高职高专教育“十二五”规划教材

WULIXUE JI SHIYAN

物理学及实验

主　编　胡晓明　聂　晶

电子科技大学出版社

物理学及实验

主　编　胡晓明　聂　晶
副主编　郭庆龙　刘　丽

电子科技大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

物理学及实验／胡晓明，聂晶主编．—成都：电子科技大学出版社，2013.1

ISBN 978－7－5647－1364－5

Ⅰ．①物…　Ⅱ．①胡…　②聂…　Ⅲ．①物理学－实验－高等学校－教材　Ⅳ．①O4－33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 302205 号

物理学及实验

主　编　胡晓明　聂　晶

出　　版：电子科技大学出版社
策划编辑：曾　艺
责任编辑：曾　艺
主　　页：www.uestcp.com.cn
电子邮件：uestcp@uestcp.com.cn
发　　行：新华书店经销
印　　刷：北京佳顺印务有限公司
成品尺寸：185 mm×260 mm　　**印张** 19.25　　**字数** 445 千字
版　　次：2013 年 1 月第 1 版
印　　次：2013 年 1 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978－7－5647－1364－5
定　　价：38.00 元

目　录

项目一　质点运动学 …… 1
任务一　参考系和位置矢量 …… 1
任务二　速度和加速度 …… 4
任务三　圆周运动 …… 9
任务四　相对运动 …… 13
项目二　质点动力学 …… 16
任务一　质点定律 …… 16
任务二　万有引力、弹性力和摩擦力 …… 19
任务三　牛顿定律的应用 …… 20
任务四　动量定理 …… 24
任务五　动量守恒定律 …… 26
任务六　功、动能和动能定理 …… 29
任务七　保守力的功、势能 …… 33
任务八　功能原理和机械能守恒定律 …… 35
任务九　对称性和守恒定律 …… 38
项目三　刚体力学 …… 44
任务一　了解刚体运动学 …… 44
任务二　刚体绕定轴的转动 …… 45
任务三　转动动能定理 …… 49
任务四　质点对轴的角动量 …… 52
任务五　刚体对轴的角动量 …… 55
项目四　机械振动 …… 61
任务一　简谐振动 …… 61
任务二　简谐振动的能量 …… 67
任务三　同方向、同频率简谐振动的合成 …… 69
项目五　机械波 …… 72
任务一　了解机械波 …… 72
任务二　平面简谐 …… 74
任务三　波的能量 …… 78
任务四　惠更斯原理 …… 81
任务五　波的叠加 …… 82
任务六　驻波、声波和多普勒效应 …… 85

项目六　气体动理论 …… 95
任务一　了解理想气体 …… 95
任务二　理想气体的压强和温度 …… 98
任务三　气体分子的速率分布和能量分布 …… 102
任务四　气体分子的碰撞 …… 106
任务五　理想气体的内能 …… 108
项目七　热力学 …… 113
任务一　热力学第一定律 …… 113
任务二　准静态下功和热量的计算 …… 115
任务三　热力学第一定律对理想气体的应用 …… 117
任务四　循环过程和卡诺循环 …… 122
任务五　热力学第二定律 …… 129
任务六　热力学第二定律的统计意义 …… 130
项目八　静电场 …… 136
任务一　电荷和电场 …… 136
任务二　电通量与高斯定理 …… 141
任务三　静电场力的功、电势 …… 146
任务四　导体和电介质 …… 153
任务五　电容、电容器和静电场能量 …… 158
任务六　静电现象和静电技术 …… 161
项目九　稳恒磁场 …… 165
任务一　电流与电功势 …… 165
任务二　磁场与磁感应强度 …… 167
任务三　毕奥—萨伐尔定律 …… 170
任务四　安培环路定理及应用 …… 173
任务五　磁场对电流的作用 …… 177
任务六　磁场中的磁介质 …… 183
项目十　电磁感应与电磁场 …… 191
任务一　了解电磁感应 …… 191
任务二　动生电动势与感生电动势 …… 196
任务三　自感与互感 …… 201
任务四　磁场的能量 …… 206
任务五　麦克斯韦电磁场理论 …… 207
项目十一　波动光学 …… 213
任务一　几何光学基本定律 …… 213
任务二　薄透镜 …… 217
任务三　光的干涉 …… 221
任务四　光的衍射 …… 231

