根据义务教育新课程标准编写

良师教案

永远的教育
永远的服务

主编/赵金玉

>>> 教师的必备用书
>>> 家长的帮教助手
>>> 学生的课堂再现

HK版

数学七年级 下

宁波出版社
Ningbo Publishing House

目录

CONTENTS

第 6 章　实　数

教材分析

本章主要内容分为两个部分：平方根、立方根；实数.

第一部分是平方根、立方根的概念. 课本利用第二宇宙速度 $v_2=\sqrt{2gr}$ 等实际问题，创设情境，引入平方根、立方根的概念及相关知识，使学生在身边的现实情境中了解平方根和算术平方根、立方根的概念；了解平方与开平方、立方与开立方的逆运算关系；学会用平方运算求一个数的平方根，用立方运算求一个数的立方根；学会用计算器求平方根、立方根.

第二部分是实数的概念. 课本通过求面积为 2 的格点正方形边长这一问题，使学生经历探究 $\sqrt{2}$ 是一个怎样的数这一教学活动过程，引入无理数概念，并将数从有理数范围扩充到实数范围，让学生感受到无理数的产生和数的范围的扩大，是源自实际问题的需要.

课本采取类比的方法，将无理数与有理数进行类比，给出实数的分类. 通过实例说明实数也可以用数轴上的点来表示，并指出数轴上的点与实数是一一对应的；将实数与有理数进行类比，得出实数的相反数、倒数、绝对值的意义，并得出实数可以进行加、减、乘除、乘方运算，正数及零也可以进行开平方运算，任意一个实数都可以进行开立方运算，而且有理数的运算法则及运算律对于实数仍然适用.

本章内容是学生今后学习相关数学知识的基础，特别是平方根和算术平方根的概念和运算，更是整个数学学习的基础和工具.

教学目标

知识与技能

1. 了解平方根、算术平方根、立方根的概念，会用根号表示数的平方根、立方根.

2. 了解开方与乘方互为逆运算，会用平方运算求非负数的平方根，会用立方运算求数的立方根，会用计算器求数的平方根和立方根.

3. 了解无理数的概念，会用有理数估计无理数的大致范围.

4. 了解实数的概念及分类，了解实数与数轴上的点的一一对应关系，会求一个实数的相反数、倒数和绝对值.

5. 了解有理数的运算法则和运算律对实数仍适用，并会按要求进行实数的运算.

过程与方法

1. 通过复习数的平方和立方运算，学会求一个数的平方根和立方根，初步认识开方运算的符号，培养和发展学生的抽象思维.

2. 通过类比的方法和数学的分类思想，将学生对数的认识从有理数扩展到实数，使学生体会数学思想方法在数学学习中的重要性，以提高学生的数学应用能力和抽象思维能力.

3. 通过无理数的产生过程，培养或提高学生的估算意识和估算能力.

4. 通过本章的学习，培养学生发现并提出数学问题，以及找出解决问题的方法的能力.

情感、态度与价值观

使学生认识到数学学习的过程实际上就是通过不断地观察、思考、归纳、类比、推断以获得数学猜想的过程；使学生学会独立思考与合作交流的方法，并积极参与到数学活动过程中，亲身体验数学学习过程中的失败和成功.

课时分配

6.1 平方根、立方根	4 课时
6.2 实　数	5 课时
小结·评价	2 课时

6.1　平方根、立方根

第1课时　平方根(1)

教学目标

知识与技能

1.了解数的平方根的概念,会用根号表示数的平方根.

2.了解平方运算与开平方运算的互逆关系,会利用这种互逆关系求某些非负数的平方根;理解一个正数有两个平方根,它们互为相反数,零的平方根是零,负数没有平方根.

过程与方法

通过探求正方形地砖边长的过程,培养学生学会从现实情境中去认识、了解抽象出来的数学概念——平方根;通过对平方运算与开平方运算互逆关系的探究,加深学生对平方根概念的理解,并进一步理解正数和零的平方根的求法.

情感、态度与价值观

通过在实际情境中的学习,了解开平方运算的概念和求平方根的过程,培养和发展学生的逆向思维和发散思维能力,让学生在思维的形成过程中学习知识.

重点难点

重点

平方根的概念、求正数和零的平方根.

难点

求一个正数的平方根.

教学准备

多媒体课件.

教学方法

讲练结合.

教学过程

一、组织教学,复习提问

1.计算.

$2^2=$　　$(-2)^2=$　　$\left(\frac{1}{2}\right)^2=$　　$\left(-\frac{1}{2}\right)^2=$

$0.3^2=$　　$(-0.3)^2=$　　$0^2=$

生:$2^2=4$、$(-2)^2=4$,$\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$,$\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$,$0.3^2=0.09$,$(-0.3)^2=0.09$,$0^2=0$.

2.平方等于16的数是多少?

生:±4,它们互为相反数.

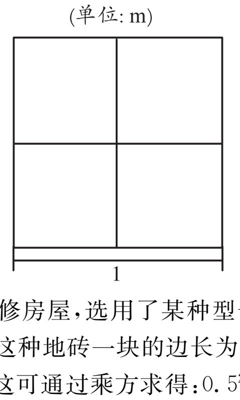
师:通过练习,同学们发现互为相反数的两个数的平方有什么特征?任何有理数的平方都是什么数?有没有平方为负数的数?平方等于16的数有什么特征?

生:互为相反数的两个数的平方相等;任何有理数的平方都是非负数;没有平方为负数的数;平方等于16的数有两个,它们互为相反数.

二、创设情境,引入新课

1.创设情境.

多媒体展示:



问题1:装修房屋,选用了某种型号的正方形地砖,如上图.当这种地砖一块的边长为0.5 m时,它的面积是多少?这可通过乘方求得:$0.5^2=0.25(\mathrm{m}^2)$.反之,如果问,当这块正方形地砖面积为0.25 m^2时,它的边长是多少,该怎么算呢?

师:问题中,已知正方形地砖的边长为0.5 m时,

每块小正方形地砖的面积是多少？如何计算？

生:每块小正方形地砖的面积是:边长×边长＝0.5×0.5＝0.25 $(m)^2$.

师:问题中,已知正方形地砖的面积为 0.25 m^2 时,它的边长是多少,该怎么算呢？

生:设这个小正方形地砖的边长为 x m,由题意有 $x^2=0.25$.

师:由以上分析可知,这个实际问题所对应的数学问题是:已知一个数的平方,求这个数. 平方等于0.25 的数为±5,符合实际问题的值为 0.5 m.

