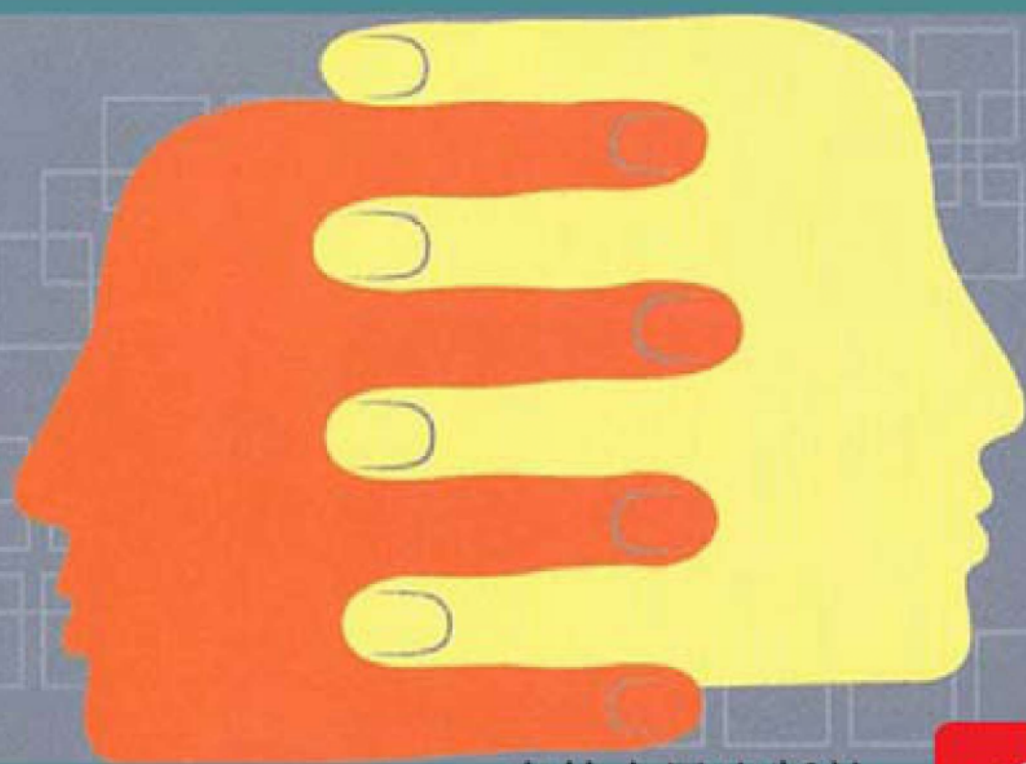


问题引导 突破难点 复习课例研究 (数学)

牧明 主编



吉林人民出版社



问题引导 突破难点 复习课例研究

数 学

牧明/主编

吉林人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

问题引导 突破难点 : 复习课例研究 : 数学 : 浙教版 / 牧明主编. — 长春 : 吉林人民出版社, 2017.2
ISBN 978-7-206-13589-7