任务五　晶体的 X 射线衍射 …………………………………………………… 238
任务六　光的偏振…………………………………………………………………… 240
项目十二　狭义相对论基础…………………………………………………………… 252
任务一　伽利略变换与经典力学的相对性原理…………………………………… 252
任务二　狭义相对论的基本假设与洛伦兹变换…………………………………… 254
任务三　狭义相对论的时空观……………………………………………………… 258
任务四　狭义相对论的速度变换…………………………………………………… 261
任务五　狭义相地论动力学基础…………………………………………………… 262
项目十三　量子物理基础……………………………………………………………… 268
任务一　黑体辐射与普朗克量子假设……………………………………………… 268
任务二　光的量子性与德布罗意波………………………………………………… 270
任务三　氢原子的玻尔理论………………………………………………………… 277
任务四　不确定关系………………………………………………………………… 280
任务五　波函数及基物理意义……………………………………………………… 281
任务六　薛定谔方程及其简单应用………………………………………………… 282
任务七　原子中核外电子的状态…………………………………………………… 288
任务八　激光原理和特性…………………………………………………………… 290
任务九　固体的能带与量子效应…………………………………………………… 293
附　录…………………………………………………………………………………… 298
参考文献………………………………………………………………………………… 299

前　　言

物理学是研究物质的基本结构、基本运动规律以及基本相互作用的科学。物理学的基本理论渗透到自然科学的各个门类，应用于生产领域的各个部门。物理学所展现的认识论和方法论，在人类追求真理、探索未知世界的过程中，具有普遍的意义。

在历史上，物理学的许多重要发现和理论，都曾引起科技、工农业发生革命性的变化，也大大地改变了人类的生活质量。例如，电磁学的发展使人们有可能大规模地使用电能，进而实现电气化、电子化；相对论和量子理论的建立和发展使人们对宇宙起源及构造有突破性的认识，也促进了半导体工业、通信技术、核能利用等的崛起和发展，物理学不仅内容丰富，而且研究方法也在不断发展。所以物理学是整个自然科学和工程技术的基础。

本书以教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会制定的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》为依据，针对高职高专人才培养的目标编写。全书由力学、热学、电磁学、光学、近代物理和附录等6部分组成，共包括13个项目的内容，较系统地介绍了物理基本概念和规律，注重物理知识在实际中的具体应用，具有理论基础较系统宽厚，经典强化而近代突出的特点，有利于培养学生树立科学的世界观，增强学生分析问题和解决问题的能力，提高学生的科学素质。

本书注重物理思想方法的介绍，体现内容的现代化和先进性，较系统、完整地介绍了物理学的基本理论，涵盖了最重要的基本概念、基本原理和基本规律，反映了物理知识在科研、生产和生活中的实际应用。在基本保证经典内容系统性的前提下，适当加强和拓展了近代物理的内容，并将物理学在现代科学技术中应用的一些新理论作为专题单独介绍。以使专题与基本内容互补，展现基本完整的物理学框架。书中还附有一些反映物理知识在科研、生产和生活中具体应用的图片和照片，以使图文并茂，开阔学生的知识视野，激发学生的学习热情和求知欲望，增强学生科学观察和思维的能力。

作为教材，应力求做到教师好教、学生易学。为此，我们在概念的叙述上尽量言简意明、公式推导时尽量简捷，定理证明上尽量简化。在求解例题的过程中，注重解题思路、方法的分析和介绍、归纳和总结。各章后都有一定数量的习题。

尽管本书的编写凝聚了编者们多年来积累的丰富教改研究和教学实践经验，但由于时间较紧且学识所限，书中的疏漏和不妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正，以便在今后的重印或再版中改进和完善。

编　者

项目一 质点运动学

项目简介

在研究物体作机械运动时，为了便于研究和更突出物体的运动，在一般情况下，我们可以根据问题的性质和运动情况，将物体看成没有大小和形状、具有物体全部质量的点，称为质点。因此，质点是实际物体经过科学抽象而形成的一个理想化模型。同一物体在不同的问题中，有时可看成质点，有时就不能。例如地球，在讨论它绕太阳作公转时，由于地球至太阳的平均距离约为地球半径的 10^4 倍，因此地球上各点相对于太阳的运动可近似看作是相同的，此时，可以将地球的大小忽略不计，看成是质点；但在讨论地球自转时，地球就不能被当作质点了。因此，将物体当作质点是有条件的、相对的。另外，是否将物体看作质点，与物体的形状和大小无关，只与物体的运动情况有关。

