

跨越中考

数学

上

知识梳理与专项提高训练

《跨越中考数学》编写组 编



黄河出版传媒集团
宁夏人民出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

跨越中考数学 / 《跨越中考数学》编写组编. —— 银川: 宁夏人民出版社, 2010.12
ISBN 978-7-227-04651-6

I. ①跨… II. ①跨… III. ①数学课 - 初中 - 升学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 001054 号

跨越中考数学 (上、下册) 《跨越中考数学》编写组 编

责任编辑 唐 晴
封面设计 李 波
责任印制 李宗妮

黄河出版传媒集团
宁夏人民出版社 出版发行

地 址 银川市北京东路 139 号出版大厦 (750001)
网 址 www.nxcbn.com
网上书店 www.hh-book.com
电子信箱 nxhhsz@yahoo.cn
邮购电话 0951-5044614
经 销 全国新华书店
印刷装订 广州伟龙印刷制版有限公司

开 本	787mm×1092mm	1/16	印 张	28	字 数	448 千
印刷委托书号	(宁) 006191		印 数	5000 册		
版 次	2011 年 2 月第 1 版		印 次	2011 年 2 月第 1 次印刷		
书 号	ISBN 978-7-227-04651-6/G · 616					
定 价	62.00 元 (上、下册)					

版权所有 侵权必究

宁夏人民出版社
银川出版人夏宁

第一部分 基础知识梳理篇

第一单元 数与式

第 1 课时 实数·····	1
第 2 课时 数与数的运算·····	5
第 3 课时 整式·····	8
第 4 课时 因式分解 ·····	12
第 5 课时 分式 ·····	15

第二单元 方程与不等式(组)

第 6 课时 一次方程(组)·····	18
第 7 课时 实际问题与一次方程(组)·····	21
第 8 课时 一次不等式(组)(含实际应用)·····	26
第 9 课时 一元二次方程 ·····	30
第 10 课时 实际问题与一元二次方程·····	34



第三单元 函 数

第 11 课时 函数·····	38
第 12 课时 一次函数·····	43
第 13 课时 反比例函数·····	48
第 14 课时 二次函数·····	53
第 15 课时 函数的应用·····	57

第四单元 图形的认识

第 16 课时 角、线、面·····	63
第 17 课时 三角形·····	68
第 18 课时 全等三角形·····	73
第 19 课时 四边形·····	78
第 20 课时 圆·····	83
第 21 课时 尺规作图·····	88
第 22 课时 视图与投影·····	94

第五单元 图形的变换

第 23 课时	图形的轴对称	100
第 24 课时	图形的平移和旋转	105
第 25 课时	图形的相似	110
第 26 课时	解直角三角形	115
第 27 课时	图形与坐标	120

第六单元 图形与证明

第 28 课时	图形与证明(1).....	125
第 29 课时	图形与证明(2).....	129

第七单元 统计与概率

第 30 课时	数据的收集、整理、描述	134
第 31 课时	数据的分析	141
第 32 课时	概率初步	148

第二部分 专项训练提高篇

专题一	图表信息专题.....	154
专题二	操作设计专题.....	159
专题三	阅读理解专题.....	165
专题四	分类讨论专题.....	171
专题五	实际应用专题.....	176
专题六	开放探索专题.....	182
解题思路与方法实践		187

第一部分 基础知识梳理篇

第一单元 数 与 式

第 1 课时 实 数



考试要求

1. 理解有理数的意义,会用数轴上的点表示有理数,会比较有理数的大小.
2. 能借助数轴理解相反数和绝对值的意义,会求实数的相反数与绝对值.
3. 会用科学记数法表示数.
4. 能对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断.
5. 理解平方根、算术平方根、立方根的概念,会用根号表示数的平方根、立方根.
6. 了解开方与乘方互为逆运算,会用平方运算求某些非负数的平方根,会用立方运算求某些数的立方根,会用计算器求平方根和立方根.
7. 了解无理数和实数的概念,知道实数与数轴上的点一一对应.
8. 能用有理数估计一个无理数的大致范围.
9. 了解近似数与有效数字的概念;在解决实际问题中,能用计算器进行近似计算,并按问题的要求对结果取近似值.