I. ①问… II. ①牧… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 039117 号

问题引导 突破难点 复习课例研究 数学

主 编: 牧明

责任编辑: 卢绵 张文君

封面设计: 潘琪

吉林人民出版社出版 发行 长春市人民大街 7548 号 邮政编码: 130022

印 刷: 长春市中海彩印厂

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 16 字 数: 300 千字

标准书号: ISBN 978-7-206-13589-7

版 次: 2017 年 3 月第 1 版 印 次: 2017 年 3 月第 1 次印刷

定 价: 49.80 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与出版社联系调换。

目 录

专题一 实验操作	1
专题二 规律探究(1)——数	6
专题三 规律探究(2)——形	11
专题四 新定义(1)——数形	16
专题五 新定义(2)——探究	21
专题六 动态问题探究(1)——函数图象	26
专题七 动态问题探究(2)——动点问题	30
专题八 动态问题探究(3)——动线问题	34
专题九 动态问题探究(4)——动面问题	38
专题十 最值问题(1)——线段和最小值	42
专题十一 最值问题(2)——图形	46
专题十二 三角形存在性问题探究(1)——等腰三角形	50
专题十三 三角形存在性问题探究(2)——正三角形	54
专题十四 三角形存在性问题探究(3)——直角三角形	58
专题十五 四边形存在性问题探究(1)——平行四边形	62
专题十六 四边形存在性问题探究(2)——矩形	66
专题十七 四边形存在性问题探究(3)——菱形	69
专题十八 四边形存在性问题探究(4)——正方形	73
专题十九 图形关系探究(1)——全等	77
专题二十 图形关系探究(2)——相似	81
专题二十一 图形关系探究(3)——角的关系	86
专题二十二 几何探究(1)——求路径	90
专题二十三 几何探究(2)——折叠问题	94
专题二十四 几何探究(3)——图形的旋转	98
专题二十五 几何探究(4)——几何结论问题	102
专题二十六 几何探究(5)——取值范围	107
专题二十七 几何探究(6)——一线三等角的应用	111
专题二十八 图象信息题	116
专题二十九 与行程有关的图象信息问题	120

目 录

专题一 实验操作(配套练习)	125
专题二 规律探究(1)——数(配套练习)	129
专题三 规律探究(2)——形(配套练习)	133
专题四 新定义(1)——数形(配套练习)	137
专题五 新定义(2)——探究(配套练习)	141
专题六 动态问题探究(1)——函数图象(配套练习)	145
专题七 动态问题探究(2)——动点问题(配套练习)	149
专题八 动态问题探究(3)——动线问题(配套练习)	153
专题九 动态问题探究(4)——动面问题(配套练习)	157
专题十 最值问题(1)——线段和最小值(配套练习)	161
专题十一 最值问题(2)——图形(配套练习)	165
专题十二 三角形存在性问题探究(1)——等腰三角形(配套练习)	169
专题十三 三角形存在性问题探究(2)——正三角形(配套练习)	173
专题十四 三角形存在性问题探究(3)——直角三角形(配套练习)	177
专题十五 四边形存在性问题探究(1)——平行四边形(配套练习)	181
专题十六 四边形存在性问题探究(2)——矩形(配套练习)	185
专题十七 四边形存在性问题探究(3)——菱形(配套练习)	189
专题十八 四边形存在性问题探究(4)——正方形(配套练习)	193
专题十九 图形关系探究(1)——全等(配套练习)	197
专题二十 图形关系探究(2)——相似(配套练习)	201
专题二十一 图形关系探究(3)——角的关系(配套练习)	205
专题二十二 几何探究(1)——求路径(配套练习)	209
专题二十三 几何探究(2)——折叠问题(配套练习)	213
专题二十四 几何探究(3)——图形的旋转(配套练习)	217
专题二十五 几何探究(4)——几何结论问题(配套练习)	221
专题二十六 几何探究(5)——取值范围(配套练习)	225
专题二十七 几何探究(6)——一线三等角的应用(配套练习)	229
专题二十八 图象信息题(配套练习)	233
专题二十九 与行程有关的图象信息问题(配套练习)	237
2017 年初中数学升学考试模拟卷(一)	241
2017 年初中数学升学考试模拟卷(二)	247

专题一 实验操作

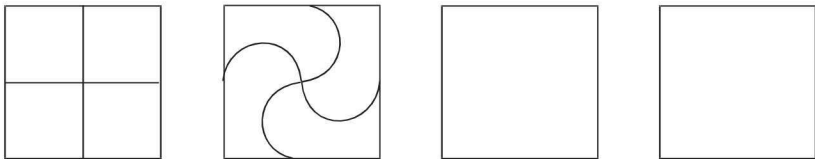
X 学习目标 知识构建... UEXI MUBIAO ZHISHI GOUJIAN

- ◆1. 通过动手测量、作图(象)、取值和计算等实验,学会猜想获得数学结论;
- ◆2. 通过动手操作、合情猜想和验证,进一步掌握研究问题的方法.

X 学习过程 精细梳理... UEXI GUOCHENG JINGXI SHULI

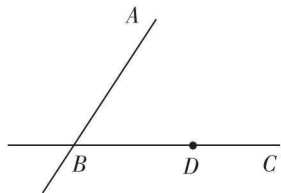
一、自主回顾

【问题 1】如图,有两个正方形花坛,准备把每个花坛分成形状相同的四块,种不同的花草,图中左边的两个图是设计示例,请你在右边的两个正方形中再设计两个不同的图案.



思考:观察给出的设计例子,有什么共同特点?