2.引入新课.

师:(1)已知一个数的平方,求这个数. 这就是本节课要学习的平方根与开平方运算.

(2)平方根的概念.

课本第 3 页.

一般地,如果一个数的平方等于 a,那么这个数叫做 a 的平方根,也叫做二次方根.

师:将定义中的“这个数”设为 x,请同学们根据定义用数学符号语言来表示平方根的定义.

生:如果 $x^2=a$,那么 x 就叫做a 的平方根.

师:请完成填空:因为 $10^2=$______,$(-10)^2=$____,所以 100 的平方根是______.

生:因为 $10^2=\underline{100}$,$(-10)^2=\underline{100}$,所以 100 的平方根是$\underline{\pm10}$.

3.交流.

师:从复习提问计算题 1 的结果看:4 的平方根是多少？$\frac{1}{4}$的平方根是多少？0.09 的平方根是多少？0 的平方根是多少？

生:4 的平方根是±2,$\frac{1}{4}$的平方根是$\pm\frac{1}{2}$,0.09 的平方根是±0.3,0 的平方根是 0.

教师多媒体展示课本第 3 页并让学生交流.

生:$\frac{16}{25}$的平方根是$\pm\frac{4}{5}$,它们的关系是<u>互为相反数</u>;

0.16 的平方根是<u>±0.4</u>,它们的关系是<u>互为相反数</u>;

师:－9 有没有平方根？为什么？

生:<u>负数没有平方根</u>.

教师引导学生归纳平方根的性质并给出根号的记法和读法:

(1)正数 a 的平方根有两个,它们互为相反数;

用“$\sqrt{a}$”表示其中正的平方根,读作“根号 a”,另一个负的平方根记为“$-\sqrt{a}$”,其中 a 叫做被开方数.

(2)0 的平方根是 0;

(3)负数没有平方根.

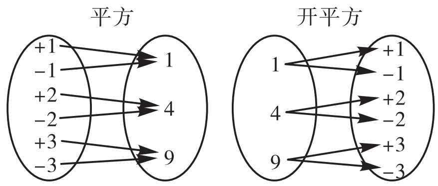
4.开平方根.

(1)开平方运算.

师:求一个数的平方根的运算叫做开平方.

(2)平方运算与开平方运算的关系.

教师多媒体展示:



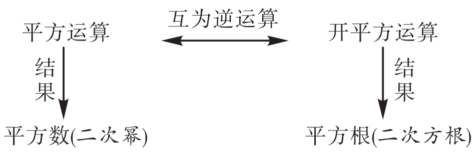
提出问题:从图中你能发现数的平方运算与开平方运算有什么关系吗？

生:数的平方运算与开平方运算互为逆运算.

师:平方运算的结果是什么？开平方运算与平方根有什么关系？

生:平方运算的结果是平方数,开平方运算的结果是平方根.

教师归纳:



三、例题分析

求一个数的平方根.

利用平方运算和开平方运算的互逆关系,可以求出一些数的平方根.

例 (多媒体展示课本例 1)判断下列各数是否有平方根,如果有,求出它的平方根;如果没有,请说明道理.

(1)25 (2)$\frac{1}{4}$ (3)0.0169 (4)－64

师:平方等于 25 的数是什么？25 的平方根是什么？

生:平方等于 25 的数是±5,所以 25 的平方根是±5.

师:平方等于$\frac{1}{4}$的数是什么？$\frac{1}{4}$的平方根是什么？

生:平方等于$\frac{1}{4}$的数是$\pm\frac{1}{2}$,$\frac{1}{4}$的平方根是$\pm\frac{1}{2}$.

师:平方等于 0.0169 的数是什么？0.0169 的平

方根是什么？

生：平方等于 0.0169 的数是±0.13，0.0169 的平方根是±0.13.

师：有没有平方等于－64 的数？－64 有平方根吗？

生：因为任何数的平方都是非负数，所以－64 没有平方根.

教师归纳：检验一个数是不是另一个数的平方根，可用平方运算检验所求的平方根是否正确.

四、巩固练习

求下列各数的平方根.（多媒体展示题目，学生板演）

(1)36　(2)$\frac{25}{16}$　(3)$1\frac{7}{9}$　(4)0.81　(5)$(-4)^2$

五、提升练习（多媒体展示题目，学生板演）

依据平方根的意义，求 x 的值.

(1)$9x^2=25$　(2)$(x+1)^2-5=4$　(3)$x^2-16=0$

指名板演，其余学生在练习本上完成，集体反馈.

六、课堂小结

教师引导学生按下列内容进行小结：

1. 平方根.
2. 平方根性质.
3. 开平方运算.
4. 开平方运算与平方运算互为逆运算，可以利用平方运算求出一些数的平方根.

板书设计

平方根(1)

已知一个数的平方，求这个数.

1. 平方根：一般地，如果一个数的平方等于 a，那么这个数叫做 a 的平方根，也叫做二次方根. 如果 $x^2=a$，那么 x 叫做 a 的平方根.

2. 平方根的性质：正数有两个平方根，它们互为相反数，0 的平方根是 0，负数没有平方根.

3. 开平方运算：求一个数的平方根的运算，叫做开平方.

4. 平方运算与开平方运算的关系：

$$\begin{array}{ccc} \text{平方运算} & \xleftrightarrow{\text{互为逆运算}} & \text{开平方运算} \\ \downarrow{\scriptstyle\text{结果}} & & \downarrow{\scriptstyle\text{结果}} \\ \text{平方数(二次幂)} & & \text{平方根(二次方根)} \end{array}$$

课外作业

1. $(-3)^2$ 的平方根是（　　）
A. －3　B. 3　C. ±3　D. ±9

2. 下列各数没有平方根的是（　　）
A. $(-3)^2$　B. －32　C. 0　D. 9

3. $\sqrt{81}$ 的平方根是（　　）
A. 9　B. 3　C. ±3　D. ±9

4. 下列各式没有意义的是（　　）
A. $-\sqrt{5}$　B. $\sqrt{-5}$
C. $\pm\sqrt{(-5)^2}$　D. $\sqrt{(-5)^2}$

5. 5 的平方根是________.

6. 一个数的平方是 0.36，这个数是________.

7. 若 $16x^2=36$，则 $x=$________.