基础训练

1. 下列运算正确的是 ()
A. $|-2|=2$ B. $|-2|=-2$ C. $\sqrt{4}=\pm 2$ D. $\sqrt{4}=-2$
2. 估算 $\sqrt{39}$ 的值在 ()
A. 8 与 9 之间 B. 6 与 7 之间
C. 7 与 8 之间 D. 5 与 6 之间
3. 如果把向西走 2 m 记为 -2 m,那么向东走 4 m 记为_____.
4. $-\frac{3}{2}$ 的相反数是_____,绝对值是_____.
5. 长城总长约为 6 700 010 米,用科学记数法表示为_____ (保留两个有效数字).
6. 比较大小: $\sqrt{7}$ _____ 3; $-2\sqrt{3}$ _____ $-3\sqrt{2}$.



典例精析

- 例 1** 如果 a 与 1 互为相反数,则 $|a|$ 等于 ()
A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

【分析】 本题集“相反数、绝对值的性质”于一题,理清概念是关键,特别是: ① 只有符号不同

的两个数叫做互为相反数;② $|a| = \begin{cases} a(a > 0) \\ 0(a = 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$.

【解】 C

【点评】 (1) 一个数的相反数与符号有关,一个数的绝对值一定是非负数.

(2) 互为相反数的两个数和为 0.

(3) 任何数都有相反数.

例 2 下列说法中正确的是

()

A. 近似数 1.70 与近似数 1.7 的精确度相同

B. 近似数五百与近似数 500 的精确度相同

C. 近似数 4.70×10^4 是精确到百位的数,它有 3 个有效数字是 4, 7, 0

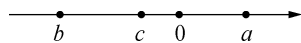
D. 近似数 24.30 是精确到百位的数,它有 3 个有效数字是 2, 4, 3

【分析】 此题中近似数 1.70 精确到 0.01,故 A 是错误的;近似数五百精确到百位,近似数 500 精确到个位,故 B 是错误的;近似数 4.70×10^4 的有效数字只与 4.70 有关,与 10^4 无关,它有 3 个有效数字是 4, 7, 0,精确度由所得近似数的最后一位有效数字在该数中所处的位置决定,而 $4.70 \times 10^4 = 47\ 000$,本题中有效数字 0 在 47 000 中处在百位,C 是对的;近似数 24.30 精确到百分位,故 D 是错的.

【解】 C

【点评】 本题主要考查考生对近似数、有效数字的概念的理解和掌握.

例 3 实数 a, b, c 在数轴上的点如图所示,化简: $a + |a + b| - \sqrt{c^2} - |b - c|$.



$\sqrt{c^2} - |b - c|$.

【分析】 本题运用了数与形的结合,由实数在数轴上的对应位置,既能比较它们的大小,又能确定 $a + b, b - c$ 的符号,从而去掉绝对值号,完成化简.

【解】 由数轴知 $b < 0, c < 0, a > 0, a + b < 0, b - c < 0, a + |a + b| - \sqrt{c^2} - |b - c| = a - a - b - (-c) + b - c = 0$.

【点评】 根据数形结合思想,找出隐含在数轴上的解题信息,判断每个绝对值符号内的代数式的符号,再根据绝对值意义去掉绝对值符号.



失分诊断

对概念理解不清,造成失误.

例 有下列说法:

① 有理数和数轴上的点一一对应;

② 不带根号的数一定是有理数;

③ 负数没有立方根;

④ $-\sqrt{17}$ 是 17 的平方根.

其中正确的有

()

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【错解】 认为①②③正确,④错误,选D.

