物理学定律、公式、题解

（下　　册）

尤·符·霍夫曼　著

郭新凯、王鸥敏、张维训
张智明、朱宝宸、赵展岳　译

郭新凯、赵展岳　校

吉林人民出版社

законы, формулы, задачи

физики.

справочник

Издательство

«Наукова думa»

Киев—1977

物理学定律、公式、题解

〔苏〕尤·符·霍夫曼 著

郭新凯、王鸥敏、张维训、张智明、朱宝宸、赵展岳 译

郭新凯、赵展岳 校

*

吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行

长春新华印刷厂印刷

*

850×1168毫米32开本 23½印张 字数：521,000字

1980年4月第1版 1980年4月第1次印刷

印数：1—200,880册

书号：13091·43 定价：(上下两册)2.65元

译　者　前　言

为了适应当前教育事业发展的需要，我们将尤·符·霍夫曼(Юлий Владимирович Гофман)的«законы, формулы, задачи физики. справочник»(1977年出版)一书译出，中译本改名为«物理学定律、公式、题解»。本书包括了普通物理范围内的各部分内容，每一部分都叙述了有关的概念、定义、定律，给出了所用的方程式和公式，然后提出习题和题解。书中所选的习题多为物理学中的典型习题，构题比较新颖。全书840道题都做出了详细的解答。题解中，应用了矢量代数和初等数学而不用高等数学。书后附有物理、化学、工程技术中常用的附录，供数字计算时查阅。

本书可供大中学校教师教学时参考，也可供工程技术人大中学校学生实际应用和学习时参考。

参加本书译校工作的有郭新凯(1、6、7、8部分)、王鸥敏(2、3部分)、张维训(4、5部分)、张智明(9、10、11部分)、朱宝宸(13部分及附录)、赵展岳(12、14、15、16、17部分)。最后由郭新凯、赵展岳校阅。

在译校过程中，我们对已发现的原书中的错、漏及不当之处作了必要的修改和补充。在改正时一般未作注明，只在必要时略加译注。

由于时间紧，部分习题的题解未及校验，加之译者水平有限，故译文中错误与不当之处在所难免，欢迎读者批评指正。

译者

1979年元月

原 书 前 言

我们提供这本习题详解的目的，是要展示并在实际中阐明运用物理学定律和公式去解决各种物理问题和技术问题的方法。

除传统的篇章如力学、热学、电学、光学外，这本手册中还汇入了原子物理基础和核物理基础、相对论、转动力学、电工学和量子光学的某些问题。

我们在选择习题时注意到，读者遇到具体问题将会在手册中寻找有关解题方法的直接或间接的提示，因此，这本手册的习题，并不追求新颖或奥妙。相反，这是一些各种物理习题集和工程计算中常见的、不需运用高等数学计算的典型习题。按照这些想法，差不多所有的习题都给出解的一般表示式；具体的数值计算，可以利用附录中的图表资料。

大部分力学、电学和光学习题，都有附图，因为画得正确的图往往就把题解答了一半。然而我们没有使用图解法解题，因为图解法解题虽然可以达到定性上的清晰，但常常留下使人不满足的感觉：一方面，这是由于作图本身的不准确，另一方面，是由于不会或不能运用分析方法解题而产生了苦恼。此外，图解表示也不适用于目前普遍使用的数字计算机。

这本手册每一篇章都从必要的定义、定律和公式开始，然后提出习题。在某些个别部分，公式直接在相应的习题说明中

给出。定律和公式的引用，尽可能用简洁的矢量形式。有些习题，特别是力学习题，也用这种形式去解。不过，文字的简洁，并不是目的本身，所以当矢量形式无助于迅速给出题的数值解时，如解电动力学中的习题，相应的定律就用标量的形式表示。矢量代数方面的初步知识，将在绪论中予以叙述。

至于量子力学、固体物理和现代物理学的其它篇章，手册中只提出这些篇章的某些基本概念，而没有习题，因为演算相应的典型习题，需要有比较坚实的数学基础。

编写这本手册的参考书目，附于书后。

我们将以感谢的心情接受读者们的各种意见。

作　者

1976 年 6 月

目　录

绪　　论

1．矢量代数初步

标量和矢量　许多物理量，如质量、热量、能量、电荷等，它们不具有空间中的方向，只有数值的大小。因而称做无向量或简称标量。

有些物理量，不仅要用数值而且还需用方向来描述，如力、速度等，称做有向量或矢量。这些量，可用有向线段在图上表示出来（图 1），线段的长度与矢量的数值成比例。假定两辆汽车各以 50 千米/小时和 80 千米/小时的速率彼此沿相反方向运行，那末它们的速度就用两条反向平行的矢量表示，其长度各等于 5 个和 8 个比例单位（每个单位代表10千米/小时）。