8. 求下列各数的平方根.
(1)1.44　(2)$\frac{9}{169}$　(3)13^2-12^2
(4)0　(5)14　(6)$\sqrt{9}$

9. 求下列各式中 x 的值.
(1)$x^2-169=0$
(2)$2x^2-8=0$
(3)$(x-1)^2-4=0$

10. 如果一个数的平方根是 $3-k$ 与 $2k-11$，求这个数.

【答案】 1.C 2.B 3.C 4.B

5.$\pm\sqrt{5}$ 6.±0.6 7.$\pm\frac{3}{2}$

8.(1)±1.2 (2)$\pm\frac{3}{13}$ (3)±5 (4)0 (5)$\pm\sqrt{14}$ (6)$\pm\sqrt{3}$

9.(1)±13 (2)±2 (3)3或-1

10.这个数是25.

教学反思

本节课从实例中引入新课,学生易于接受.但对于正数有两个平方根,学生在实际解答时,容易漏掉负的平方根,特别是部分学生在书写平方根的符号时,把根号前的“$\pm$”号漏掉,出现如“$\sqrt{4}=\pm2$或$\pm\sqrt{4}=2$”的错误.在教学时,可适时把这类错误指出来,让学生发现错误,并订正过来,加深学生对概念的理解.

知识链接

古埃及纸草书

非洲东北部的尼罗河流域,是古代文明的发祥地之一,尼罗河孕育了古埃及的文化.公元前3500—3000年间,尼罗河下游建立了一个统一的国家,以后埃及的历史主要按统治的朝代命名.古埃及人在长期的生产实践和与自然斗争的过程中,逐渐掌握了丰富的科学知识.土地的丈量、商品的交易以及大规模宫殿和金字塔的建造,无疑都要使用较高深的数学.

目前,我们对古埃及数学的认识,主要根据两本用僧侣文写成的纸草书:一本是伦敦本,一本是莫斯科本.

1858年,在底比斯的拉美西斯神庙附近的一座小建筑物的废墟中发现了一卷纸草书,为英国人莱因德所购得,他死后归伦敦大英博物馆所有,后来称为“莱因德纸草书”,抄写者为阿梅斯,原作者不详.莱因德纸草书产生的年代,有好几种说法,多数学者认为是公元前1650年.

另一本叫做“莫斯科纸草书”,由俄罗斯收藏者戈列尼谢夫在1893年购得.1912年收藏在莫斯科国立造型艺术博物馆.这本纸草书的产生年代大约在公元前1850年左右,比莱因德纸草书的产生要早,但重要性稍逊于莱因德纸草书.

第2课时 平方根(2)

教学目标

知识与技能

1.了解算术平方根的概念,会求正数的算术平方根并用根号表示.

2.会用计算器求算术平方根.

3.会用平方根、算术平方根的知识解决有关问题.

过程与方法

1.通过对平方根概念的回顾与反思,认识算术平方根的概念,理解算术平方根的意义.

2.通过动手操作等活动,掌握用计算器求正数的算术平方根的方法.

3.通过对算术平方根概念的探究,培养学生学会独立思考和与人合作的能力,并能与他人交流思维过程和探索的结果.

情感、态度与价值观

使学生进一步建立数感和符号感,发展思维能力,认识数学与生活的密切联系,树立信心,提高学习数学的主动性,体会独立思考与合作学习的重要性,让学生在知识的形成过程中学习知识.

重点难点

重点

算术平方根的概念,求一个正数的算术平方根.

难点

当$a\geqslant0$时,$\sqrt{a}$表示a的算术平方根,且$\sqrt{a}\geqslant0$,也就是算术平方根的“双非负”.

教学准备

多媒体课件、计算器.

教学方法

讲练结合.

教学过程

一、组织教学,复习提问

1.如果$x^2=a$,那么x叫做a的________,记作:

__________.

生:平方根,$x=\pm\sqrt{a}$.

2.正数有____个平方根,它们________;0的平方根是____;负数________.

生:2,互为相反数;0,没有平方根.

3.求下列各数的平方根:

(1)625　(2)$\frac{16}{25}$　(3)0.09　(4)$(-5)^2$

学生独立完成,教师评价.

二、创设情境,引入新课

1.创设情境.

师:(多媒体展示)我们来回顾上节课求小正方形地砖的边长x,满足条件$x^2=0.25$的x的值是什么?

生:x的值是0.25正的平方根0.5,即$x=0.5$.

教师指名回答在复习提问3中每一个正数正的平方根.

生:625正的平方根是25,$\frac{16}{25}$正的平方根是$\frac{4}{5}$,0.09正的平方根是0.3,$(-5)^2$正的平方根是5.

师:已知一个正数正的平方根是15,那么它的负的平方根是什么?

生:它的负的平方根是-15.

2.引入新课.

师:通过对问题的探究,可以得出:一个正数,只要知道了它的一个平方根,就能求出它的另一个平方根.其中正的平方根就是本节课要学习的算术平方根.

教师引导学生明确:

正数a的正的平方根$\sqrt{a}$叫做a的算术平方根;0的算术平方根是0.

三、例题分析

例　求下列各数的算术平方根(多媒体展示).

(1)100　(2)$\frac{16}{25}$　(3)0.09

师:平方等于100的数是什么?100的算术平方根是什么?

生:平方等于100的数是±10,所以100的算术平方根是10.

师:平方等于$\frac{16}{25}$的数是什么?$\frac{16}{25}$的算术平方根是什么?

生:平方等于$\frac{16}{25}$的数是$\pm\frac{4}{5}$,所以$\frac{16}{25}$的算术平方根是$\frac{4}{5}$.

师:平方等于0.09的数是什么?0.09的算术平方根是什么?

生:平方等于0.09的数是±0.3,所以0.09的算术平方根是0.3.

解:(1)因为$10^2=100$,所以100的算术平方根是10,即$\sqrt{100}=10$;

(2)因为$\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$,所以$\frac{16}{25}$的算术平方根是$\frac{4}{5}$,即$\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$;

(3)因为$0.3^2=0.09$,所以0.09的算术平方根是0.3,即$\sqrt{0.09}=0.3$.

四、巩固练习

1.求出下列各数的算术平方根:

(1)0.81　(2)225　(3)$\frac{1}{144}$　(4)0　(5)$a(a\geqslant0)$

学生独立完成,教师指导.

师:请同学们告诉我以上各数的算术平方根.

生1:0.81的算术平方根是0.9,225的算术平方根是15.

生2:$\frac{1}{144}$的算术平方根是$\frac{1}{12}$,0的算术平方根是0.