【错解分析】 ① 错误,应为实数和数轴上的点一一对应,不是有理数;② 错误,如 $0.010\ 010\ 001\cdots$ 、 π 等这些数虽然不带根号,但不是有理数,而是无理数;③ 错误,负数没有平方根,但是有立方根;④ 正确, $-\sqrt{17}$ 是17的负的平方根,反之,“17的平方根是 $-\sqrt{17}$ ”是错的,因为17的平方根有两个,它们是 $\pm\sqrt{17}$.

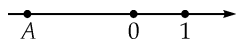
【正确答案】 B



巩固训练

一、选择题

1. 在实数 5 、 $\frac{3}{7}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{4}$ 中,无理数是 ()
A. 5 B. $\frac{3}{7}$
C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{4}$
2. 在有理数中,绝对值等于它本身的数有 ()
A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 无数多个
3. (10苏州)据报道,2010年苏州市政府有关部门将在市区完成130万平方米老住宅小区综合整治工作.130万(即1 300 000)这个数用科学记数法可表示为 ()
A. 1.3×10^4 B. 1.3×10^5
C. 1.3×10^6 D. 1.3×10^7
4. $\sqrt{23}+3$ 的值估计 ()
A. 在5和6之间 B. 在6和7之间
C. 在7和8之间 D. 在8和9之间
5. 如图,若A是实数a在数轴上对应的点,则关于a, $-a$, 1的大小关系表示正确的是 ()
A. $a < 1 < -a$ B. $a < -a < 1$
C. $1 < -a < a$ D. $-a < a < 1$



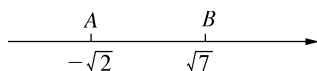
第5题图

二、填空题

6. $-\frac{2}{3}$ 的相反数是_____ ; $1-\sqrt{3}$ 的绝对值是_____ .
7. 若实数a、b满足 $|a-2| + \left(b + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$,则 $a =$ _____, $b =$ _____ .
8. 9的算术平方根是_____ ; -27 的立方根为_____ .
9. 将2.5, -3 , $\sqrt{7}$ 按从小到大的顺序排列为_____ .
10. 近似数0.30精确到_____位,有_____个有效数字.
11. 若▲表示最小的正整数,●表示最大的负整数,■表示绝对值最小的有理数.则 $(\blacktriangle + \bullet) \times \blacksquare =$ _____ .

12. 平方根等于它本身的数是_____.

13. 如图,在数轴上点 A 和点 B 之间表示整数的点有_____个.

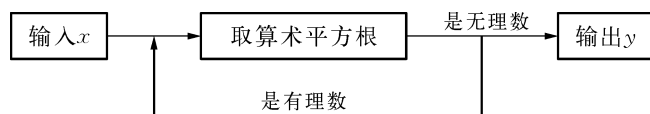


第 13 题图

14. 已知 $|a| < |b|$, $a > 0$, $b < 0$, 把 a 、 b 、 $-a$ 、 $-b$ 按从小到大的顺序排列是_____.

15. 已知 a 、 b 为两个连续整数, 且 $a < \sqrt{21} < b$, 则 $a + b =$ _____.

16. 如图,有一个数值转换器,原理如下.当输入的 x 为 64 时,输出的 y 是_____.



第 16 题图

第2课时 数与数的运算



考试要求

1. 理解乘方的意义,掌握实数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算.
2. 理解实数的运算律,并能运用运算律简化运算.
3. 能灵活运用实数的运算解决简单的问题.
4. 了解二次根式的概念并理解其加、减、乘、除运算法则,会用它们进行有关实数的简单四则运算(不要求分母有理化).