下面讨论如何描述质点在机械运动中其位置随时间变化的规律。

任务一　参考系和位置矢量

一、参考系和坐标系

运动是物质存在的形式，一切物体都在作各种形式的运动，特别是机械运动（在本篇中，简称运动）。我们坐在教室里看黑板，似乎黑板并不运动，其实，我们和黑板都伴随着地球在自转及绕太阳在公转。并且太阳、银河系也都在运动。所以在宇宙中绝对静止的物体是不存在的，这就是所谓的运动的绝对性。

我们都有过这样的经验：当乘船在平静的江河中航行时，如果不看船外境景（树、岸等）的话，往往不能确定船是否在航行。于是，为了观察某个物体的运动，就要选择另一个或几个其他物体作为参考，假定它们不动，相对于它们来描述讨论物体的运动。这些被选择作为参考的物体或物体系称为参考系。显然，这样所描述的运动是相对于该参考系的。对于同一个物体的运动来说，选择不同的参考系，将给出不同的描述。这就是运动描述的相对性。例如，在水平面上相对于地面作匀速直线运动的车厢里有一个自由下落的物体，以车厢为参考系，物体作直线运动；若以地面为参考系，物体则作抛物线运动。参考系的选择是任意的，通常选地球为参考系。

为了对物体的运动作定量的描述，只确定参考系是不够的，还需选用适当的坐标系。

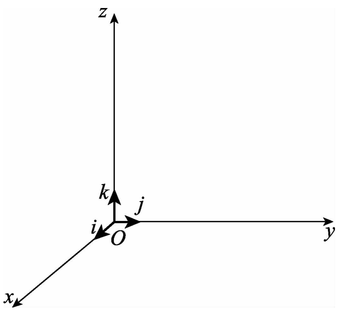

图 1-1　笛卡儿坐标系

通常将坐标系的原点 O 固定在参考系中的一点上，用通过原点并标有长度单位、且有方向的直线作为坐标轴，并按一定的规律将坐标轴构成一个坐标系。最常用的是用三条在原点相交、且相互垂直的有向直线组成的坐标系，称为空间笛卡儿坐标系。本书主要采用笛卡儿坐标系，如图 1-1 所示，它的三条坐标轴分别称为 x 轴、y 轴和 z 轴，沿三个坐标轴正方向分别取大小为单位长度的矢量 i、j、k，称为单位矢量，用来标示相应坐标轴的正方向。

由于坐标系与参考系是固连在一起的，所以物体相对于坐标系的运动，其实就是相对于参考系的运动。因此，当我们建立了坐标系，就意味着也已选定了参考系。

二、位置矢量　运动函数　轨迹方程

设某时刻 t 质点在空间的 P 点位置，如图 1-2 所示，我们可以由参考系上 O 点指向点 P 的矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示，由于 $\boldsymbol{r}$ 是确定质点在空间位置的矢量，所以称为质点在该时刻 t 的位置矢量，简称位矢。我们也可以采用固定在 O 点的笛卡儿坐标系 $Oxyz$ 中 P 点的坐标（x，y，z）来描述质点的位置，坐标 x、y、z 实际上就是位矢 $\boldsymbol{r}$ 在相应坐标轴的投影，称为位矢 $\boldsymbol{r}$ 的分量。这样，位矢 $\boldsymbol{r}$ 便可沿 x 轴、y 轴和 z 轴的正向分解为三个分矢量 $x\boldsymbol{i}$、$y\boldsymbol{j}$ 和 $z\boldsymbol{k}$，从而有

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

则位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

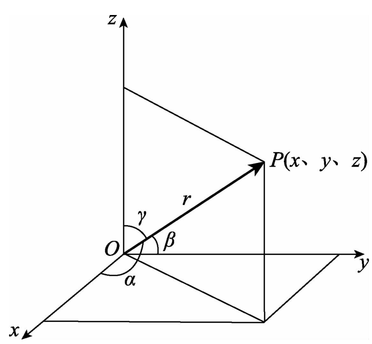

图 1-2　位置矢量

$$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \tag{1-2}$$

设位矢 r 与 x、y、z 轴之间的夹角分别是 α、β 及 γ，那么，位矢 r 的方向可由下列的方向余弦表述，即

$$\left.\begin{aligned}\cos\alpha&=\frac{x}{r}\\ \cos\beta&=\frac{y}{r}\\ \cos\gamma&=\frac{z}{r}\end{aligned}\right\} \tag{1-3}$$