生3:a的算术平方根是$\sqrt{a}$.

师:第(5)小题中a是什么数?$\sqrt{a}$是什么数?

生:$a\geqslant0$是非负数,$\sqrt{a}$也是非负数.

师:我们通过这5小题的练习,用特殊到一般的方法来进行归纳探讨,看看能得出什么性质.

生:$\sqrt{a}\geqslant0(a\geqslant0)$.

师:该怎样用文字表述出它的性质?哪位同学能回答?

生:非负数的算术平方根是非负数.

师:回答得很好.请同学们一定要记住,非负数的算术平方根是非负数,即$\sqrt{a}\geqslant0(a\geqslant0)$,(板书).这是算术平方根的"双非负"性质.

2.用计算器求非负数的算术平方根和它的近似值.

教师课件出示课本第5页例2:利用计算器求下列各式的值(保留3个有效数字).

(1)$\sqrt{2}$　(2)$\sqrt{1830}$　(3)$-\sqrt{0.876}$　(4)$\sqrt{\frac{5}{7}}$

学生独立完成,教师巡视.

教师课件出示课本第6页练习5:用计算器求下列各式的值(保留3个有效数字).

(1)$\sqrt{127}$　(2)$\sqrt{0.635}$　(3)$\sqrt{\frac{1}{179}}$

(4)$-\sqrt{\frac{1}{3}}$

指名回答,其他学生评价.

五、提升练习

1.在本章引言中,公式 $v_2=\sqrt{2gr}$,其中 $g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$,$r=6.4\times10^6\ \mathrm{m}$,用计算器求出 v_2 的值.

2.课本第5页例3(多媒体展示).

如图所示,跳水运动员要在空中下落的短暂过程中完成一系列高难度的动作.如果不考虑空气阻力等其他因素影响,人体下落到水面所需要的时间 t 与下落的高度 h 之间应遵循下面的公式:$h=\frac{1}{2}gt^2$.

其中 h 的单位是m,t 的单位是s,$g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$.假设跳板的高度是3 m,运动员在跳板上跳起至高出跳板1.2 m处下落,那么运动员下落到水面过程中最多还有多长时间完成动作?

师:设运动员在下落到水面过程中最多还有 t s完成动作,那么时间 t 应是什么数?

生:时间 t 是正数.

师:所求的 t 应是什么数的算术平方根?

生:把 $h=3+1.2$,$g=9.8$ 代入公式 $h=\frac{1}{2}gt^2$ 中,得 $3+1.2=\frac{1}{2}\times9.8t^2$,变形为 $t^2=\frac{2\times4.2}{9.8}$,$t$ 应是 $\frac{2\times4.2}{9.8}$ 的算术平方根.

解:设运动员在下落到水面过程中最多还有 t s完成动作,根据题意,得:

$$3+1.2=\frac{1}{2}\times9.8t^2$$

$$t^2=\frac{2\times4.2}{9.8}$$

$$t^2\approx0.8571$$

$$t\approx0.93$$

因而,运动员在下落到水面过程中最多还有约0.93 s完成动作.

师:从上题看,应用平方根、算术平方根解决有关实际问题时,要注意什么?

生:应用平方根、算术平方根解决有关实际问题时,所求的结果要符合实际.

六、课堂小结

1.算术平方根的意义、及其它与平方根的区别与联系.

师:正数 a 的算术平方根的意义是什么?它与正数 a 的平方根有何区别与联系?

生1:正数 a 的正的平方根 $\sqrt{a}$ 叫做 a 的算术平方根,0的算术平方根是0.平方根与算术平方根的区别:一个正数的平方根有2个,而算术平方根只有1个.

生2:平方根与算术平方根的联系:一个正数的负的平方根是它的算术平方根的相反数;一个数的算术平方根一定是这个数的平方根,反过来,一个数的平方根不一定是这个数的算术平方根.

2.算术平方根的“双非负”.

师:非负数的算术平方根有什么特征?

生:非负数的算术平方根是非负数,即 $\sqrt{a}\geqslant0(a\geqslant0)$.

3.学习算术平方根的意义.

师:学习算术平方根有什么意义?

生:学习算术平方根的意义在于研究平方根的问题时,我们只需研究算术平方根即可.因为一个正数的负的平方根是它的算术平方根的相反数.

板书设计

平方根(2)

算术平方根:正数 a 的正的平方根 $\sqrt{a}$ 叫做 a 的算术平方根,0的算术平方根是0;

“双非负”:$\sqrt{a}\geqslant0(a\geqslant0)$;

非负数的算术平方根是非负数.

一个数的算术平方根一定是这个数的平方根,反过来,一个数的平方根不一定是这个数的算术平方根.

课外作业

1.下列判断正确的是　　(　　)

A.7是49的算术平方根

B.-7 是 $(-7)^2$ 的算术平方根

C.±7 是49的算术平方根

D.$\sqrt{9}$ 的算术平方根是3

2.5的算术平方根是　　(　　)

A.$\pm\sqrt{5}$　　B.5　　C.$-\sqrt{5}$　　D.$\sqrt{5}$

3.下列各式计算结果正确的是　　(　　)

A.$\sqrt{25}=\pm5$　　B.$\sqrt{(-3)^2}=-3$

C.$\pm\sqrt{49}=\pm7$　　D.$-\sqrt{81}=9$

4.0.36的算术平方根是__________,平方根是________.

5.计算$\sqrt{\frac{9}{16}}-\sqrt{\frac{16}{25}}=$________.

6.求下列各数的算术平方根.

(1)$\frac{25}{36}$　(2)225　(3)$(-3)^2$

(4)0　(5)$\sqrt{(-10)^2}$

7.求下列各式的值.

(1)$-\sqrt{169}$　(2)$\pm\sqrt{\frac{49}{81}}$

(3)$\sqrt{0.0001}$　(4)$\sqrt{\frac{121}{169}}$

8.用计算器求下列各式的值(保留4个有效数字).

(1)$\sqrt{2}$　(2)$\sqrt{3}$　(3)$\sqrt{5}$　(4)$-\sqrt{0.24}$

(5)$\pm\sqrt{1.5377}$　(6)$-\sqrt{\frac{8}{25}}$

9.一个正方形的面积变为原来的9倍,则它的边长变为原来的多少倍?面积变为原来的$\frac{1}{9}$,它的边长变为原来的多少?

10.若$|a-3|+\sqrt{b-2}=0$,求a^2-2b+1的值.