对于给定的物理量，通常用带有箭头的字母表示其矢量，如 $\vec{v}$、$\vec{a}$、$\vec{R}$。在印刷中常把矢量印成不带箭头的黑体字，如**v**、**a**、**R**。

矢量的数值，称做它的模并在字母的左右用两条竖线标出：$|v|$、$|a|$、$|R|$，或用不带箭头的同样的字母 v、a、R 表示。

矢量的加法和减法　为使矢量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 相加(图2，a)，从矢量 $\vec{a}$ 的终点作出矢量 $\vec{b}$。矢量和 $\vec{a}+\vec{b}$ 用从矢量 $\vec{a}$ 的始点指向矢量 $\vec{b}$ 的终点的矢量来表示，换句话说，两个矢量的相加 $\vec{a}+\vec{b}$，

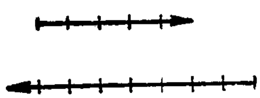
在几何上构成一个三角形。

为了从矢量$\vec{a}$减去矢量$\vec{b}$，须给矢量$\vec{a}$加上矢量（$-\vec{b}$）（图 2，b），即加上与矢量$\vec{b}$等长反向的矢量。

对于多个矢量的求和，如$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{k}=\vec{l}$，须从矢量$\vec{a}$的终点作出矢量$\vec{b}$，从矢量$\vec{b}$的终点作出矢量$\vec{c}$等等。最后得到的矢量$\vec{l}$，从矢量$\vec{a}$的始点指向矢量$\vec{k}$的终点，并封闭由诸相加矢量所形成的折线（图3）。因此，矢量等式$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{k}=\vec{l}$在几何上构成一个多边形。

如果把矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$移到共同的始点，并用这两个矢量作成平行四边形（图 4），则其中一条对角线就是矢量和（$\vec{a}+\vec{b}$），而另一条对角线则是它们的差（$\vec{a}-\vec{b}$）。

上面得到的法则，使得有可能用几何方法求出矢量的和（或差）的方向和数值。对于矢量和（或差）的代数计算，可运用已知道的余弦定理和正弦定理（图 5）：



$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma;$$

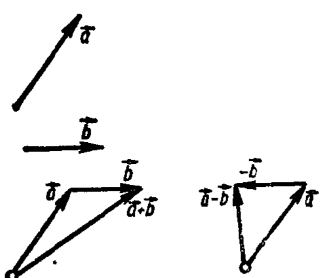
$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\beta;$$

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha;$$

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma},$$

图 1

式中 $a=|\vec{a}|$； $b=|\vec{b}|$； $c=|\vec{c}|$。



a　　　б

图 2

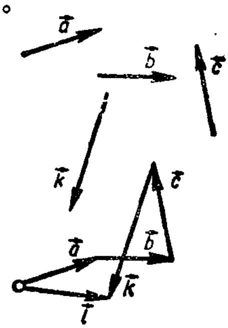


图 3

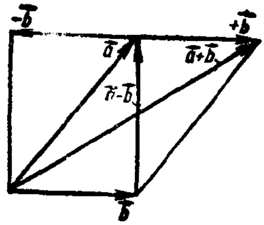


图 4

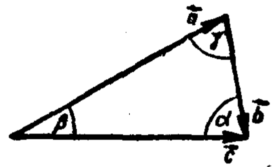


图 5

矢量与标量的乘法 假定矢量$\vec{a}$与一个标量也就是与某一数n相乘，便得到矢量$n\vec{a}$，其数值是矢量$\vec{a}$的n倍(图6)，并与矢量$\vec{a}$同方向。若n为负数，则得到的矢量等于$(-n\vec{a})$并与矢量$\vec{a}$反方向。

矢量与矢量的乘法 矢量的乘积可分为两类——数量积和矢量积。

数量$ab\cos(\vec{a},\vec{b})$称做矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$的数量积，其中$(\vec{a},\vec{b})$为矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$的两个方向之间的夹角（图7）。数量积通常用$\vec{a}\cdot\vec{b}$表示。