基础训练

1. 下列计算结果等于1的是 ()
A. $(-2)+(-2)$ B. $(-2)-(-2)$
C. $(-2)\times(-2)$ D. $(-2)\div(-2)$
2. 下列二次根式中,与 $\sqrt{3}$ 为同类二次根式的是 ()
A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{9}$
C. $\sqrt{18}$ D. $\sqrt{24}$
3. (10 青岛)化简: $\sqrt{48}-\sqrt{3}=\rule{1cm}{0.4pt}$.
4. 计算: $-1-(-2)=\rule{1cm}{0.4pt}$; $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\rule{1cm}{0.4pt}$.
5. 若 $(a-2)^2+|b+3|=0$, 则 $(a+b)^{2011}$ 的值是 $\rule{1cm}{0.4pt}$.



典例精析

【例1】 计算: $\sqrt{8}+2(\pi-2010)^0-4\sin 45^\circ+(-1)^3$.

【分析】 先分别化简 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $2(\pi-2010)^0=2$, $4\sin 45^\circ=2\sqrt{2}$, $(-1)^3=-1$, 再相加减.

【解】 原式 $=2\sqrt{2}+2-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1=1$.

【点评】 对于实数的运算法则,先将各式化简,最后进行加、减、乘、除的混合运算.

【例2】 计算的结果是-1的式子是 ()

- A. $(-1)^0$ B. $(-1)^3$
C. $-\sqrt{-1}$ D. $-(-1)^1$

【分析】 选项A中,任何一个非零数的零次幂是1;B选项中, $(-1)^3=-1$;选项C中,被开方数必须满足是非负数,所以 $\sqrt{-1}$ 无意义;D选项中, $-(-1)^1=-(-1)=1$.

【解】 B

【点评】 要熟练掌握一个数的零次幂、乘方以及正数的算术平方根、平方根的意义.

【例3】 (10 福建)观察分析下列数据,寻找规律: $0, \sqrt{3}, \sqrt{6}, 3, 2\sqrt{3}, \dots$, 那么第10个数据应是 $\rule{1cm}{0.4pt}$.

【解】 $3\sqrt{3}$

【点评】 找规律的题型在近几年中考中经常出现,解此题的关键是找出其中隐含的规律,从而找到答案.



失分诊断

将概念弄混淆,如平方根与算术平方根,并且计算中对法则理解不清造成错误.

例 下列计算正确的是

()

A. $\sqrt{16} = \pm 4$

B. $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 1$

C. $\sqrt{24} \div 6 = 4$

D. $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{6} = 2$

【错解】 A、B 或 C

【错解分析】 A 中对 $\sqrt{16}$ 的意义理解不清,把平方根、算术平方根混淆,表示方法混淆;B 中的实数减法运算误把 $\sqrt{2}$ 减掉;C 中做除法运算漏掉了根号.

【正确答案】 D



巩固训练

一、选择题

1. (10 常州)下列运算错误的是

()

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

B. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$

C. $\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \sqrt{3}$

D. $(-\sqrt{2})^2 = 2$

2. 计算 $\frac{2^2 + (-\sqrt{3})^0 + (-1)^{13}}{(-3)^2 \times \left(-\frac{11}{9}\right) - (-7)}$ 的结果为

()

A. 1

B. -1

C. 4

D. $-\frac{1}{4}$

3. 计算 $\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}$ 的结果估计在

()

A. 6 至 7 之间

B. 7 至 8 之间

C. 8 至 9 之间

D. 9 至 10 之间

4. 若 $|a+10| + \sqrt{b-9} = 0$, 则 $(a+b) + (a+b)^2 + \cdots + (a+b)^{2010} =$

()

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2010

二、填空题

5. 计算: $\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{2} =$ _____.

6. 若一种运算“ $\oplus$ ”满足 $a \oplus b = \frac{a+b}{2}$, 则 $-2 \oplus 4 =$ _____.