这样，对于位矢 $\boldsymbol{r}$，在笛卡儿坐标系中，我们既可用式（1-1）表示，也可用式（1-2）和式（1-3）来表示。两者是等同的。

当质点运动时，它在空间的位置是随时间而变化的，$\boldsymbol{r}$ 或 x、y、z 都是时间的函数，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-4a}$$

或

$$\left.\begin{aligned}x&=x(t)\\y&=y(t)\\z&=z(t)\end{aligned}\right\}\tag{1-4b}$$

式（1-4a）和式（1-4b）都称为质点的运动函数。因为如果知道了式（1-4a）或式（1-4b）的函数形式，也就可以确定质点在任意时刻的位置了。运动学研究的目的之一就是要找出各种具体运动所遵循的运动函数。

式（1-4b）也可以看成是运动质点轨迹的参数方程，若在式（1-4b）中消去时间 t，就可得到运动质点的轨迹方程。运动质点的轨迹是一条空间曲线。前面我们已经说过，描述运动是相对的，对同一质点的运动来说，选择不同参考系，它的运动函数是不相同的。但对于同一质点的运动，在选定了一个参考系后，即使在不同的坐标系中，轨迹曲线应是相同的一条，虽然运动函数的形式在不同的坐标系中不尽相同。

式（1-4a）和式（1-4b）还反映了运动叠加原理。

物体运动的一个重要特征是独立性（或叠加性）。从大量事实中人们发现，一个运动可以看成是由几个同时进行的、且各自独立进行的运动叠加而成的。这就是运动叠加原理，或称为运动独立性原理。

运动叠加原理在日常生活和工作中随处可见，例如一台塔式起重机把楼板从地面运送到房架上，楼板的运动可以看作是垂直上升运动与水平运动叠加而成的。

三、位移

质点在运动时，它的位置在不断地变化，设 t 时刻质点在 A 点，它的位矢是 $\boldsymbol{r}(t)$，经过 Δt 时间后，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 B 点，这时位矢是 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$，则在时间 Δt 内，它的位置变化是

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)\tag{1-5}$$

称为质点在 Δt 时间内的位移，位移是矢量，它只表示 Δt 时间内质点的位置变化，并不真正反映 Δt 时间内质点经过的路程。路程 Δs 是指在 t 到 $t+\Delta t$ 这一段时间内，质点所经过的轨迹的长度。路程是标量。一般来说，$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$，这在图 1-3 中可明显看出。但当时间 Δt 趋于零时，B 点无限接近 A 点，亦即：当 $\Delta t\to 0$ 时，路程 $\mathrm{d}s$ 和位移的大 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$ 是相等的。位移的大小和路程的单位在国际单位制（SI）中都用 m（米）、km（千米）或 cm（厘米）来表示；时间的单位是 s（秒）、min（分）、h（小时）、d（天）或 a（年）。

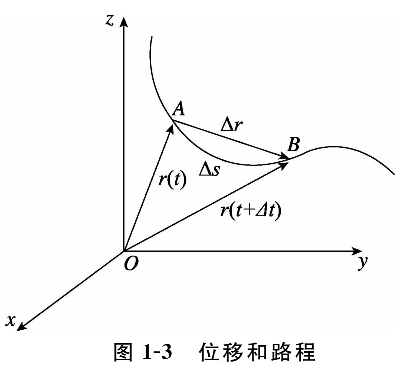

图 1-3　位移和路程

任务二　速度和加速度

为了进一步描述质点在每个时刻的运动方向和运动快慢及其变化情况，本节将引述质点的速度和加速度这两个物理量。

一、速度

1. 平均速度

设质点按运动规律 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$ 沿曲线运动，如图 1-4 所示，从时刻 t 经时间 Δt，质点的位移是 $\Delta \boldsymbol{r}$，我们定义 $\Delta \boldsymbol{r}$ 和 Δt 的比值为质点在 t 时刻起 Δt 时间内的平均速度，用 $\overline{v}$ 表示