【答案】 1.A　2.D　3.C　4.0.6　±0.6

5.$-\frac{1}{20}$

6.(1)$\frac{5}{6}$　(2)15　(3)3　(4)0　(5)$\sqrt{10}$

7.(1)-13　(2)$\pm\frac{7}{9}$　(3)0.01　(4)$\frac{11}{13}$

8.(1)1.414　(2)1.732　(3)2.236　(4)-0.4899　(5)±1.240　(6)-0.5657

9.3,$\frac{1}{3}$　10.6

教学反思

本节课通过实际问题创设情境,引入平方根和算术平方根的概念,使学生在丰富的现实情境中了解平方根和算术平方根的概念.算术平方根的概念是整个数学学习的基础工具,应通过具体实例和知识的拓展练习,强化学生对算术平方根的"双非负"的认识及灵活运用,使知识经过迁移转化为学生解决实际问题的能力.

知识链接

杨辉的研究

杨辉,中国南宋时期杰出的数学家和数学教育家.字谦光,汉族,钱塘(今杭州)人,中国古代数学家和数学教育家,生平履历不详.由现存文献可推知,杨辉担任过南宋地方行政官员,为政清廉,足迹遍及苏杭一带,他署名的数学书共五种二十一卷,是世界上第一个排出丰富的纵横图和讨论其构成规律的数学家.与秦九韶、李冶、朱世杰并称宋元数学四大家.

杨辉一生留下了大量的著述,署名的数学书有:

《讲解九章算法》12卷(1261年),《日用算法》2卷(1262年),《乘除通变本末》3卷(1274年,第3卷与他人合编),《田亩比类乘除捷法》2卷(1275年),《续古摘奇算法》2卷(1275年,与他人合编),其中后三种为杨辉后期所著,一般称之为《杨辉算法》.他非常重视数学教育的普及和发展,在《算法通变本末》中,杨辉为初学者制订的"习算纲目"是中国数学教育史上的重要文献.《详解九章算法》现传本已非全帙,编排也有错乱.从其序言可知,该书乃取唐李淳风等注释、北宋贾宪对《九章算术》中的80问进行详解,在《九章算术》9卷的基础上,又增加了3卷,一卷是图,一卷是讲乘除算法的,居九章之前;一卷是纂类,居书末今卷首图,卷1乘除、卷2方田、卷3粟米、卷4衰分的衰分、反衰诸题、卷6商功的诸同功问题已佚.卷4衰分下半卷、卷5少量存《永乐大典》残卷中,其余存《宜稼堂丛书》中.从残本的体例看,该书对《九章算术》的详解可分为:一、解题.内容为解释名词术语、题目含义、文字校勘以及对题目的评论等方面.二、明法、草.在编排上,杨辉采用大字将贾宪的法、草与自己的详解明确区分开来.三、比类.选取与《九章算术》中题目算法相同或类似的问题作对照分析.四、续释注.在前人基础上,对《九章算术》中的80问进一步作注释.杨辉的"纂类",突破《九章算术》的分类格局,按照解法的性质,重新分为乘除、分率、合率、互换、衰分、叠积、盈不足、方程、勾股九类.

杨辉在《详解九章算法》一书中还画了一张表示二项式展开后的系数构成的三角图形,称做"开方做法本源",现在简称为"杨辉三角".

杨辉三角是一个由数字排列成的三角形数表,一般形式如下:

1
1　1
1　2　1
1　3　3　1
1　4　6　4　1
1　5　10　10　5　1
1　6　15　20　15　6　1
……………………………

杨辉三角最本质的特征是,它的两条斜边都是由数字1组成的,而其余的数则是等于它肩上的两个数之和.

第3课时　立方根

教学目标

知识与技能

1.了解立方根的概念,会用根号表示一个数的立方根.

2.了解立方运算与开立方运算的互逆运算关系,会用立方运算求某些数的立方根,并会用计算器求立方根.

过程与方法

1.在实际问题的情境中,类比平方根的相关知识,探索实际问题的数学模型的建立过程,掌握立方根的概念.

2.通过对立方运算与开立方运算关系的探究,学会用立方运算求某些数的立方根.

情感、态度与价值观

通过对立方根概念和求立方根的过程的探究,培养学生的自主探究能力,发展学生的数学思维,并体会数学与生活的紧密联系,提高分析问题与解决问题的能力,体验知识的形成过程中.

重点难点

立方根的概念和求法,会用计算器求一个数的立方根.

教学准备

多媒体课件、计算器.

教学方法

讲练结合.

教学过程

一、组织教学,复习提问

1.如果$x^2=a(a\geqslant 0)$,那么x是a的________,$x=$______.

生:如果$x^2=a(a\geqslant 0)$,那么x是a的平方根,$x=\pm\sqrt{a}$.

2. 计算：$3^3=$　$(-3)^3=$　$0^3=$　$0.1^3=$

$(-0.1)^3=$　$\left(-\frac{1}{3}\right)^3=$

生：$3^3=27$，$(-3)^3=-27$，$0^3=0$，$0.1^3=0.001$，$(-0.1)^3=-0.001$，$\left(-\frac{1}{3}\right)^3=-\frac{1}{27}$.

师：通过练习，同学们发现互为相反数的两个数的立方有什么特征？正有理数的立方都是什么数？负有理数的立方都是什么数？0的立方是什么？

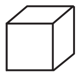
生：互为相反数的两个数的立方仍是互为相反数，正有理数的立方都是正数，负有理数的立方都是负数，0的立方是0.

师：对！互为相反数的两个数的立方仍互为相反数，正数的立方是正数，0的立方是0，负数的立方是负数.

二、创设情境，引入新课

1. 创设情境.

多媒体展示：



学生观察，思考下列问题.

问题2：要做一只容积是125 dm^3的立方体木箱，它的棱长是多少？

师：要求立方体的棱长，如果设正方体的棱长为x dm，那么立方体的体积如何表示？它又等于什么？

生：立方体的体积等于棱长的立方. 设立方体的棱长为x dm，则立方体的体积可表示为x^3 dm. 即$x^3=125$.

师：那么问题2所对应的数学问题是什么？

生：问题2所对应的数学问题是：已知一个数的立方，求这个数.（教师板书）

2. 引入新课.

(1)立方根（多媒体展示）.

师：为了研究“已知一个数的立方，求这个数.”我们引入一个新概念——立方根. 什么叫一个数的立方根？

生：一般的，如果一个数的立方等于a，那么这个数叫做a的立方根，也叫做三次方根. 记作：$\sqrt[3]{a}$，读作“三次根号a”. 其中a叫做被开方数，3叫做根指数.