【问题 2】如图,直线 AB 与直线 BC 相交于点 B ,点 D 是直线 BC 上一点. 求作点 E ,使直线 $DE \parallel AB$,且点 E 到 B, D 两点的距离相等.



思考:到 DB 的两点的距离相等的点在哪? 如何画?

归纳小结

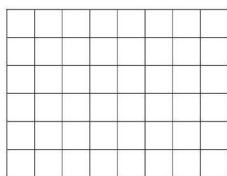
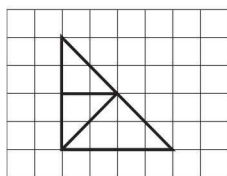
①方法:裁剪、折叠、拼图、图形变换等操作问题探究,往往与面积、对称、旋转的性质联系在一起;

②依据:运用图形的平移、轴对称和旋转变换的性质作图. 同时还要注意运用分类讨论、类比猜想、验证归纳等数学思想方法.

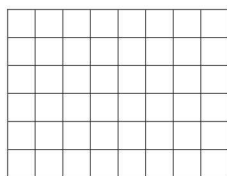
二、问题探究

▲基础问题

如图方格纸中,按图中裁剪线将等腰三角形纸片裁剪成三部分. 请你将这三部分小纸片重新分别拼接成:(1)一个非矩形的平行四边形;(2)一个正方形. 请在图中画出拼接后的图形,要求每张三角形纸片的顶点与小方格顶点重合.



非矩形的平行四边形



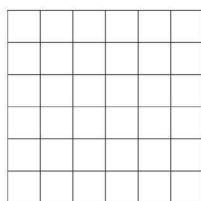
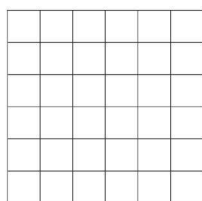
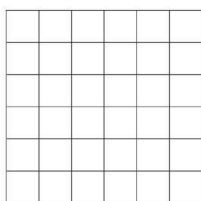
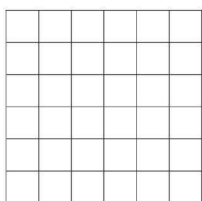
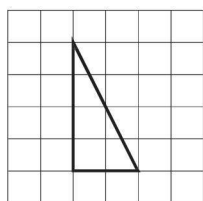
正方形

思考:在拼接正方形时,其边长是多少?这对你拼接正方形时有什么启发?

变式 1:如图的 6×6 方格纸中,每个小正方形边长为 1,每个小正方形的顶点为格点,以格点为顶点的图形称为格点图形,如图①中的三角形是格点三角形.

(1)请你在左图中画一条直线将格点三角形分割成两部分,将这两部分重新拼成两个不同的格点四边形,并画出图形;

(2)求这两个格点四边形的周长.



图①

思考:将左图中的三角形分割成两部分,你有几种方法画出这一直线?

变式 2:要求只剪两刀拼成一个大正方形,在图中用虚线画出剪拼的痕迹.

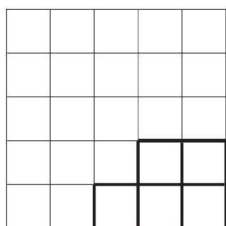


图 1

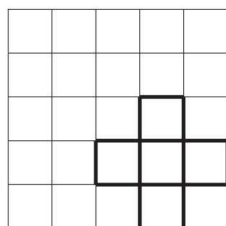


图 2

(1)图 1 是 5 个边长为 1 的小正方形组成的图形;

(2)图 2 是 5 个边长为 1 的正方形组成的十字形纸板.

思考:两个图中剪成正方形的边长分别是多少?在剪拼正方形时有什么帮助?

▲提升问题

对折矩形纸片 $ABCD$, 进行如下操作:

第一步: 对折使 AD 与 BC 重合, 得到折痕 EF , 把纸片展开 (如图 1);

第二步: 再一次折叠纸片, 使点 A 落在 EF 上的点 N , 折痕为 BM .

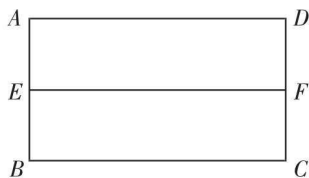


图 1

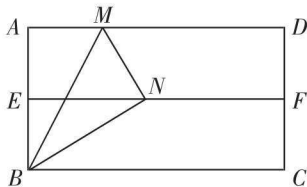


图 2

(1) 观察图形, 你能得到哪些结论?