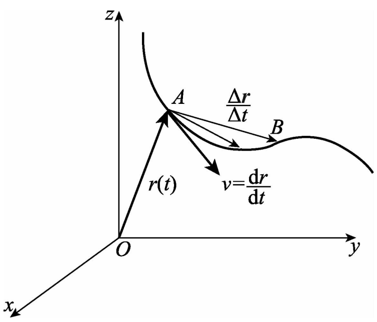

图 1-4　平均速度和瞬时速度

$$\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-6}$$

平均速度是矢量，其方向与位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向相同，其大小等于$\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}$。由于 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的大小和方向不仅与时刻 t 有关，还与时间 Δt 的长短有关，所以，平均速度的大小和方向也与 t 及 Δt 有关。这样，用平均速度来描写质点的运动是比较粗糙的，它不能精确地说明质点在某一时刻 t（或空间某点）的运动快慢程度和运动方向。

有时我们也用平均速率来表征质点运动的快慢，它是质点从某时刻 t 到 $t+\Delta t$ 的时间内所经历的路程 Δs 与时间 Δt 的比值，即 $\overline{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$，由于 $\Delta s\neq|\Delta \boldsymbol{r}|$，所以 $\overline{v}\neq|\overline{\boldsymbol{v}}|$。

2. 瞬时速度

为了精确地描述质点在运动过程中某一时刻（或某一位置）的运动状态，我们令 Δt 趋于零，位移 Δr 也相应地趋于零，但它们的比值$\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$却趋近于某一极限值 v，称为瞬时速度，简称速度，即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-7}$$

亦即，质点在某时刻（或某位置）的速度 $\boldsymbol{v}$ 等于矢量 $\boldsymbol{r}$ 对时间 $\boldsymbol{t}$ 的一阶导数。从图 1-4 中我们可以看到，平均速度的方向就是该段时间内位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向，而瞬时速度的方向是平均速度的极限方向，也就是轨迹在该位置的切线方向，且指向运动前方。需要指出，某一时刻的位矢 $\boldsymbol{r}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$ 是描述质点运动状态的两个物理量。

与瞬时速度相仿，瞬时速率（简称速率）的定义是 t 时刻起，当 Δt 趋于零时，平均速率 $\overline{v}$ 的极限值，即

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\overline{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

由于当 Δt 趋于零时，$|\Delta \mathrm{d}\boldsymbol{r}|$ 和 $\Delta \mathrm{d}s$ 的值趋于相等，所以，瞬时速度的大小与同一时刻的瞬时速率相同。

3. 笛卡儿坐标系中的瞬时速度

在笛卡儿坐标系 $Oxyz$ 中，按式（1-1）及速度矢量的定义，有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\Delta \mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-8}$$

并记作

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-9}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} v_x&=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\\ v_y&=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\\ v_z&=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\end{aligned}\right\} \tag{1-10}$$

这三者即为速度 $\boldsymbol{v}$ 在相应的三个坐标轴上的分量。由此，可具体计算速度的大小和方向（用 $\boldsymbol{v}$ 与 x、y、z 轴之间的夹角 α'、β'及 γ'的方向余弦表述），即

$$\boldsymbol{v}=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{\boldsymbol{v}_x^2+\boldsymbol{v}_y^2+\boldsymbol{v}_z^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)+\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2} \tag{1-11}$$

及

$$\cos\alpha'=\frac{\boldsymbol{v}_x}{\boldsymbol{v}}\quad \cos\beta'=\frac{\boldsymbol{v}_y}{\boldsymbol{v}}\quad \cos\gamma'=\frac{\boldsymbol{v}_z}{\boldsymbol{v}}$$

在国际单位制中，速度的单位是 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$（米/秒）。

综上所述，速度具有矢量性和瞬时性。此外，由于运动的描述还与参考系的选择有关，所以速度还具有相对性。

速度既指出运动物体的运动方向，又反映了物体运动的快慢程度，所以，速度是运动学中描述物体运动状态的物理量。在表 1-1 中择要列出一些物体运动速度的大小。

表 1-1　一些物体运动速度的大小

名称	速度/$\mathrm{m\cdot s^{-1}}$	名称	速度/$\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
男子百米世界纪录的平均速度（加特林）	10.20	第一宇宙速度	7.91×10^3
上海磁浮列车运行速度	1.20×10^2	第二宇宙速度	1.12×10^4
超声速飞机的巡航速度	3.40×10^2	第三宇宙速度	1.67×10^4
0℃空气分子热运动的平均速度	4.50×10^2	地球绕太阳公转的线速度	2.98×10^4
地球自转时赤道上一点的线速度	4.60×10^2	太阳绕银河系中心旋转的线速度	2.50×10^5
步枪子弹离开枪口时的速度	约 7.0×10^2	光子在真空中的速度	299792458