师：注意，根指数3不能省略. 从复习提问的计算题2看：27的立方根是什么？-27的立方根是什么？0的立方根是什么？0.001的立方根是什么？-0.001的立方根是什么？$-\frac{1}{27}$的立方根是什么？它们如何表示？

生：因为$3^3=27$，所以3是27的立方根，即$\sqrt[3]{27}=3$.

因为$(-3)^3=-27$，所以-3是-27的立方根，即$\sqrt[3]{-27}=-3$.

因为$0^3=0$，所以0是0的立方根，即$\sqrt[3]{0}=0$.

因为$0.1^3=0.001$，所以0.1是0.001的立方根，即$\sqrt[3]{0.001}=0.1$.

因为$(-0.1)^3=-0.001$，所以-0.1是-0.001的立方根，即$\sqrt[3]{-0.001}=-0.1$.

因为$\left(-\frac{1}{3}\right)^3=-\frac{1}{27}$，所以$-\frac{1}{3}$是$-\frac{1}{27}$的立方根，即$\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}=-\frac{1}{3}$.

(2)开平方运算.

师：依据立方根的定义，简单地说：一个数是它的立方数的立方根.“已知一个数的立方，求这个数”，“这个数”是什么？

生：“这个数”是已知的“立方数”的“立方根”.

师：因此，“已知一个数的立方，求这个数”就是求“立方数”的“立方根”. 如“已知一个数的立方是8，求这个数”就是求“8”的“立方根”. 这是我们今天要学习的新的运算——开立方. 什么叫开立方？

生：求一个数的立方根的运算叫做开立方.

师：结合以上练习，类比开平方运算，想一想，开立方运算与立方运算有什么关系？立方运算的结果是什么？开立方运算与立方根是什么关系？

生：开立方运算与立方运算是互逆运算. 立方运算的结果是立方数，立方根是开立方运算的结果.

师规纳：

$$\begin{tikzcd}
\text{立方运算} \arrow[r, leftrightarrow, "\text{互为逆运算}"] \arrow[d, "\text{结果}"'] & \text{开立方运算} \arrow[d, "\text{结果}"] \\
\text{立方数(三次幂)} & \text{立方根(三次方根)}
\end{tikzcd}$$

三、例题分析

1. 例　求下列各数的立方根.

(1)-216　(2)0.064　(3)$-\frac{8}{125}$

师：依据开立方运算与立方运算的互逆关系，怎样求一个数的立方根？

生：应通过立方运算来求.

指名回答，其他学生评价.

师：例4是利用立方运算与开立方运算互逆的关系求一个数的立方根，解题过程的书写采用了语言叙述和符号表示互相补充的做法. 同学们熟练后，可以

简化解题过程的书写，如 $\sqrt[3]{-216}=-6$.

2.用计算器求下列各数的立方根(保留4个有效数字).

(1)2　(2)7.958　(3)-17.456　(4)$\frac{137}{398}$

师：和平方根一样，我们可以利用计算器求一个数的立方根或它的近似值.请同学们根据计算器的说明书来认识计算器上求立方根的按键.

学生独立完成，教师巡视，对还不会使用计算器求立方根的学生进行指导.

师：计算结果是近似数时，可以用“≈”来连接，如 $\sqrt[3]{2}\approx1.260$.

四、巩固练习

指导学生：完成课本第8～9页练习第2、3、4、5题.

师：练习第3题的填表，第一行从左到右依次是多少？第二行从左到右依次是多少？

生：第一行从左到右依次是125、216、343、512、729，第二行从左到右依次是1、2、3、4、10.

师：本题中的被开方数 a 与 $\sqrt[3]{a}$ 的大小变化有何规律？

生：被开方数 a 增大时，立方根 $\sqrt[3]{a}$ 也增大.

师：正确.被开方数增大时，立方根也增大.另外，本题中的 a 对应的立方根为1～10的各个数，请学有余力的同学将它们记住，便于解题时提高解题速度.

教师引导学生进行归纳：一个正数的立方根是什么？一个负数的立方根是什么？0的立方根是什么？

生：正数的立方根是一个正数，负数的立方根是一个负数，0的立方根是0.

五、提升练习

1.(1)计算：$\sqrt[3]{-27}=$______，$-\sqrt[3]{27}=$______.

(2)由(1)的计算结果，猜想 $\sqrt[3]{-a}$ 与 $-\sqrt[3]{a}$ 的关系是什么？

生：(1) $\sqrt[3]{-27}=\underline{-3}$，$-\sqrt[3]{27}=\underline{-3}$；(2) $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$.

2.依据立方根定义填空：$(\sqrt[3]{a})$ 表示____的立方根，那么 $(\sqrt[3]{a})^3=$____；$\sqrt[3]{a^3}$ 表示____的立方根，那么 $\sqrt[3]{a^3}=$____.

生：$(\sqrt[3]{a})$ 表示 $\underline{a}$ 的立方根，依据立方根定义，那么 $(\sqrt[3]{a})^3=\underline{a}$；$\sqrt[3]{a^3}$ 表示 $\underline{a^3}$ 的立方根；依据立方根定义，a^3 的立方根是 a，那么 $\sqrt[3]{a^3}=\underline{a}$.

师：通过以上两题的提升练习我们可以得出如下结论：

对于任意数 a，都有：(1) $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$；(2) $(\sqrt[3]{a})^3=a$；(3) $\sqrt[3]{a^3}=a$；(4) $(\sqrt[3]{a})^3=\sqrt[3]{a^3}$.同学们课后可以继续探讨验证.

六、课堂小结

1.立方根的意义.

2.开立方运算的意义，开立方运算与立方运算互为逆运算.