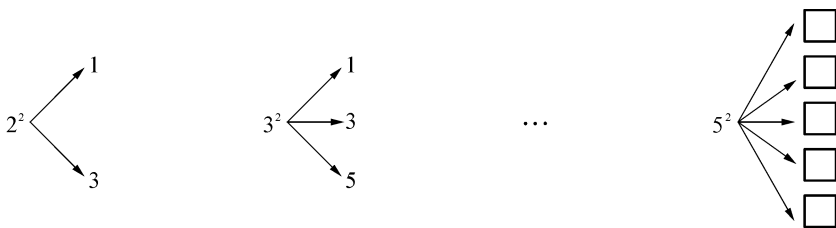
7. 将 $6, (-2)^0, (-3)^2$ 这三个数按从小到大的顺序排列, 正确的结果是_____.

8. 计算: $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1} - 2010^0 + |-2\sqrt{5}| - \sqrt{20} =$ _____.



9. 计算： $(-\frac{1}{8}) \div (-\frac{1}{2})^3 \times (\sqrt{3} - \sqrt{5})^0 - \sqrt{(-77)^2} =$ _____.

10. 对于大于或等于 2 的自然数 m 的平方进行如下“分裂”，依此规律， 5^2 的“分裂”中最大的数是_____.



第 10 题图

三、解答题

11. 计算：

(1) $(2010 + \sqrt{3})^0 - \sqrt{12} + |2 - \sqrt{3}|$.

(2) $\sqrt{4} - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |-3| + (\sqrt{2} - 1)^0$.

12. 计算： $(1 - \tan 60^\circ) \times 2^2 - \left| \left(-\frac{1}{5}\right)^0 \right| - 0.25^2 \times 4^2$.

13. 已知一个正方体的棱长为 5，制作一个新的正方体，使它的体积比原正方体小 61，你能求出新正方体的棱长吗？

14. 老师在黑板上写出三个算式： $5^2 - 3^2 = 8 \times 2$ ， $9^2 - 7^2 = 8 \times 4$ ， $15^2 - 3^2 = 8 \times 27$ ，王华接着又写了两个具有同样规律的算式： $11^2 - 5^2 = 8 \times 12$ ， $15^2 - 7^2 = 8 \times 22$ ，...

- (1) 请你再写出两个(不同于上面算式)具有上述规律的算式；
- (2) 用文字写出反映上述算式的规律；
- (3) 证明这个规律的正确性.

第3课时 整 式



考试要求

1. 能在现实情境中理解用字母表示数的意义.
2. 能分析简单问题的数量关系,并用代数式表示.
3. 能解释一些简单代数式的实际背景或几何意义.
4. 会求代数式的值;能根据特定的问题查阅资料,找到所需要的公式,并会代入具体的值进行计算.
5. 了解整数指数幂的意义和基本性质.
6. 了解整式的概念,熟练掌握简单的整式加、减运算和简单的整式乘法运算(其中的多项式相乘仅指一次式相乘).
7. 会推导乘法公式: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$; $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$,了解公式的几何背景,并能进行简单计算.



基础训练

1. 用代数式表示“ a 、 b 两数的平方和”,结果为_____.
2. 写出 a^3c 的一个同类项为_____.
3. 当 $x = -2$ 时,代数式 $x^2 + 2x + 3$ 的值是_____.
4. 计算: $2x^3 \cdot (-3x)^2 =$ _____.
5. 若 $a^2 + b^2 = 5$, $ab = 2$, 则 $(a+b)^2 =$ _____.



典例精析

例 1 已知整式 $x^2 - \frac{5}{2}x$ 的值为 6, 则 $2x^2 - 5x + 6$ 的值为 ()

- A . 9
C . 18
- B . 12
D . 24

【分析】 本题考虑先求出 $2x^2 - 5x$ 的值, 再加上 6 即可.

【解】 由 $x^2 - \frac{5}{2}x = 6$, 得 $2x^2 - 5x = 12$

$12+6=18$, 故选 C.

【点评】 有的同学去解方程 $x^2 - \frac{5}{2}x = 6$ 虽然可求出 x 的值, 但很麻烦且容易错, 应寻找简捷

做法.