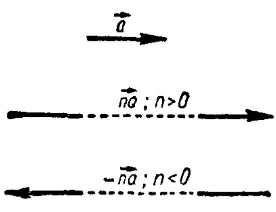


图 6

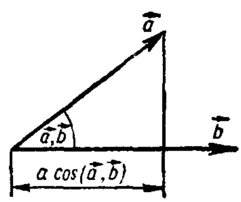


图 7

假定矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$平行或反向平行，由于$\cos 0°=1$和$\cos 180°=-1$，所以它们的数量积分别等于取正号或负号的模的乘积：

当$\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$时，$\vec{a}\cdot\vec{b}=ab$；

当$\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$时，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-ab$。

假如矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$相互垂直，由于$\cos 90° = 0$，所以它们的数量积等于零：

当$\vec{a} \perp \vec{b}$时，$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$。

如果矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$的模相等且方向一致，则它们的数量积等于其中一个矢量的模的平方：

$\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$。

数值等于$ab\sin(\vec{a}, \vec{b})$的矢量$\vec{c}$称做矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$的矢量积。该矢量与矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$所在的平面垂直（图8，a），同时它的方向按螺旋钻规则决定：假定沿$\vec{a}$到$\vec{b}$的最短途径扭转钻柄，则螺旋钻前进的方向就规定为矢量$\vec{c}$的方向。矢量积通常用$\vec{a} \times \vec{b}$表示。

若交换矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$的位置，则根据螺旋钻规则，我们可求得乘积$\vec{b} \times \vec{a}$是与矢量$\vec{a} \times \vec{b}$方向相反的矢量，（图8，$б$）。因此当矢量积中的因子对易时，矢量积的符号要反变，即

$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$。

若矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$平行或反向平行，由于$\sin 0° = \sin 180° = 0$，那么它们的矢量积显然等于零。

如果矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$相互垂直，由于$\sin 90° = 1$，则它们的矢量积的模就等于它们的模的乘积：

当$\vec{a} \perp \vec{b}$时，$|\vec{a} \times \vec{b}| = ab$。

矢量的分解　将给定的一个矢量分解成几个分矢量，其意思是，用几个矢量（它们的和等于给定的矢量）去代替这一矢量。

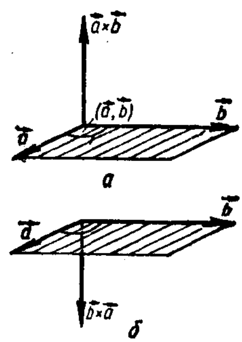


图　8

把一个矢量分解成两个分矢量的问题，归结为按给定的条件求三角形的两个边的问题（见图5）。此时，须运用上面引

用过的余弦定理和正弦定理。当给定了矢量之间的夹角（或给定了矢量求夹角）时，应用这个方法是很方便的。

投影法 一个矢量不仅能用它的模及它与另外的矢量的夹角来确定，而且也可以用它在任意方向上的投影，如在直角坐标系的坐标轴上的投影来确定。

设矢量$\vec{c}$位于XY坐标面上（图9）。假定已知矢量的长度c及它与一个坐标轴(如X轴)的夹角γ，于是它在X和Y轴上的投影为

$$c_x = c\cos\gamma;\quad c_y = c\sin\gamma.$$

反之，如果给定了投影c_x和c_y，则按公式

$$c = \sqrt{c_x{}^2 + c^2{}_y}\quad ;\quad \mathrm{tg}\,\gamma = \frac{c_y}{c_x}.$$

会很容易地求出矢量的长度和幅角γ。

利用投影可以进行矢量的代数运算（图10）。设有一矢量等式

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}.$$

把每个矢量投影到X和Y轴上，对每一矢量可得到两个数量等式：

$$a_x = a\cos\alpha;\quad b_x = b\cos\beta;\quad c_x = c\cos\gamma;$$

$$a_y = a\sin\alpha;\quad b_y = b\cos\beta;\quad c_y = c\sin\gamma.$$

合矢量的投影等于分矢量投影之和：

$$c_x = a_x + b_x = a\cos\alpha + b\cos\beta = c\cos\gamma;$$

$$c_y = a_y + b_y = a\sin\alpha + b\sin\beta = c\sin\gamma.$$

所以，把矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$的投影加起来，可求得矢量$\vec{c}$的投影，并按前面引用过的公式算出它的长度及它和X轴之间的夹角γ，这就确定了矢量$\vec{c}$。

