的编写。我们团队为每一道习题制作了详细解答,使用该习题册时,有需要参考答案的教师可以直接向我们索取。由于水平有限,本次版本习题册虽为再版,但瑕疵难免,希望学生读者们和教师们踊跃向我们建言献策,我们的联系方式:ckm20@126.com。

编　者

目　录

线性代数

概率统计

线性代数　第一章　行列式

行列式的定义

___________院(系)______班　　姓名___________　　学号___________

一、填空题

1. $\begin{vmatrix} 1 & \ln a \\ \log_a e & 1 \end{vmatrix}=$________.

2. 方程 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{vmatrix}=0$ 的非零解为 $k=$________.

3. 排列“6,4,2,7,5,3,1”的逆序数为________,此排列为________(填“奇”或“偶”)排列.

4. 当 $i=$________,$j=$________时,排列“1,2,7,4,i,5,6,j,9”为偶排列.

5. 在 6 阶行列式中,含有 $a_{15}a_{23}a_{32}a_{44}a_{51}a_{66}$项的符号为________,含有 $a_{32}a_{43}a_{14}a_{51}a_{66}a_{25}$项的符号为________.(填“正”或“负”)

二、选择题

1. $\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}=$(　　).

A. 6　　B. −4　　C. 2　　D. −2

2. $\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & 0 & c \\ 0 & d & 0 \end{vmatrix}=$(　　).

A. abd　　B. 0　　C. $abcd$　　D. acd

三、计算题

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

2. 求解方程 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 2 & 3 \\ x^2 & 2^2 & 3^3 \end{vmatrix}=0$.

3. 用行列式的定义计算行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 \\ n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$.

4. 已知 $f(x)=\begin{vmatrix} -x & 3 & 1 & 3 & 0 \\ x & 3 & 2x & 11 & 4 \\ -1 & x & 0 & 4 & 3x \\ 2 & 21 & 4 & x & 5 \\ 1 & -7x & 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$,试求 $f(x)$ 中 x^4 的系数.

行列式的性质

__________院(系)______班　　姓名__________　　学号__________

一、填空题

1.行列式$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$=________.

2.行列式$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$=________.

3.行列式$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$=________.

4.已知某5阶行列式的值为6,将其第一行与第三行交换并转置,再用2乘以所有元素,则所得的新行列式的值为________.

二、选择题

1.若$\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=1$,则$\boldsymbol{D}_1=\begin{vmatrix} 2a_{11} & a_{13} & a_{11}-2a_{12} \\ 2a_{21} & a_{23} & a_{21}-2a_{22} \\ 2a_{31} & a_{33} & a_{31}-2a_{32} \end{vmatrix}$=(　　　).

A.4　　B.−4　　C.2　　D.−2

2.若$\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=1$,则$\boldsymbol{D}_1=\begin{vmatrix} 2a_{11} & 2a_{12} & 2a_{13} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33} \end{vmatrix}$=(　　　).

A.2　　B.1　　C.8　　D.4

三、计算题

1.利用行列式性质计算行列式$\begin{vmatrix} 2016 & 2017 & 2018 \\ 2019 & 2020 & 2021 \\ 2022 & 2023 & 2024 \end{vmatrix}$的值.

2.试利用行列式性质计算行列式:

$$\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 10-x^2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 2 \\ 5 & 6 & 7 & 6-x^2 \end{vmatrix}$$

3.利用行列式性质计算4阶行列式:

$$\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix} x_1-m & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1 & x_2-m & x_3 & x_4 \\ x_1 & x_2 & x_3-m & x_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4-m \end{vmatrix}$$

4.利用行列式性质计算n阶行列式:

$$\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & n \end{vmatrix}$$

行列式按行(列)展开

__________院(系)______班　　姓名__________　　学号__________

一、填空题

1.在$\begin{vmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{vmatrix}$中,元素 6 的余子式 $M_{23}=$________,元素 8 的代数余子式 $A_{32}=$________.

2.设行列式 $\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&8\\4&3&2&1\\8&7&6&5\end{vmatrix}$,$A_{2j}(j=1,2,3,4)$为 $\boldsymbol{D}$ 中第二行元素的代数余子式,则

$4A_{21}+3A_{22}+2A_{23}+A_{24}=$________.