例 2 下列运算正确的是 ()

- A. $x^2 + x^3 = x^5$ B. $(x^2)^3 = x^6$
 C. $(x-2)^2 = x^2 - 4$ D. $x \cdot x^{-1} = 0$

【分析】 正确运用幂的运算性质及整式的运算法则是解本题的关键.

【解】 对于 A, 应是 $x^2 \cdot x^3 = x^5$; 对于 C, 应是 $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$; 对于 D, 应是 $x \cdot x^{-1} = 1$, 故应选 B.

【点评】 本题的题型在广东省各地历年的中考试题中频频出现,因为这些知识点是学习后续内容的基础.

例 3 利用乘法公式计算:

$$(1) (c-2b-4a)(2b+c-4a);$$

$$(2) \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 \left(a^2 + \frac{1}{4}\right)^2 \left(a + \frac{1}{2}\right)^2.$$

【分析】 (1) 用平方差公式计算两个三项式的积,关键是如何正确地分组,一般地,把两个三项式中完全相同的项与互为相反数的项分别分成两组即可.(2) 逆用积的乘方法则,重组构造出公式形式.

【解】 (1) 原式 $= [(c-4a)-2b][(c-4a)+2b]$

$$= (c-4a)^2 - (2b)^2 = c^2 - 8ac + 16a^2 - 4b^2;$$

$$(2) \text{原式} = \left[\left(a - \frac{1}{2}\right) \left(a + \frac{1}{2}\right) \left(a^2 + \frac{1}{4}\right) \right]^2 = \left[\left(a^2 - \frac{1}{4}\right) \left(a^2 + \frac{1}{4}\right) \right]^2 = \left(a^4 - \frac{1}{16}\right)^2$$

$$= a^8 - \frac{1}{8}a^4 + \frac{1}{256}.$$

【点评】 进行多项式相乘的运算时,首先要观察算式的结构特点,注意灵活地运用乘法公式,使计算迅速、简便.



失分诊断

整式的运算不熟练导致计算或选择判断错误.

例 下列运算中,正确的是

()

A. $x^5 + x^5 = 2x^{10}$

B. $-(-x)^3 \cdot (-x)^5 = -x^8$

C. $(-2x^2y)^3 \cdot 4x^{-3} = -24x^3y^3$

D. $\left(\frac{1}{2}x - 3y\right)\left(-\frac{1}{2}x + 3y\right) = \frac{1}{4}x^2 - 9y^2$

【错解】 选 A 或 C 或 D

【错解分析】 A 错误,合并同类项时字母及其指数是不变的,正确的是 $x^5 + x^5 = 2x^5$; C 错误, $2^3 = 8$ 不是 6,正确的是 $(-2x^2y)^3 \cdot 4x^{-3} = -32x^3y^3$; D 错误,正确的是:

$$\left(\frac{1}{2}x - 3y\right)\left(-\frac{1}{2}x + 3y\right) = -\left(\frac{1}{2}x - 3y\right)^2 = -\frac{1}{4}x^2 + 3xy - 9y^2.$$

【正确答案】 B



巩固训练

一、选择题

1. 计算 $\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^3$ 的结果正确的是

()

A. $\frac{1}{4}a^4b^2$

B. $\frac{1}{8}a^6b^3$

C. $-\frac{1}{8}a^6b^3$

D. $-\frac{1}{8}a^5b^3$

2. 某工厂第一年生产 a 件产品,第二年比第一年增产了 20%,则两年共生产产品的件数为

()

A. $0.2a$

B. a

C. $1.2a$

D. $2.2a$

3. 若 $x = 1, y = \frac{1}{2}$, 则 $x^2 + 4xy + 4y^2$ 的值是 ()