二、加速度

1. 平均加速度

一般情况下，质点在运动中的速度 $\boldsymbol{v}$ 的大小和方向都可能随时间变化，如图 1-5 所示。

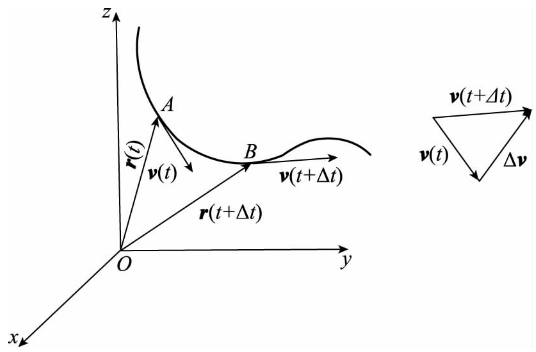

图 1-5　平均加速度和瞬时加速度

设质点在 t 时刻（A 点位置）的速度为 $\boldsymbol{v}$（t），在 $t+\Delta t$ 时刻（B 点位置）速度为 $\boldsymbol{v}$（$t+\Delta t$），那么，在 Δt 时间内，质点速度的增量为

$$\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A=\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)$$

我们定义，质点速度的增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 与其所需时间 Δt 的比值称为这段时间内质点的平均加速度，即

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

与平均速度一样，平均加速度不能精确地描述质点在任一时刻（或任一位置）的速度的变化情况。为此，必须用瞬时加速度。

2. 瞬时加速度

质点在某时刻（或某位置）的**瞬时加速度 $\boldsymbol{a}$** 等于在该时刻起的一段时间 Δt 趋于零时平均加速度的极限值，即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-12}$$

可见，瞬时加速度 $\boldsymbol{a}$（简称加速度）是速度 $\boldsymbol{v}$ 对时间 t 的一阶导数，或者是位矢 $\boldsymbol{r}$ 对时间 t 的二阶导数。加速度是矢量，一般情况下，加速度的方向与速度方向不相同。在国际单位制中，加速度的单位是 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$（米/秒^2）。

显然，加速度也具有矢量性、瞬时性以及相对性。加速度是描述质点运动状态变化的一个物理量。

3. 笛卡儿坐标系中的加速度

在笛卡儿坐标系中，加速度可写成

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1-13}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}a_x&=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\\a_y&=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\\a_z&=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\end{aligned}\right\} \tag{1-14}$$

为加速度沿相应坐标轴的分量。由此式可具体计算加速度的大小

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2} \tag{1-15}$$

加速度的方向亦可仿照前述，用 $\boldsymbol{a}$ 与各轴之间夹角的方向余弦表述。如果已知质点的运动函数，那么，根据上述定义，就可求得速度和加速度。

【例 1-1】 质点沿 x 轴运动，位移 $x=3t^3$，求：

(1) 时间在 1～1.1s、1～1.01s、1～1.001s 内的平均速度和 $t=1$s 时的瞬时速度。

(2) 求上述时间和时刻的平均加速度和瞬时加速度。

【解】 (1) 由于是一维运动，可以将矢量运算简化为标量计算，于是，由平均速度的定义，有

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{3t_2^3-3t_1^3}{t_2-t_1}=3(t_2^2+t_2t_1+t_1^2)$$

将 $t_1=1$s 和 $t_2=1.1$s、1.01s 及 1.001s 分别代人上式，得

$$\bar{v}_1=3\times(1.1^2+1.1\times1+1^2)\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}=9.9\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$\bar{v}_2=3\times(1.01^2+1.01\times1+1^2)\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}=9.09\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$\bar{v}_3=3\times(1.001^2+1.001\times1+1^2)\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}=9.009\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

按瞬时速度的定义，有

$$v=v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=9t^2$$

将 $t=1$s 代人上式，得

$$v=9\times1^2\mathrm{m\cdot s^{-1}}=9\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

(2) 对于一维运动，平均加速度可写成

$$\bar{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{9t_2^2-9t_1^2}{t_2-t_1}=9(t_2+t_1)$$

代人数字，即可得

$$\bar{a}_1=9\times(1.1+1)\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=18.9\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\bar{a}_2=9\times(1.01+1)\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=18.09\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\bar{a}_3=9\times(1.001+1)\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=18.009\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