二、选择题

1.已知 4 阶行列式中第 1 行元素依次是$-3,0,1,3$,第 3 行元素的余子式依次为$-1,5,3,x$,则 $x=$(　　).

A.-2　　B.-3　　C.3　　D.2

2.若 $\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix}2&0&4&0\\1&2&1&1\\0&-1&0&0\\5&3&-1&2\end{vmatrix}$,则 $\boldsymbol{D}$ 中第 4 行元素的余子式之和为(　　).

A.-1　　B.-4　　C.-3　　D.0

三、计算题

1.试按第二列展开计算行列式$\begin{vmatrix}2&1&4&1\\3&-1&2&1\\1&2&3&2\\5&0&6&2\end{vmatrix}$的值.

2.用降阶法计算行列式$\begin{vmatrix}1&0&0&-3\\2&1&-5&1\\4&-2&3&2\\4&0&0&-1\end{vmatrix}$的值.

3.已知 4 阶行列式 $\boldsymbol{D}=\begin{vmatrix}1&2&3&1\\0&0&2&2\\1&1&2&2\\4&3&1&5\end{vmatrix}=4$,其中 A_{ij}为元素 a_{ij}的代数余子式.求下列各式的值:

(1)$4A_{41}+3A_{42}+A_{43}+5A_{44}$;　　(2)$A_{21}+A_{22}+3A_{23}+A_{24}$;

(3)$A_{33}+A_{34}$;　　(4)$A_{31}+A_{32}$.

克莱姆法则

__________院(系)______班　　姓名__________　　学号__________

一、填空题

1.若非齐次线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2+kx_3=1\\x_1+kx_2+x_3=0\\kx_1+x_2+x_3=1\end{cases}$有唯一解,则 k 满足________.

2.若齐次线性方程组$\begin{cases}x_1+3x_2+2x_3=0\\2x_2+5x_3=0\\-3x_1-2x_2+kx_3=0\end{cases}$有非零解,则 $k=$________.

二、计算题

1.用克莱姆法则解下列线性方程组:

(1)$\begin{cases}2x_1+2x_2+3x_3=2\\x_1-x_2=3\\-x_1+2x_2+x_3=0\end{cases}$　　(2)$\begin{cases}3x_1-2x_2-x_4=1\\2x_2+2x_3+x_4=1\\x_1-2x_2-3x_3-2x_4=1\\x_2+2x_3+x_4=1\end{cases}$

2.设$f(x)=\begin{vmatrix}1&1&1&\cdots&1&1\\1&2&3&\cdots&n&x\\1&4&9&\cdots&n^2&x^2\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots&\vdots\\1&2^n&3^n&\cdots&n^n&x^n\end{vmatrix}$,求导函数 $f'(x)$ 的零点个数及其所在区间.

3.设$f(x)=c_0+c_1x+c_2x^2+\cdots+c_nx^n$,用克莱姆法则证明:如果$f(x)$有 $n+1$ 个互不相同的根,则 $f(x)$是零多项式.

综合习题一

__________院(系)______班　　姓名__________　　学号__________

一、填空题

1.n 阶行列式 $\begin{vmatrix} x & y & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x & y & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & y \\ y & 0 & 0 & \cdots & x \end{vmatrix} =$________.

2.行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1(n-1)} & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2(n-1)} & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} =$________.

3.行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} =$________.

二、选择题

1. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$(　　　).

A.0　　　　B.-1　　　　C.1　　　　D.2

2.若 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a$,则 $\begin{vmatrix} a_{12} & ka_{22} \\ a_{11} & ka_{21} \end{vmatrix} =$ (　　　).

A.ka　　　　B.$-ka$　　　　C.k^2a　　　　D.$-k^2a$

3.若 $\boldsymbol{D} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$,则 $\boldsymbol{D}$ 中第 4 行元素的余子式之和为(　　　).

A.-1　　　　B.-2　　　　C.-3　　　　D.-4

三、计算题

1.计算行列式 $\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$.

2.解方程 $\begin{vmatrix} 0 & 1 & x & 1 \\ 1 & 0 & 1 & x \\ x & 1 & 1 & 0 \\ 1 & x & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$.

3.计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ b_1 & a_1 & a_1 & \cdots & a_1 \\ b_1 & b_2 & a_2 & \cdots & a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_1 & b_2 & b_3 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$.