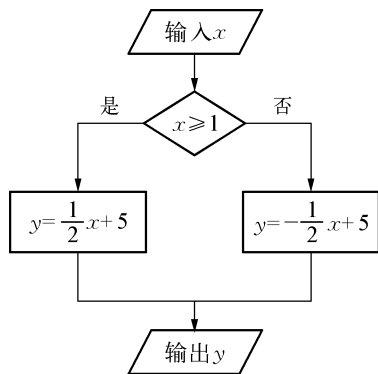
A. 2

B. 4

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

4. 根据下面流程图中的程序, 当输入数值 x 为 2 时, 输出数值 y 为 ()



第 4 题图

A. 4

B. 6

C. 8

D. 10

5. 下列计算正确的是 ()

A. $x^5 + x^5 = x^{10}$

B. $(3ab^2)^3 = 9a^3b^6$

C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

D. $(-c)^6 \div (-c)^5 = -c (c \neq 0)$

6. 如果 $y^2 - 2my + 16$ 是完全平方式, 则 m 的值是 ()

A. 1

B. 2

C. 4

D. ± 4

7. 若 n 为正整数, 且 $x^{2n} = 7$, 则 $(3x^{3n})^2 - 4(x^2)^{2n}$ 的值为 ()

A. 833

B. 2 891

C. 3 283

D. 1 225

二、填空题

8. 若 $3x^{m+5}y^2$ 与 x^3y^n 的和是单项式, 则 $n^m =$ _____.

9. 化简 $a(a-2b) - (a-b)^2 =$ _____.

10. 若 $x^{2n} = 2$, 则 $x^{6n} =$ _____, 已知 $x^n = 2, y^n = 3$, 则 $(xy)^{3n} =$ _____.

11. 若 $m+n=9, mn=14$, 则 $m^2 - mn + n^2 =$ _____.

12. 已知 $a \neq 0, S_1 = 2a, S_2 = \frac{2}{S_1}, S_3 = \frac{2}{S_2}, \dots, S_{2010} = \frac{2}{S_{2009}}$, 则 $S_{2010} =$ _____ (用含 a 的代数式表示).

三、解答题

13. 化简:

(1) $2a(a-b) - 2a^2 + 3ab;$

(2) $(a+b)(a^2 - ab + b^2).$

14. 先化简,后求值:

(1) (10 苏州) 先化简,再求值: $2a(a+b)-(a+b)^2$, 其中 $a=\sqrt{3}$, $b=\sqrt{5}$.

(2) $\left[\left(a + \frac{1}{2}b \right)^2 + \left(a - \frac{1}{2}b \right)^2 \right] \left(2a^2 - \frac{1}{2}b^2 \right)$, 其中 $(a-1)^2 + |b+2| = 0$.



第4课时 因式分解



考试要求

在实数范围内会用提取公因式法、公式法(直接用公式不超过两次)进行因式分解(指数是正整数).



基础训练

- 下列多项式中,能用公式法分解因式的是 ()
A. $x^2 - xy$ B. $x^2 + xy$
C. $x^2 + y^2$ D. $x^2 - y^2$
- (10 广东)因式分解: $3ab^2 + a^2b =$ _____.
- 分解因式: $2x^2 - 8 =$ _____.
- 若 $x^2 + 4x + 3 = (x+1)(x+n)$, 则 $n =$ _____.
- 多项式 $ax^2 - 4a$ 与多项式 $x^2 - 4x + 4$ 的公因式是 _____.
- 分解因式: $a^3 - a^2 + a - 1 =$ _____.



典例精析

例 1 分解因式: $-2x^2 + 18 =$ _____.

【分析】 先提公因式 -2 ,然后根据它是一个二项式,可考虑采用平方差公式进行分解.

【解】 $-2x^2 + 18 = -2(x^2 - 9) = -2(x-3)(x+3)$

【点评】 因式分解应先提取公因式,后根据项数来确定采用的方法,且必须将式子分解到不能分解为止.

例 2 给出三个多项式: $\frac{1}{2}x^2 + x - 1$, $\frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$, $\frac{1}{2}x^2 - x$, 请你选择其中两个进行加法运算,并把结果因式分解.