而瞬时加速度为

$$a=a_x=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=18t$$

将 $t=1$s 代人上式，得

$$a=a_x=18\times1\mathrm{m\cdot s^{-2}}=18\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

比较上述结果，可以看出：平均速度和平均加速度的大小与时间 Δt 的长短有关（更一般的情况下，它们的方向也和时间有关）。Δt 越小，平均速度和平均加速度就越接近于该时刻的瞬时速度或瞬时加速度。

【例 1-2】 已知质点的运动函数为

$$\boldsymbol{r}=(A\cos\omega t)\boldsymbol{i}+(B\sin\omega t)\boldsymbol{j}$$

其中，A、B、ω 均为正的恒量。求：

（1）质点的速度和加速度。

（2）质点的运动轨迹。

【解】（1）由速度的定义，将 $\boldsymbol{r}$ 对时间求一阶导数，可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}&=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[(A\cos\omega t)\boldsymbol{i}+(B\sin\omega t)\boldsymbol{j}\right]\\&=(-A\omega\sin\omega t)\boldsymbol{i}+(B\omega\cos\omega t)\boldsymbol{j}\end{aligned}$$

再由加速度的定义，将 $\boldsymbol{v}$ 对时间求一阶导数，得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}&=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[(-A\omega\cos\omega t)\boldsymbol{i}+(B\omega\sin\omega t)\boldsymbol{j}\right]\\&=-\left[(A\omega^2\cos\omega t)\boldsymbol{i}+(B\omega^2\sin\omega t)\boldsymbol{j}\right]\end{aligned}$$

（2）将运动函数写成参数方程

$$x=A\cos\omega t \qquad y=B\sin\omega t$$

合并上述两式，消去参数 t，即可得轨迹方程为

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$$

这是一个长、短半轴分别为 A 和 B 的椭圆。

【例 1-3】 试推导质点沿 x 轴作匀变速直线运动的运动函数、速度和加速度间的关系式。设已知质点的加速度为 a；初始条件为 $t=0$ 时，$x=x_o$；$v=v_0$。

【解】 质点沿直线的运动称为直线运动，如果质点的加速度始终保持不变，则质点作匀变速直线运动。

将加速度定义式 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$改写为

$$\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t$$

式中，a 是恒量。对上式两边积分，由题设的初始条件，有

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t a\mathrm{d}t$$

得

$$v=v_0+at$$

再由定义式 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，将上式改写$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v_0+at$，即得

$$\mathrm{d}x=(v_0+at)\mathrm{d}t$$

对上式两边积分，由题设的初始条件，有

$$\int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x=\int_0^t(v_0+at)\mathrm{d}t$$

得

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

这就是匀变速直线运动的运动函数。另外，也可将 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$改写为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

则

$$a\mathrm{d}x = v\mathrm{d}v$$

对上式两边积分，由题设的初始条件，有

$$\int_{x_0}^{x} a\mathrm{d}x = \int_{v_0}^{v} v\mathrm{d}v$$

从而得

$$v^2 - v_0^2 = 2a\,(x - x_0)$$

从上面几个例子可以看到，质点运动学的基本习题就内容来说，可分为两类：已知质点的运动函数，求它的速度、加速度；已知质点的加速度或速度及其初始条件，求质点的运动函数、轨迹方程。解题时，除选择合适的参考系、坐标系外，前者是求导过程，后者是积分过程，并进而可判断出是什么运动。

任务三　圆周运动

质点的运动轨迹是固定的圆周的运动称为圆周运动。作圆周运动的物体，位矢、速度和加速度的方向是随时间不断变化的，因此利用这些物理量来描述圆周运动不方便。物理学中常引入角位移、角速度及角加速度来描述圆周运动。

一、描述圆周运动的物理量

1. 角位移

设质点在平面绕 O 点做圆周运动，圆周半径为 R，而今，过圆心 O 点任意作一条射线作为 x 轴（图 1-6）。如果在 t 时刻质点在 A 点，位矢 $\boldsymbol{OA}$ 与 x 轴成 θ 角，θ 角称为该时刻质点的角位置。$t+\Delta t$ 时刻质点位于 B 点，位矢与 x 轴成 $\theta+\Delta\theta$ 角，显然，在 Δt 时间内，质点相对于 O 点经历了角位移 $\Delta\theta$。对于平面圆周运动来说，角位移是一个标量，一般规定沿逆时针转向的角位移是正值；沿顺时针转向的则取负值。在国际单位制中，角位移的单位是 rad（弧度）。