4.计算行列式 $\begin{vmatrix} 1+x_1^2 & x_1x_2 & \cdots & x_1x_n \\ x_2x_1 & 1+x_2^2 & \cdots & x_2x_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_nx_1 & x_nx_2 & \cdots & 1+x_n^2 \end{vmatrix}$.

5.计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

6.证明：$\begin{vmatrix} a_1+b_1x & a_1x+b_1 & c_1 \\ a_2+b_2x & a_2x+b_2 & c_2 \\ a_3+b_3x & a_3x+b_3 & c_3 \end{vmatrix}=(1-x^2)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$.

7.设 a,b,c 两两不等,证明 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}=0$ 的充要条件是 $a+b+c=0$.

8.已知 n 阶行列式 $|A|=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & \cdots & 2n-1 \\ 1 & 2 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & n \end{vmatrix}$,求其代数余子 $A_{11}+A_{12}+\cdots+A_{1n}$之和.

9.设 $abcd=1$,计算行列式 $\begin{vmatrix} a^2+\frac{1}{a^2} & a & \frac{1}{a} & 1 \\ b^2+\frac{1}{b^2} & b & \frac{1}{b} & 1 \\ c^2+\frac{1}{c^2} & c & \frac{1}{c} & 1 \\ d^2+\frac{1}{d^2} & d & \frac{1}{d} & 1 \end{vmatrix}$.

第二章　矩　阵

矩阵的运算

___________院(系)______班　　姓名__________　　学号__________

一、填空题

1.若 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶方阵,且 $|\boldsymbol{A}|=1$,k 为非零常数,则 $|k\boldsymbol{A}|=$________.

2.设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶方阵,$\boldsymbol{I}$ 为 n 阶单位阵,且 $\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{I}$,则行列式 $|\boldsymbol{A}|=$________.

3.如果 $\boldsymbol{A}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_{11}-3a_{31} & a_{12}-3a_{32} & a_{13}-3a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$,则 $\boldsymbol{A}=$________.

二、选择题

1.设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 为 n 阶方阵,则下列各式成立的是(　　).

A. $|\boldsymbol{A}^2|=|\boldsymbol{A}|^2$　　B. $\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{B}^2=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})$

C. $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{AB}$　　D. $(\boldsymbol{AB})^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}$

2.设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 为 n 阶方矩阵,$\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{B}^2$,则下列各式成立的是(　　).

A. $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$　　B. $\boldsymbol{A}=-\boldsymbol{B}$　　C. $|\boldsymbol{A}|=|\boldsymbol{B}|$　　D. $|\boldsymbol{A}|^2=|\boldsymbol{B}|^2$

3.设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为 n 阶方阵,则必有(　　).

A. $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}|=|\boldsymbol{A}|+|\boldsymbol{B}|$　　B. $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}$

C. $|\boldsymbol{AB}|=|\boldsymbol{BA}|$　　D. $|\boldsymbol{A}|^2=|\boldsymbol{B}|^2$

三、计算题

1.设矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

(1)计算 $\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{B}$;(2)计算 $3\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{B}$;(3)若 $\boldsymbol{X}$ 满足 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}$,求 $\boldsymbol{X}$.

2.已知

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

求:(1)$\boldsymbol{AB}$;　　(2)$\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$.

3. 计算下列矩阵：

（1）$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^2$；　（2）$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 0 \end{pmatrix}^3$；　（3）$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}^3$.

4. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，求所有满足 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}$ 的矩阵 $\boldsymbol{B}$.

逆矩阵

__________院(系)______班　姓名__________　学号__________

一、填空题

1.设 $\boldsymbol{A}$ 为 5 阶方阵,$\boldsymbol{A}^*$ 是其伴随矩阵,且 $|\boldsymbol{A}|=3$,则 $|\boldsymbol{A}^*|=$________.

2.设方阵 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$ 满足 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{AC}$,当 $\boldsymbol{A}$ 满足________时,$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$.

3.已知 $\boldsymbol{A}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0&0&1\\2&3&0\\1&2&0\end{pmatrix}$,则 $A^{-1}=$________.

二、选择题

1.设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 为 n 阶可逆矩阵,下面各式恒正确的是(　　).