【分析】 这是一个因式分解创新题.

【解】 如选择多项式: $\frac{1}{2}x^2 + x - 1$, $\frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$

则: $(\frac{1}{2}x^2 + x - 1) + (\frac{1}{2}x^2 + 3x + 1) = x^2 + 4x = x(x+4)$

例 3 已知 $a+b=3$, $ab=2$, 求代数式 $a^2b + 2a^2b^2 + ab^2$ 的值.

【分析】 此代数式中含有字母 a 、 b , 但直接求出 a 、 b 难度较大. 如果把代数式分解因式转化成关于 $a+b$ 、 ab 的代数式, 就能巧妙地求出结果.

【解】 $a^2b + 2a^2b^2 + ab^2 = ab(a + 2ab + b) = ab(a + b + 2ab)$

当 $a+b=3$, $ab=2$ 时,

原式 $= 2 \times (3 + 2 \times 2) = 2 \times 7 = 14$.

【点评】 本题也可以直接求出 a 、 b 的值, 但把 $a+b$ 、 ab 看作一个整体显然更方便. 把一个多项式看作一个整体, 常常可以把一个问题简单化.



失分诊断

对因式分解理解不全面,或因式分解时分解不彻底是常见的错误.

【例1】下列因式分解中,结果正确的是 ()

A. $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

B. $1 - (x+2)^2 = (x+1)(x+3)$

C. $2m^2n - 8n^3 = 2n(m^2 - 4n^2)$

D. $x^2 - x + \frac{1}{4} = x^2 \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{4x^2} \right)$

【错解】 D

【错解分析】 因式分解是指将一个多项式分解成几个整式的积的形式,而选项 D 将它化成了分式.B 分解错误;C 因式分解未完成;只有 A 是正确的.

【正确答案】 A

【例2】分解因式: $a^3 + 2a^2 + a =$ _____.

【错解】 $a(a^2 + 2a + 1)$

【错解分析】 对分解因式一定要分解到不能分解为止.因式 $a^2 + 2a + 1$ 还可以继续分解.

【正确答案】 $a^3 + 2a^2 + a = a(a^2 + 2a + 1) = a(a+1)^2$



巩固训练

一、选择题

1. 分解因式 $a - ab^2$ 的结果是 ()

A. $a(1+b)(1-b)$

B. $a(1+b)^2$

C. $a(1-b)^2$

D. $(1-b)(1+b)$

2. 把代数式 $mx^2 - 6mx + 9m$ 分解因式,下列结果中正确的是 ()

A. $m(x+3)^2$

B. $m(x+3)(x-3)$

C. $m(x-4)^2$

D. $m(x-3)^2$

3. 对 $x^2 - 3x + 2$ 分解因式,结果为 ()

A. $x(x-3) + 2$

B. $(x-1)(x-2)$

C. $(x-1)(x+2)$

D. $(x+1)(x-2)$

4. 把 $x^2 - y^2 - 2y - 1$ 分解因式结果正确的是 ()

A. $(x+y+1)(x-y-1)$

B. $(x+y-1)(x-y-1)$

C. $(x+y-1)(x+y+1)$

D. $(x-y+1)(x+y+1)$

5. 下列因式分解中,错误的是 ()

A. $2a^3 - 8a^2 + 12a = 2a(a^2 - 4a + 6)$

B. $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$

C. $-x^3 + 3x^2 - x = -x(2x-1)(x-1)$

D. $x^2 + xy + xz + yz = (x+y)(x+z)$

6. 如果 $x-3$ 是多项式 $2x^2 - 5x + m$ 的一个因式,则 m 等于 ()

A. 6

B. -6

C. 3

D. -3

7. 若 $(2x)^n - 81 = (4x^2 + 9)(2x+3)(2x-3)$,则 n 的值是 ()

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