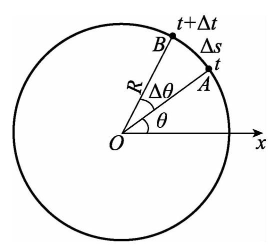

图 1-6　角位移

2. 角速度

为了描述质点在作圆周运动时的，快慢程度，需引入角速度这个物理量。

我们把质点从 t 时刻起、在 Δt 时间内经历的角位移 $\Delta\theta$ 与 Δt 之比称为时刻起、在 Δt 时间内质点相对于 O 点的平均角速度，即

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

当 Δt 趋于零时，平均角速度的极限值称为质点在 t 时刻相对于 O 点的瞬时角速度，简称角速度，即

$$\omega = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1-16}$$

在国际单位制中，角速度的单位是 rad·s^{-1}（弧度/秒）。有时也用单位时间内质点转

过的圈数来描写质点作圆周运动的快慢程度，称为转速 n，单位是 $r \cdot s^{-1}$ 或 $r \cdot min^{-1}$（转/秒或转/分）。

3. 角加速度

当质点的角速度随时间变化时，可用角加速度来描述角速度的变化情况。设在 t 和 $t+\Delta t$ 时刻质点的角速度分别为 ω_1 和 ω_2，则在 Δt 时间内角速度的增量为 $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1$。我们称 $\Delta\omega$ 与 Δt 的比值为 Δt 时间内质点相对于 O 点的平均角加速度，即

$$\bar{\beta}=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

当 Δt 趋于零时，平均角加速度的极限值称为质点在 t 时刻相对于 O 点的瞬时角加速度，简称角加速度，即

$$\beta=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{d\omega}{dt} \tag{1-17}$$

在国际单位制中，角加速度的单位是 $rad \cdot s^{-2}$（弧度/秒^2）。

二、法向加速度和切向加速度

加速度反映速度随时间的变化情况，而速度既有方向的变化，又有大小的变化。所以，只要是两者之一有变化，就有加速度存在。那么，能否将加速度 $\boldsymbol{a}$ 分解为两部分，分别描述速度的这两方面变化呢？为此，我们通过对圆周运动的讨论，将引出法向加速度和切向加速度这两个分量，来描述速度在这两方面的变化。

1. 匀速率圆周运动和法向加速度

质点运动轨迹是固定的圆周，而且速度大小保持不变，这种运动称为匀速率圆周运动。

在匀速率圆周运动中，质点的速度大小始终保持不变，但速度方向不断地在变化，因而存在着加速度。

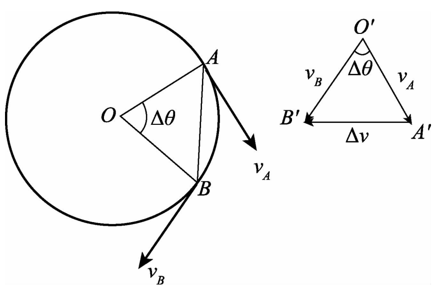

图 1-7　匀速率圆周运动

设质点沿一个圆心在 0 点、半径为 R 的圆周运动，质点在 $t+\Delta t$ 时间内由 A 点运动到 B 点，其位移大小为 $|\boldsymbol{AB}|$，弧长 $\widehat{AB}$ 则是这段时间内质点经过的路程。质点的速度由 v_A 变为 v_B，如图 1-7 所示。于是由加速度定义，有

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v_B-v_A}{\Delta t}$$

为了求上式中的 Δv，将 v_A 和 v_B 平移到同一点 O'，就可画出 $\Delta\boldsymbol{v}$。从图中可见，两个等腰三角形 $\triangle OAB$ 和 $\triangle O'A'B'$ 相似，由此可得关系式

$$\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{v}=\frac{\overline{AB}}{R}$$

当时间 Δt 趋于零时，B 点无限趋近于 A 点，弦长 $\overline{AB}$ 趋近于弧长 $\widehat{AB}$，于是，加速度大小为

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v}{R}\frac{\overline{AB}}{\Delta t}=\frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\widehat{AB}}{\Delta t}=\frac{v^2}{R} \tag{1-18}$$