A. $|(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^{-1}|=|\boldsymbol{A}^{-1}|+|\boldsymbol{B}^{-1}|$　　B. $|(\boldsymbol{AB})^{\mathrm{T}}|=|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|$

C. $|(\boldsymbol{A}^{-1}+\boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}|=|\boldsymbol{A}^{-1}|+|\boldsymbol{B}|$　　D. $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^{-1}=\boldsymbol{A}^{-1}+\boldsymbol{B}^{-1}$

2.设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶方阵,行列式 $|\boldsymbol{A}|=1$,$\boldsymbol{A}^*$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵,则行列式 $|(2\boldsymbol{A})^{-1}-2\boldsymbol{A}^*|=$(　　).

A. $-\frac{27}{8}$　　B. $-\frac{8}{27}$　　C. $\frac{27}{8}$　　D. $\frac{8}{27}$

3.设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶可逆矩阵,则下面各式恒正确的是(　　).

A. $|2\boldsymbol{A}|=2|\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}|$　　B. $(2\boldsymbol{A})^{-1}=2\boldsymbol{A}^{-1}$

C. $[(\boldsymbol{A}^{-1})^{-1}]^{\mathrm{T}}=[(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}]^{-1}$　　D. $[(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}]^{-1}=[(\boldsymbol{A}^{-1})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$

4.设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C},\boldsymbol{I}$ 为同阶方阵,$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵.若 $\boldsymbol{ABC}=\boldsymbol{I}$,则(　　).

A. $\boldsymbol{ACB}=\boldsymbol{I}$　　B. $\boldsymbol{CAB}=\boldsymbol{I}$　　C. $\boldsymbol{CBA}=\boldsymbol{I}$　　D. $\boldsymbol{BAC}=\boldsymbol{I}$

三、计算题

1.解下列矩阵方程($\boldsymbol{X}$ 为未知矩阵):

(1) $\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\boldsymbol{X}\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&3\\2&-1\\1&0\end{pmatrix}$;

(2) $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{X}$,其中 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}4&2&3\\1&1&0\\-1&2&3\end{pmatrix}$.

2.已知 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&2&1\\1&0&-1\end{pmatrix}$,求 $(\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{I})(\boldsymbol{A}^2-4\boldsymbol{I})^{-1}$.

3.设 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 可逆,试证明 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵 $\boldsymbol{A}^*$ 可逆,并求 $(\boldsymbol{A}^*)^{-1}$.

4.设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 为 3 阶矩阵,且 $2\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}-4\boldsymbol{E}$,其中 $\boldsymbol{E}$ 为 3 阶单位矩阵.

(1)证明:$\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{E}$ 可逆;

(2)若 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&-2&0\\1&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}$,求 $\boldsymbol{A}$.

分块矩阵

__________院(系)______班　　姓名__________　　学号__________

计算题

1.设 $\boldsymbol{A}_1=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}$,$\boldsymbol{A}_2=\begin{pmatrix}3&4\\2&3\end{pmatrix}$,$\boldsymbol{A}_3=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$,$\boldsymbol{A}_4=\begin{pmatrix}1&2\\1&1\end{pmatrix}$,求:

(1)$\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_1&O\\O&\boldsymbol{A}_4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}O&\boldsymbol{A}_2\\\boldsymbol{A}_3&O\end{pmatrix}$;　　(2)$\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}_1&\boldsymbol{A}_2\\\boldsymbol{A}_3&\boldsymbol{A}_4\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$.

2.用矩阵的分块求矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\2&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&1&1\end{pmatrix}$ 的逆矩阵.

3.设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\2&1&0&0\\2&2&1&0\\1&3&1&1\end{pmatrix}$,$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&0&1\\-2&1&0\\1&0&3\\-1&3&-1\end{pmatrix}$,利用矩阵的分块求 $\boldsymbol{AB}$.

4.设 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 s 阶矩阵 $\boldsymbol{B}$ 都可逆,求 $\begin{pmatrix}O&\boldsymbol{A}\\\boldsymbol{B}&O\end{pmatrix}^{-1}$.

5.设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3&4&&\\4&-3&&O\\&&2&0\\&O&2&2\end{pmatrix}$,求:

(1)$|\boldsymbol{A}^8|$;　　(2)$\boldsymbol{A}^4$.