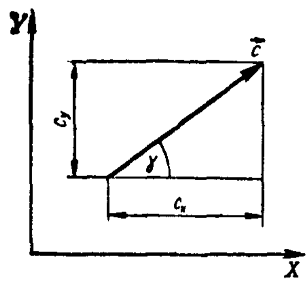


图 9

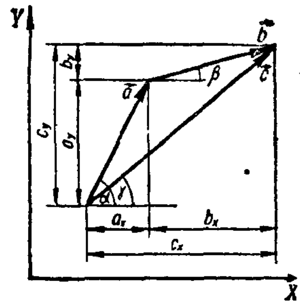


图 10

附注 如果给定的矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$不在同一个坐标面上，而是在三度空间中，则每个矢量的投影不是两个，而是三个(在X、Y、Z轴上的投影)，并且对应于每个矢量等式的也不是两个数量等式，而是在三个坐标轴上投影的三个数量等式。

利用投影法也可以计算矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$的数量积。假定两个矢量的投影分别等于a_x、a_y、a_z；b_x、b_y、b_z，则用投影表示的矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$的数量积等于

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z。$$

能够证明，这个表示式与前面引用的表示式$ab\cos(\vec{a},\vec{b})$相等。

当给出了所有矢量对于几个坐标轴的全部夹角，或给出了用投影表示的这些矢量时，利用投影法进行矢量的计算是方便的。

有时不把矢量投影到坐标轴上，而是适当地投影到其他方向上。这个方向的选取，根据问题的具体条件来确定。

矢量的分类 根据由矢量所表示的物理量的性质，将矢量分为自由矢量、滑动矢量和固定矢量。

自由矢量，是表示可向物体的任一点移动的有方向的物理量（如物体作直线运动的速度）。

滑动矢量，是表示可向矢量的作用线上的任一点移动的有方向的物理量（如作用在刚体上的力）。

固定矢量，它表示只关于空间一定点的有方向的物理量（如静电场的场强）。

1·1　试求作用在同一点的二力$\vec{F}_1$和$\vec{F}_2$的合力$\vec{R}$。二力的大小为$F_1=5$，$F_2=7$；二力间的夹角$\varphi=60°$。同时算出合力$\vec{R}$与力$\vec{F}_1$和$\vec{F}_2$所成的角α及β（图11）。

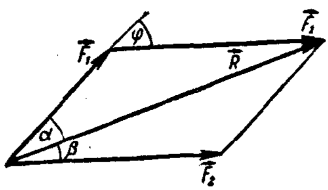


图　11

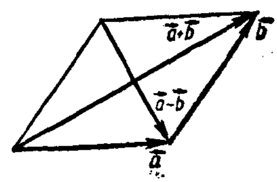


图　12

解： 根据余弦定理，可算出合力的大小

$$R=\sqrt{5^2+7^2-2\times5\times7\cos120°}\approx10.44。$$

根据正弦定理可求出角α和β（$\varphi=\alpha+\beta$）

$$\frac{F_1}{\sin\beta}=\frac{F_2}{\sin\alpha}=\frac{R}{\sin(180°-\varphi)}。$$

但

$$\sin(180°-\varphi)=\sin\varphi,$$

于是

$$\sin\alpha=\frac{F_2\sin\varphi}{R}=0.581；\quad \alpha=35°30'；$$

$$\sin\beta=\frac{F_1\sin\varphi}{R}=0.415；\quad \beta=24°30'。$$

检验：　$\alpha+\beta=35°30'+24°30'=60°=\varphi$。

1·2 试求平行四边形的对角线相互垂直的条件。

解：假定把平行四边形的边"矢量化"，即把它们看做矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$（图12），则其中的一条对角线就是矢量$\vec{a}+\vec{b}$，而另一条对角线是矢量$\vec{a}-\vec{b}$。为使这两个矢量相互垂直，必须使数量积$(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})$等于零。由此得出$\vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{b}=0$，即$a^2-b^2=0$，或$a=b$。所以，平行四边形对角线相互垂直的条件是，这个平行四边形必为菱形。

1·3 已知$a=1$，$b=5$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-3$，求$|\vec{a}\times\vec{b}|$。

解： 由公式$\vec{a}\cdot\vec{b}=ab\cos(\vec{a},\vec{b})$，求得

$$\cos(\vec{a},\ \vec{b})=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{ab}=\frac{-3}{5},$$