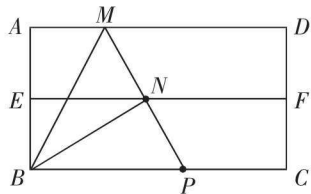
(2) 若延长 MN 交 BC 于 P , $\triangle BMP$ 是什么三角形? 请证明你的结论.

思考: (1) 图形中 MN 与 NP 有什么数量关系?

(2) 与 $\angle ABM$ 有关的角有哪些? 进一步能够求出该角的度数吗?

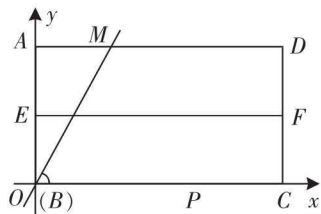
变式 1: 若 $AB=1, BC=t, t$ 满足什么关系, 才能在矩形纸片 $ABCD$ 上剪出符合上题中正三角形 BMP 纸片?

思考: 要能够剪出 $\triangle BMP$, 则点 P 的位置有什么要求?

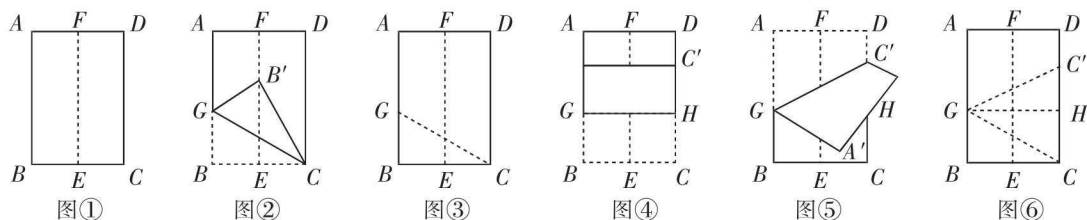


变式 2: 设矩形 $ABCD$ 的边 $AB=2, BC=4$, 并建立如图所示的直角坐标系. 设直线 BM 为 $y=kx$, 当 $\angle MBC=60^\circ$ 时, 求 k 的值. 此时, 将 $\triangle ABM$ 沿 BM 折叠, 点 A 是否落在 EF 上 (E, F 分别为 AB, CD 中点)? 为什么?

思考: 根据折叠如何求出点 A 的对应点 A' 的坐标?



变式 3: 如图, 将矩形纸片 $ABCD$ 按如下顺序折叠: 对折、展平, 得折痕 EF (如图①); 沿 GC 折叠, 使点 B 落在 EF 上的点 B' 处 (如图②); 展平, 得折痕 GC (如图③); 沿 GH 折叠, 使点 C 落在 DH 上的 C' 处 (如图④); 沿 GC' 折叠 (如图⑤); 展平, 得折痕 GC' , GH (如图⑥).



- (1) 求图②中 $\angle BCB'$ 的大小;
- (2) 图⑥中的 $\triangle GCC'$ 是正三角形吗? 请说明理由.

思考: (1) 图②中的 $\triangle BCB'$ 有什么特征?

(2) 图⑥中的 CC' 与 HG 有什么关系?

▲拓展应用

一张矩形纸片, 剪下一个正方形, 剩下一个矩形, 称为第一次操作; 在剩下的矩形纸片中再剪下一个正方形, 剩下一个矩形, 称为第二次操作; $\dots$; 若在第 n 次操作后, 剩下的矩形为正方形, 则称原矩形为 n 阶奇异矩形. 如图 1, 矩形 $ABCD$ 中, 若 $AB=2$, $BC=6$, 则称矩形 $ABCD$ 为 2 阶奇异矩形.

如图 2, 矩形 $ABCD$ 长为 5, 宽为 2, 它是奇异矩形吗? 如果是, 请写出它是几阶奇异矩形, 并在图中画出裁剪线; 如果不是, 请说明理由.

思考: 连续剪两个正方形时, 余下的矩形面积是多少?