矩阵的初等变换

__________院(系)______班　　姓名__________　　学号__________

一、填空题

1. $\begin{pmatrix}1&1&2\\3&2&1\\1&1&0\end{pmatrix}$的等价标准形为________.

2. $\begin{pmatrix}3&0&2&2\\2&1&3&1\\5&0&4&1\end{pmatrix}$的行最简形为________.

二、选择题

1. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶方阵,且 $|\boldsymbol{A}|\neq 0$,则(　　　).

A. $\boldsymbol{A}$ 经列初等变换可变为单位阵 $\boldsymbol{I}$

B. 由 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{BA}$,可得 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}$

C. 当$(\boldsymbol{A}|\boldsymbol{I})$经有限次初等变换变为$(\boldsymbol{I}|\boldsymbol{B})$时,有 $\boldsymbol{A}^{-1}=\boldsymbol{B}$

D. 以上选项都不对

2. 设矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{31}+a_{11}&a_{32}+a_{12}&a_{33}+a_{13}\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{P}_1=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\boldsymbol{P}_2=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix},$$

则必有(　　　).

A. $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{AP}_1\boldsymbol{P}_2$　　　B. $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{AP}_2\boldsymbol{P}_1$　　　C. $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{A}$　　　D. $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{P}_2\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}$

三、计算题

1. 用初等变换法求矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&1\\1&1&3\end{pmatrix}$的逆矩阵.

2. 设矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}3&-2&0&0\\5&-3&0&0\\0&0&3&4\\0&0&1&2\end{pmatrix},$$

求 $\boldsymbol{A}^{-1}$.

3. 用初等变换求逆矩阵法解矩阵方程 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$,其中

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&1&-1\\0&2&2\\1&-1&0\end{pmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&-1\\1&1\\2&1\end{pmatrix}.$$

4. 设 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式 $|\boldsymbol{A}|=a$,将方阵 $\boldsymbol{A}$ 的每一列减去其余各列而形成矩阵 $\boldsymbol{B}$,试求 $\boldsymbol{B}$ 的行列式 $|\boldsymbol{B}|$.

矩阵的秩

__________院(系)______班　　姓名__________　　学号__________

一、填空题

1.矩阵$\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}(1\quad -1\quad 1)$的秩为________.

2.矩阵$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\0 & -1 & -1\\0 & 0 & -1\end{pmatrix}$的秩等于________.

3.非零矩阵$\begin{pmatrix}a_1b_1 & a_1b_2 & \cdots & a_1b_n\\a_2b_1 & a_2b_2 & \cdots & a_2b_n\\\vdots & \vdots & & \vdots\\a_nb_1 & a_nb_2 & \cdots & a_nb_n\end{pmatrix}$的秩为________.

二、选择题

1.设 $\boldsymbol{A}$ 为 $m\times n$ 阶矩阵,秩$(\boldsymbol{A})=r<m<n$,则(　　).

A.$\boldsymbol{A}$ 中 r 阶子式不全为零　　B.$\boldsymbol{A}$ 中阶数小于 r 的子式全为零

C.$\boldsymbol{A}$ 经行初等变换可化为$\begin{pmatrix}\boldsymbol{I}_r & O\\O & O\end{pmatrix}$　　D.$\boldsymbol{A}$ 为满秩矩阵

2.$\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}$ 为 n 阶非零矩阵,且 $\boldsymbol{AB}=0$,则秩$(\boldsymbol{A})$和秩$(\boldsymbol{B})$(　　).

A.有一个等于零　　B.都为 n

C.都小于 n　　D.一个小于 n,一个等于 n

三、计算题

1.设矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & 5 & 2 & -2\\3 & -1 & 3 & 2\\-1 & -1 & 3 & 0\end{pmatrix},$$

试计算 $\boldsymbol{A}$ 的全部 3 阶子式,并求 $r(\boldsymbol{A})$.

2.求下列矩阵的秩,并求一个最高阶非零子式:

$$\begin{pmatrix}1 & -1 & 3 & -4 & 3\\3 & -3 & 5 & -4 & 1\\2 & -2 & 3 & -2 & 0\\3 & -3 & 4 & -2 & -1\end{pmatrix}.$$

3.用矩阵的初等变换确定参数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩与参数取值的关系:

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & \lambda & -1 & 2\\2 & -1 & \lambda & 5\\1 & 10 & -6 & 1\end{pmatrix}.$$