因

$$\sin(\vec{a},\vec{b})=\sqrt{1-\cos^2(\vec{a},\vec{b})}=\frac{4}{5};$$

所以

$$|\vec{a}\times\vec{b}|=ab\sin(\vec{a},\vec{b})=1\times5\times\frac{4}{5}=4。$$

1·4 试求在X，Y和Z轴上的投影等于$a_x=3$；$a_y=4$；$a_z=-2$；$b_x=1$；$b_y=-1$；$b_z=0$的矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$之间的夹角。

解： 矢量$\vec{a}$和$\vec{b}$的数量积

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=ab\cos(\vec{a},\vec{b})=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z,$$

因而

$$\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{a\ b}。$$

矢量$\vec{a}$的大小等于

$$a=\sqrt{a_x{}^2+a_y{}^2+a_z{}^2}=\sqrt{29}\approx 5.4;$$

矢量$\vec{b}$的大小等于

$$b=\sqrt{b_x{}^2+b_y{}^2+b_z{}^2}=\sqrt{2}\approx 1.41;$$

$$\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{3-4+0}{5.4\times 1.41}\approx -0.13;$$

由此

$$(\vec{a},\vec{b})\approx 97°30'。$$

力　　学

2. 运　动　学

质点运动的规律，就是质点在空间的位置随时间变化所遵循的规律。知道这个规律，就能确定质点的运动。

质点在空间的位置，可用由所选参考系的坐标原点引向该点的矢径$\vec{r}$来表示（图13），或用矢径在坐标轴X，Y，Z的投影r_x，r_y，r_z来表示。这些投影同时也就是质点的坐标，所以$r_x = x$，$r_y = y$，$r_z = z$。

质点运动的规律，可写成矢量方程

$$\vec{r} = \vec{r}\,(t)$$

或三个标量方程

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z\,(t)。$$

位移和路程　在某段时间$t_2 - t_1 = \varDelta t$内，质点由矢径$\vec{r_1}$确定的位置移动到矢径$\vec{r_2}$确定的位置（图14）。矢量$\overrightarrow{\varDelta r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$便称为质点的位移。

质点运动的曲线线段$\varDelta s$的长度，称为这个质点的路程，并且是一个标量。$|\overrightarrow{\varDelta r}|$和$\varDelta s$的大小，只有在直线运动的情况下是一致的。在国际单位制中，位移和路程用米作为量度单位。

速度　位移$\overrightarrow{\varDelta r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$（见图14）同发生这一位移所

用的时间 $\Delta t=t_2-t_1$ 的比，叫做质点在这一位移上的平均速度 $\vec{v}_{平均}$：

$$\vec{v}_{平均}=\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{t_2-t_1}。$$

此平均速度也是矢量。

质点在 Δt 时间内通过路程 $\Delta s=s_2-s_1$ 的平均速率 $v'_{平均}=\Delta s/\Delta t$ 是个标量。

如果在时间 Δt_1，Δt_2，…，Δt_n 内发生位移 $\overrightarrow{\Delta r}_1$，$\overrightarrow{\Delta r}_2$，…，$\overrightarrow{\Delta r}_n$，并且经过曲线线段 Δs_1，Δs_2，…，Δs_n，则质点在整个位移中的平均速度为

$$\vec{v}_{平均}=\frac{\overrightarrow{\Delta r}_1+\overrightarrow{\Delta r}_2+\cdots+\overrightarrow{\Delta r}_n}{\Delta t_1+\Delta t_2+\cdots+\Delta t_n},$$

而质点经过整个路程的平均速率为

$$v'_{平均}=\frac{\Delta s_1+\Delta s_2+\cdots+\Delta s_n}{\Delta t_1+\Delta t_2+\cdots+\Delta t_n}=\frac{s}{t}。$$

在国际单位制中，速度用每秒米为量度单位。

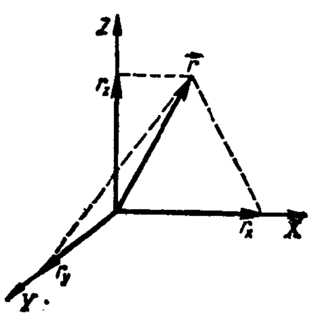


图 13

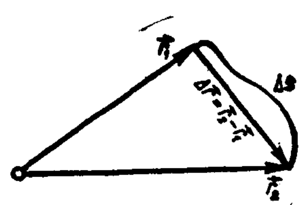


图 14