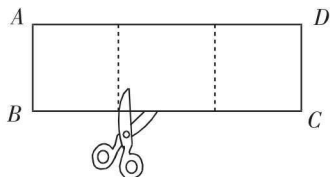


图 1

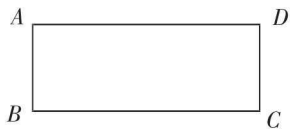
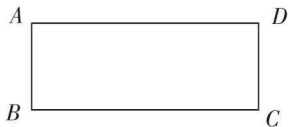


图 2

变式 1: 已知矩形 $ABCD$ 的一边长为 20, 另一边长为 $a(a < 20)$, 且它是 3 阶奇异矩形, 请画出矩形 $ABCD$ 及裁剪线的示意图, 并求出 a 的值.

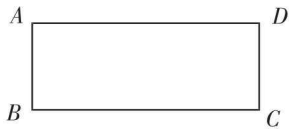
思考: 剪出一个正方形时, 余下的矩形是 2 阶奇异矩形, 有几种可能的情况?



变式 2: 已知矩形 $ABCD$ 两邻边的长分别为 $b, c(b < c)$, 且它是 4 阶奇异矩形, 求 $b:c$ (写出一种即可).

思考: (1) 1 阶奇异矩形, 你能画出图形? 两边的比是多少?

(2) 2 阶奇异矩形, 你能画出图形? 有几种情况? 两边的比是多少?



三、概括归纳

思考: (1) 实验操作类问题往往在实际操作的基础上设计问题, 求解时需要注意什么?

(2) 解决这一类问题的步骤是什么?

专题二 规律探究(1)——数

X **学习目标** 知识构建… UEXI MUBIAO ZHISHI GOUJIAN

- ◆1. 学会数字类规律探究型问题求解方法;
- ◆2. 理解数字类规律探究型问题求解的一般思路;
- ◆3. 感悟归纳的数学思想方法,发展合情推理能力.

X **学习过程** 精细梳理… UEXI GUOCHENG JINGXI SHULI

一、自主回顾

【问题 1】按一定规律排列的一列数依次为:5,8,11,14,17,⋯,按此规律,这列数中的第 10 个数是_____,第 n 个数是_____. 你是怎么想的?

思考:8 与 5 有什么关系? 11 与 8 呢?

【问题 2】观察下面两行数:

2,4,8,16,32,64,⋯①

5,7,11,17,25,35,⋯②

根据你发现的规律.

(1)取每行数的第 10 个数,求出它们的和;

(2)取每行数的第 n 个数,分别记为 S_1, S_2 ,请用含 n 的代数式表示 S_1, S_2 .

思考:(1)第一组数,前后两个数有什么关系? 你能写出 64 后面的数吗?

(2)第二组数 7 与 5 相差 2,11 与 7 相差 4,接下来两个数是否有类似的规律?

归纳小结

①方法:通过对特例的分析,从特殊到一般寻找规律,猜想符合规律的一般性结论,验证结论是否正确;

②依据:数字与其序号之间的联系是解数字类规律.

二、问题探究

▲基础问题

观察下列等式: $(1) 4^2 - 1^2 = 3 \times 5$; $(2) 5^2 - 2^2 = 3 \times 7$; $(3) 6^2 - 3^2 = 3 \times 9$; $(4) 7^2 - 4^2 = 3 \times 11$; ... 第 n (n 是正整数) 个等式为_____.

思考: 各等式的两数左边有什么关系? 这两数相差多少? 右边是什么数的 3 倍? 你能继续写出一个等式验证吗?

变式 1: 观察下列等式: $1 \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$, $2 \times \frac{2}{3} = 2 - \frac{2}{3}$, $3 \times \frac{3}{4} = 3 - \frac{3}{4}$, ...

(1) 猜想并写出第 n 个等式;

(2) 证明你写出的等式的正确性.

思考: 第 n 个式子, 右边两个数分别是什么? 他们之间有什么关系?

变式 2: 观察算式:

$$1 = 1^2;$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2;$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2;$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2;$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2; \dots$$

用代数式表示这个规律(n 为正整数):_____.

思考: 由以上各等式可知, 等式左边是从 1 开始的一组什么数之和? 右边是什么数的平方?

变式 3: 观察下列等式:

$$\text{第 1 个等式: } a_1 = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1,$$

$$\text{第 2 个等式: } a_2 = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \sqrt{3} - \sqrt{2},$$

$$\text{第 3 个等式: } a_3 = \frac{1}{\sqrt{3} + 2} = 2 - \sqrt{3},$$

第 4 个等式: $a_4 = \frac{1}{2+\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 2, \dots$

按上述规律, 回答以下问题:

(1) 请写出第 n 个等式: $a_n = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \underline{\hspace{2cm}}$.