3.正数有几个立方根？是什么数？0和负数呢？

板书设计

立方根	
已知一个数的立方，求这个数 立方根定义 开立方运算 立方运算与开立方运算关系 正数的立方根是一个正数，负数的立方根是一个负数，0的立方根是0 对于任意数 a， (1) $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$ (2) $(\sqrt[3]{a})^3=a$ (3) $\sqrt[3]{a^3}=a$ (4) $(\sqrt[3]{a})^3=\sqrt[3]{a^3}$	$3^3=27$　$(-3)^3=-27$ $0^3=0$ $0.1^3=0.001$ $(-0.1)^3=-0.001$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^3=-\frac{1}{27}$ $\sqrt[3]{27}=3$，$\sqrt[3]{-27}=-3$ $\sqrt[3]{0}=0$，$\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}=-\frac{1}{3}$ $\sqrt[3]{0.001}=0.1$， $\sqrt[3]{-0.001}=-0.1$

课外作业

1.-8 的立方根是　(　　)

A.±2　B.2　C.-2　D.-24

2.如果 $x^3=125$，那么 x 的值是　(　　)

A.5　B.-5

C.±5　D.$\pm\sqrt[3]{125}$

3.一个数的算术平方根等于这个数的立方根，这个数是　(　　)

A.1　B.-1　C.0　D.0或1

4.-64 的立方根是________，64的立方根是________.

5.$\sqrt[3]{125}=$______，$-\sqrt[3]{0.125}=$______，$\sqrt[3]{(-0.5)^3}=$______，$\sqrt[3]{0.5^3}=$______.

6.若 $(x-4)^3=64$，则 $x=$______.

7. -125 的立方根与 $\sqrt{256}$ 的平方根之和是________.

8. 求下列各数的立方根.

(1)512　(2)$\frac{27}{64}$　(3)0.512

(4)0　(5)$(-2)^6$

9. 求下列各式的值.

(1)$\sqrt[3]{-343}$　(2)$\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}$

(3)$-\sqrt[3]{-0.001}$　(4)$\sqrt[3]{4+\frac{17}{27}}$

10. 求下列各式的值.

(1)$x^3+\frac{1}{8}=0$

(2)$(x-1)^3=27$

(3)$4x^3=\frac{1}{16}$

【答案】 1. C　2. A　3. D

4. -4　4　5. 5　-0.5　-0.5　0.5

6. 8　7. -1 或 -9

8. (1)8　(2)$\frac{3}{4}$　(3)0.8　(4)0　(5)4

9. (1)-7　(2)$-\frac{3}{2}$　(3)0.1　(4)$\frac{5}{3}$

10. (1)$-\frac{1}{2}$　(2)4　(3)$\frac{1}{4}$

教学反思

本次教学我通过实际问题,创设情境,建立问题的数学模型:“已知一个数的立方,求这个数”,从而引入立方根的概念.利用类比的教学方法,引入开立方运算,类比开平方与平方互为逆运算得出开立方与立方也互为逆运算.教学中我注重概念的形成过程,让学生在新概念的形成过程中,逐步理解新概念.

对例4的教学,我着眼于对立方根概念的理解及立方运算与开立方运算互逆的应用,要求学生模仿和规范书写格式,但熟练后,可简化解题过程.

对例5的教学,我讲清具体的操作步骤,强调指出利用计算器求出的一个数的立方根,除特殊的数(完全立方数)外,一般是这个数的立方根的近似值.

利用提升练习1的计算结果我引导学生通过观察用文字语言表述出对于任意数 a,$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$ 的意义,即一个负数的立方根等于它的相反数的立方根的相反数.

知识链接

数学家陈景润

陈景润(1933年5月22日—1996年3月19日),汉族,福建福州人,中国著名数学家,厦门大学数学系毕业.他是世界著名解析数论学家之一,在50年代即对高斯圆内格点问题、球内格点问题、塔里问题与华林问题的以往结果,作出了重要改进.60年代后,他又对筛法及其有关重要问题,进行了广泛深入的研究.

1966年屈居于六平方米小屋的陈景润,借一盏昏暗的煤油灯,伏在床板上,用一支笔,耗去了几麻袋的草稿纸,居然攻克了世界著名数学难题“哥德巴赫猜想”中的(1+2),创造了距摘取这颗数论皇冠上的明珠(1+1)只是一步之遥的辉煌.他证明了“每个大偶数都是一个素数及一个不超过两个素数的乘积之和”,使他在哥德巴赫猜想的研究上居世界领先地位.这一结果国际上誉为“陈氏定理”,受到广泛征引.这项工作还使他与王元、潘承洞在1978年共同获得中国自然科学奖一等奖.他研究哥德巴赫猜想和其他数论问题的成就,至今,仍然在世界上遥遥领先.世界级的数学大师、美国学者阿·威尔(A. Weil)曾这样称赞他:“陈景润的每一项工作,都好像是在喜马拉雅山山巅上行走.”

陈景润于1978年和1982年两次收到国际数学家大会请他作45分钟报告的邀请.这是中国人的自豪和骄傲,他所取得的成绩,他所赢得的殊荣,为千千万万个知识分子树起了一面不倒的旗帜,辉映三山五岳,召唤着亿万个青少年奋发向前.

第4课时　平方根与立方根(习题课)

教学目标

知识与技能

1. 了解因实际的需要而引进的一个新运算——开方;了解开方运算与乘方运算的互逆运算关系;了解平方根与算术平方根的联系与区别;了解平方根与立方根的区别.

2. 理解平方根的性质及任意一非负数的算术平方根是非负数的性质.

3. 理解立方根的性质及 $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$、$(\sqrt[3]{a})^3=a$、$\sqrt[3]{a^3}=a$ 的性质及其文字语言的表述.

过程与方法

通过实际问题及习题的探究,加深学生对平方根、立方根概念及其性质的理解,并能灵活运用 $\sqrt{a}\geqslant 0(a\geqslant 0)$、$\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$、$(\sqrt[3]{a})^3=a$、$\sqrt[3]{a^3}=a$ 解决有关的数学问题和实际问题.

情感、态度与价值观

通过对平方根、立方根概念及其性质的再探究,培养学生运用所学知识解决数学问题的能力,发展学生的数学思维,使学生重视知识与生活的联系,提高学生分析问题、解决问题的能力,体会平方根、立方根知识在解决实际问题中的应用.

重点难点

重点

平方根、算术平方根、立方根及其性质的应用.

难点

1. 对“一个正数扩大或缩小100倍,它的算术平方根就扩大或缩小10倍,反之,也成立”的理解和应用.

2. 对“一个正数扩大或缩小1000倍,它的立方根就扩大或缩小10倍,反之,也成立”的理解和应用.

教学准备

多媒体课件.

教学方法

讲练结合.

教学过程

一、组织教学,复习提问

师:什么叫做一个数的平方根?正数有几个平方根?0和负数呢?

生:如果一个数的平方等于 a,那么这个数就叫做 a 的平方根.正数 a 的平方根有两个,它们互为相反数;0的平方根是0;负数没有平方根.