思考: 第 3、第 4 个等式中的 2 可以写成什么? 这一过程实际上作了什么运算?

变式 4: 观察下列式子:

$$1 \times 3 + 1 = 2^2;$$

$$7 \times 9 + 1 = 8^2;$$

$$25 \times 27 + 1 = 26^2;$$

$$79 \times 81 + 1 = 80^2; \dots$$

可猜想第 2016 个式子为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

思考: (1) 观察等式两边的数, 它们有什么特点?

(2) 如果用 n 表示等式的序号, 你能用含 n 的等式表示出规律吗?

▲提升问题

填在下面各正方形中的四个数之间都有一定的规律, 按此规律得 $a+b+c=\underline{\hspace{2cm}}$.

0	3
4	13

2	5
6	31

4	7
8	57

6	c
a	b

思考: (1) 从什么角度寻找数字变化的规律? 比如每个正方形左上角的数字 0, 2, 4, 6 等你发现什么?

(2) 如果从每个正方形的四个角上的数字之间寻找规律, 你能发现什么?

变式 1: 如图, 下面每个图形中的四个数都是按相同的规律填写的, 根据此规律确定 x 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

1	1
2	1

2	3
4	10

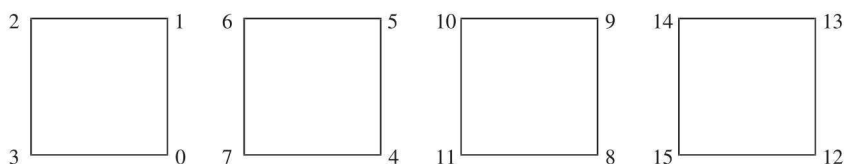
3	5
6	27

4	7
8	52

n	m
20	x

思考: 能用上题的探求规律方式来思考吗?

变式 2: 观察图中正方形四个顶点所标的数字规律, 可知数 2016 应标在()



A. 第 504 个正方形的左下角

B. 第 504 个正方形的右下角

C. 第 505 个正方形的左上角

D. 第 505 个正方形的右下角

思考:观察几个正方,每个正方形对应四个数,而第一个最小的数在哪?然后按什么规律变化的?

变式 3:把奇数列成下表,根据表中数的排列规律,则上起第 8 行,左起第 6 列的数是

1	3	7	13	21	31	...
5	9	15	23	33	...	
11	17	25	35	...		
19	27	37	...			
29	39	...				
...	...					

思考:(1)前后两列相对应的数字之间有什么规律?上下两行呢?

(2)每一列的第一个数字排列有规律吗?能不能把这个规律用字母表示出来?

(3)每一行的第一个数字呢?

变式 4:观察下列等式:

第一层 $1+2=3$

第二层 $4+5+6=7+8$

第三层 $9+10+11+12=13+14+15$

第四层 $16+17+18+19+20=21+22+23+24$

...

在上述数字宝塔中,从上往下数,2016 在第_____层.

思考:(1)可以从哪些角度探求本题数字变化的规律?

(2)每层的第一个数有什么规律?最后一个数呢?

▲拓展应用

把所有正奇数从小到大排列,并按如下规律分组:(1),(3,5,7),(9,11,13,15,17),(19,21,23,25,27,29,31),...,现有等式 $A_m=(x,y)$ 表示正奇数 m 是第 x 组第 y 个数(从左往右数),如 $A_7=(2,3)$,则 $A_{2015}=(\quad)$

A. (31,50)

B. (32,47)

C. (33,46)

D. (34,42)

思考:(1) A_{2015} 是第几个奇数?你是怎么想的?

(2)各组内奇数的个数有什么规律?

(3) A_{2015} 这个奇数在哪一组?请先估计一下,然后进行验证.

(4)尝试使用含 x 的代数式表示 y .

变式 1: 一列数 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 满足条件: $a_1 = \frac{1}{2}, a_n = \frac{1}{1-a_{n-1}} (n \geq 2, \text{且 } n \text{ 为整数})$, 求 a_{2016} .

思考: 你能根据公式求出 a_2, a_3 吗? 进一步如何发现这列数的规律?

变式 2: 在求 $1+3+3^2+3^3+3^4+3^5+3^6+3^7+3^8$ 的值时, 张红发现: 从第二个加数起每一个加数都是前一个加数的 3 倍, 于是她假设: $S=1+3+3^2+3^3+3^4+3^5+3^6+3^7+3^8$ ①, 然后在①式的两边都乘以 3, 得: $3S=3+3^2+3^3+3^4+3^5+3^6+3^7+3^8+3^9$ ②, ②-①得: $3S-S=3^9-1$, 即 $2S=3^9-1, \therefore S=\frac{3^9-1}{2}$.

得出答案后, 爱动脑筋的张红想: 如果把“3”换成字母 $m (m \neq 0 \text{ 且 } m \neq 1)$, 能否求出 $1+m+m^2+m^3+m^4+\dots+m^{2016}$ 的值? 如能求出, 其正确答案多少?

思考: 从求解过程中, 你发现其方法是什么?

三、概括归纳

思考: (1) 在数字类规律探求型问题中, 解决问题的步骤是什么?

(2) 常见数字类规律探求型问题, 可以分为哪些类型?

专题三 规律探究(2)——形

X 学习目标 知识构建... UEXI MUBIAO ZHISHI GOUJIAN

- ◆1. 学会图形类规律探究型问题求解方法;
- ◆2. 理解图形类规律探究型问题求解的思路;
- ◆3. 感悟归纳、数形结合的数学思想方法,发展合情推理的能力.

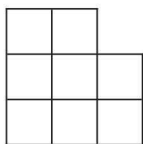
X 学习过程 精细梳理... UEXI GUOCHENG JINGXI SHULI

一、自主回顾

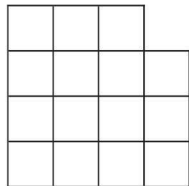
【问题1】用大小相等的小正方形按一定规律拼成下列图形,则第 n 个图形中小正方形的个数是()



第1图形



第2图形



第3图形

A. $2n+1$

B. n^2-1

C. n^2+2n

D. $5n-2$

思考:每个图形的右上角补上一个正方形,就可以得出一个什么图形?

【问题2】如图,第1个图形中一共有1个矩形,第2个图形中共有5个矩形,第3个图形中一共有11个矩形, ..., 则第10个图形中矩形的个数多少?



图1



图2

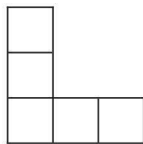


图3

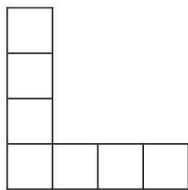


图4

思考:第2个图形有5个矩形你是如何数的?能否数出第3个图形的矩形数?这对你得到规律有什么帮助?

归纳小结

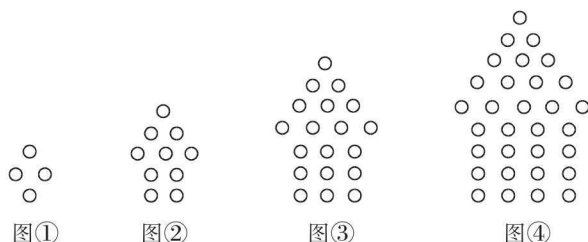
①方法:通过对已有图形的分析,找到图形所具有的一般性规律,猜想符合规律的一般性结论,验证结论是否正确;

②依据:图形之间的共性和联系.

二、问题探究

▲基础问题

下列图形都是由同样大小的小圆圈按一定规律所组成的,其中第①个图形中一共有 4 个小圆圈,第②个图形中一共有 10 个小圆圈,第③个图形中一共有 19 个小圆圈,……,按此规律排列,则第⑦个图形中小圆圈的个数为()



A. 64

B. 77

C. 80

D. 85

思考:(1)观察四个图形,小圆圈是怎么排列的?

(2)可以看出每个图形由几部分组成?上面部分是三角形,圆点的个数如何计算?下面部分是长方形,圆点的个数如何计算?

(3)如果用 n 表示图形的序号,你能把你发现的图形排列规律给表示出来吗?

变式 1:观察下列一组图形,其中图形①中共有 2 颗星,图形②中共有 6 颗星,图形③中共有 11 颗星,图形④中共有 17 颗星,……,按此规律,图形⑧中星星的颗数是()



A. 43

B. 45

C. 51

D. 53

思考:对于本题星星颗数的问题,能仿照上题的探求规律方式来思考吗?