师:什么叫做开平方运算?开平方运算与平方运算有什么关系?

生:求一个数的平方根的运算叫做开平方运算,开平方运算与平方运算互为逆运算.

师:什么叫一个数的算术平方根?平方根与算术平方根有什么联系和区别?算术平方根有什么特征?

生:正数 a 的正的平方根 $\sqrt{a}$ 叫做 a 的算术平方根,0的算术平方根是0.平方根与算术平方根的区别:一个正数的平方根有两个,而算术平方根只有一个;联系:一个正数的负的平方根是它的算术平方根的相反数;一个数的算术平方根一定是这个数的平方根,反过来,一个数的平方根不一定是这个数的算术平方根.

师:什么叫做一个数的立方根?正数有几个立方根?0和负数呢?

生:如果一个数的立方等于 a,那么这个数叫做 a 的立方根.正数的立方根是一个正数,负数的立方根是一个负数,0的立方根是0.

师:什么叫做开立方运算?开立方运算与立方运算有什么关系?

生:求一个数的立方根的运算叫做开立方运算,开立方运算与立方运算互为逆运算.

师:加法与减法运算有什么关系?乘法与除法运算有什么关系?

生:加法与减法运算互为逆运算,乘法与除法运算互为逆运算.

师:加、减、乘、除、乘方、开方运算的运算结果分别是什么?完成下表填空.

生:

运算	加法	减法	乘法	除法	乘方		开方	
					平方	立方	开平方	开立方
结果	和	差	积	商	平方数(二次幂)	立方数(三次幂)	平方根(二次方根)	立方根(三次方根)
运算关系	互逆		互逆		互逆			
运算级别	一级		二级		三级			

说明:用多媒体逐步展示上述问题,学生经过讨论、交流、复习后回答问题,再用多媒体逐步展示每个问题的答案,这样既节省了课堂时间,又对所学知识进行了很好的归纳和复习.开平方、开立方、开 n 次方运算统称为开方运算,其中开 n 次方运算以后再学.

二、例题分析

1.已知 $y=x^2-3$,且 y 的一个平方根是$\sqrt{6}$,求 x^2-1 的立方根.

师:要求 x^2-1 的立方根,必须先求出什么?

生:先依据平方根的意义求出 y 值.

师:如何求出 y 值?

生:因为 y 的一个平方根是$\sqrt{6}$,所以$\sqrt{6}$的平方应等于 y.又因为$\sqrt{6}$的平方等于 6,所以 y 等于 6.

师:求出 y 等于 6,再如何求 x^2-1 的立方根?

生:将 y 等于 6 代入 x^2-1 中,求出 x^2-1 的值,然后再用立方根定义求出 x^2-1 的立方根.

解:因为 y 的一个平方根是$\sqrt{6}$,

所以 $y=6$.

把 $y=6$ 代入 $y=x^2-3$ 得 $6=x^2-3$.

整理:$x^2=9$,$x^2-1=8$,$\sqrt[3]{x^2-1}=\sqrt[3]{8}=2$.

2.若 $|x-5|+\sqrt{y-3}=0$,求 x^2-xy+1 的值.

师:本题已知 $|x-5|+\sqrt{y-3}=0$ 有什么意义?

生 1:$|x-5|$ 是非负数,$\sqrt{y-3}$ 是非负数.

生 2:等式左边是两个非负数的和,右边是 0,这个式子表示两个非负数的和为 0.

生 3:$|x-5|$、$\sqrt{y-3}$ 这两个非负数都为 0.

师:$|x-5|$、$\sqrt{y-3}$ 这两个非负数都为 0,又有什么意义?

生:$x-5=0$,$y-3=0$.

解:因为 $|x-5|\geqslant0$,$\sqrt{y-3}\geqslant0$,

$|x-5|+\sqrt{y-3}=0$,

所以 $|x-5|=0$,$\sqrt{y-3}=0$.

$\therefore x-5=0$,$y-3=0$.

即 $x=5$,$y=3$.

把 $x=5$,$y=3$ 代入 x^2-xy+1 得

$x^2-xy+1=5^2-5\times3+1=11$.

3.填表、观察,相互交流、归纳(多媒体同步完成填表,并逐步展示两个表所反映出来的规律).

师:完成下表,并将你发现的规律用文字语言表述出来.

a	0.000001	0.0001	0.01	1	100	10000	1000000
$\sqrt{a}$	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000

生 1:第一行从左到右依次填 0.000001、0.0001、0.01、1、100、10000、1000000;第二行从左到右依次填 0.001、0.01、0.1、1、10、100、000.

生 2:一个正数扩大或缩小 100 倍,它的算术平方根就扩大或缩小 10 倍,反之,也成立.

师:完成下表,并将你发现的规律用文字语言表述出来.

a	0.000000001	0.000001	0.001	1	1000	1000000	1000000000
$\sqrt[3]{a}$	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000

生 1:第一行从左到右依次填 0.000000001、0.000001、0.001、1、1000、1000000、1000000000;第二行从左到右依次填 0.001、0.01、0.1、1、10、100、1000.

生 2:一个正数扩大或缩小 1000 倍,它的立方根就扩大或缩小 10 倍,反之,也成立.

4.我们知道面积大的正方形边长大,即若 $a>b>0$,则$\sqrt{a}>\sqrt{b}$.试利用这个原理来确定$\sqrt{7}$介于哪两个整数之间.

师:为什么说“面积大的正方形边长大,即若 $a>b>0$,则$\sqrt{a}>\sqrt{b}$”?

生:由 $a>0$、$b>0$,可设 a、b 分别是两个正方形的面积,则$\sqrt{a}$、$\sqrt{b}$就分别是两个正方形的边长.因为“面积大的正方形边长大”,由 $a>b$,则有$\sqrt{a}>\sqrt{b}$.

师:如何利用这个原理来确定$\sqrt{7}$介于哪两个整数之间?

生 1:寻找数值最接近于 7,并能开的尽方的两个正整数;

生 2:就是寻找数值最接近于 7 的完全平方数.这两个数是 4 和 9.

解:因为 $4<7<9$,所以$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$.又因为$\sqrt{4}=2$,$\sqrt{9}=3$,所以 $2<\sqrt{7}<3$,即$\sqrt{7}$介于整数 2 和 3 之间.

师:利用“$a>b>0$,则$\sqrt{a}>\sqrt{b}$”可以确定一个不是完全平方数的算术平方根的范围,这种方法叫做估值法.